



**Modelação e controlo de actuadores pneumáticos  
utilizando redes neuronais artificiais**

**João Pedro Barata da Rocha Falcão Carneiro**

(jpbrfc@fe.up.pt)

Tese submetida à Universidade do Porto  
com vista à obtenção do grau de  
Doutor em Engenharia Mecânica

Maio de 2007

Tese orientada pelo Professor Doutor Fernando Gomes de Almeida,  
Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial  
da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



# Resumo

Os sistemas pneumáticos constituem soluções económicas, robustas e compactas. Por estes motivos, a sua utilização encontra-se amplamente disseminada na indústria, em tarefas de manipulação e montagem. No entanto, a dificuldade no controlo do movimento de actuadores pneumáticos limita o campo de aplicação deste tipo de accionamento. Neste trabalho contribui-se para a resolução deste problema, através de um estudo aprofundado sobre modelação e controlo de sistemas servopneumáticos.

A primeira parte do trabalho é dedicada à modelação. São propostos novos modelos de servoválvulas pneumáticas de três orifícios, baseados em redes neuronais artificiais (ANN), cuja eficácia é experimentalmente comprovada. Esta abordagem permite a aplicação directa de técnicas de controlo não linear que requeiram um modelo afim na acção de controlo. Um outro aspecto analisado em detalhe é o actuador do sistema, um cilindro pneumático. São identificados experimentalmente três modelos de atrito: viscoso, Karnopp e um modelo baseado em ANN. Propõe-se um novo procedimento que permite determinar experimentalmente o coeficiente de transferência de calor entre o ar no interior do cilindro e as suas paredes. Propõem-se também novos modelos termodinâmicos, de ordem reduzida, para a previsão da pressão no interior das câmaras do actuador. Os novos modelos são comparados com os existentes na literatura, concluindo-se que apresentam um desempenho superior.

A segunda parte do trabalho é dedicada ao controlo e inicia-se com a síntese de diversos controladores lineares. Constatase que a utilização deste tipo de controladores é inviabilizada por oscilações indesejadas que surgem no sistema. As causas destas oscilações são analisadas e justificadas. Apresenta-se, então, um novo controlador não linear que incorpora as ANN e um dos modelos termodinâmicos desenvolvidos anteriormente. Trata-se de um controlador baseado na separação entre a dinâmica de pressões e a do movimento: na primeira utiliza-se um retorno de estado não linear; na segunda um controlador de estrutura variante, com uma camada de suavização de espessura variável, função do ângulo de aproximação do estado à superfície de deslizamento. É ainda apresentada uma prova original da estabilidade do controlador de movimento.

Os resultados experimentais comprovam um bom desempenho e robustez do sistema controlado: sem alteração nos parâmetros do controlador, atinge-se uma exactidão de  $\pm 5 \mu\text{m}$  no posicionamento arbitrário de uma carga cuja massa pode variar entre 2.69 e 13.1 kg. São também obtidas boas prestações no seguimento de diversas trajectórias de movimento.





# Abstract

The use of pneumatic devices is widespread among different industrial fields, in tasks like handling or assembly. Pneumatic systems are low-cost, reliable and compact solutions. However, its use is typically restricted to simple tasks due to the poor performance achieved in applications where accurate motion control is required.

This work contributes to the solution of this problem by presenting a thorough study on both modeling and control of servopneumatic systems. A new approach to the modeling of three way servopneumatic valves is presented and validated with experimental data. This approach, based on artificial neural networks (ANN), allows the direct use of advanced nonlinear control algorithms without compromising the accuracy of the model. Another topic covered in this work is the pneumatic actuator model. Three friction models are experimentally identified: viscous, Karnopp and an ANN based model. A simple yet accurate procedure is proposed that enables the experimental evaluation of the heat transfer between air inside the cylinder and its environment. New reduced order models for prediction of pressure inside the actuator chamber are proposed and compared with the ones that exist in literature. It is concluded that the new models can lead to significant improvements.

The last part of this work is dedicated to the control of the servopneumatic system. Initially linear controllers are developed and tested, but their use is hindered by the poor performance achieved. Furthermore, these controllers may lead to unwanted oscillations. The causes of these oscillations are analyzed and justified. A new nonlinear controller, that includes the ANN and one of thermodynamic models previously developed, is then presented. The controller is based on the separation between pressure and motion dynamics. Pressure is controlled using a nonlinear state feedback law. Motion is controlled using a variable structure controller with a variable boundary layer thickness. The thickness depends on the approach angle of the state to the switching surface. An original proof of the motion controller stability is provided.

The overall controller is very accurate and robust to payload variations: an accuracy of  $\pm 5 \mu\text{m}$  is achieved when arbitrarily positioning payloads ranging from 2.69 to 13.1kg. This performance is achieved without retuning the controller. Good results are also obtained in trajectory following tasks.



# Résumé

Les systèmes pneumatiques sont des solutions économiques, robustes et compactes. Pour cela, leur utilisation se trouve amplement disséminée dans le secteur industriel, au niveau de la manipulation et de l'assemblage. Cependant, la difficulté de contrôler le mouvement des actionneurs pneumatiques limite leur domaine d'application. Ce travail vise contribuer à la résolution de ce problème en étudiant en profondeur la modélisation et commande de systèmes servo-pneumatiques.

La première partie est dédiée à la modélisation. De nouveaux modèles de servovalves pneumatiques à trois voies sont proposés, basés sur des réseaux neuronaux artificiels (RNA), dont l'efficacité est vérifiée expérimentalement. Cette approche permet l'application directe de techniques de commande non linéaire qui demandent un modèle affine en la commande. Un autre aspect analysé en détail est l'actionneur du système, un vérin pneumatique. Trois modèles de frottement sont identifiés expérimentalement: le visqueux, Karnopp et un modèle basé sur RNA. Une nouvelle procédure qui permet de déterminer expérimentalement le coefficient de transfert de chaleur entre l'air à l'intérieur du vérin et ses parois est proposé. On présente aussi de nouveaux modèles thermodynamiques, d'ordre réduit, pour prévoir la pression à l'intérieur des chambres de l'actionneur. Les nouveaux modèles sont comparés à ceux décrits dans la littérature, en concluant qu'ils présentent une meilleure performance.

La deuxième partie de ce travail est dédiée à la commande et débute par la synthèse de différents contrôleurs linéaires. On constate que l'utilisation de ce type de contrôleurs est impraticable dues aux oscillations indésirées qui apparaissent dans le système, dont les causes sont analysées et justifiées. On présente donc un nouveau contrôleur non-linéaire qui utilise les RNA et l'un des modèles thermodynamiques développés auparavant. Il s'agit d'un contrôleur basé sur la séparation entre la dynamique des pressions et celle du mouvement: dans la première, on utilise un retour d'état non-linéaire, dans la deuxième, une commande à structure variable, avec une couche limite d'épaisseur variable, fonction de l'angle d'approche de l'état à la surface de glissement. On présente encore une démonstration originale de stabilité du contrôleur de mouvement.

Les résultats expérimentaux attestent une bonne performance et robustesse du système contrôlé: sans changement des paramètres du contrôleur, on atteint une justesse de  $\pm 5\mu\text{m}$  dans le positionnement arbitraire d'une charge dont la masse peut varier entre 2.69 et 13.1 Kg. On a obtenu aussi de bonnes prestations dans le suivi de diverses trajectoires de mouvement.



# Agradecimentos

Várias pessoas contribuíram para a execução deste trabalho, quer pelo apoio a ele dedicado, quer pelo tempo que me concederam para o realizar.

Começo por agradecer ao meu orientador, Professor Fernando Gomes de Almeida. Estou-lhe agradecido por me ter aceite como seu aluno de doutoramento, pelo enorme apoio que prestou ao longo de toda a realização da tese, e pela cuidadosa revisão da escrita da mesma. Manifesto também o meu apreço por todas as conversas, sobre este e outros temas, que comigo manteve ao longo destes últimos anos.

Agradeço a todos os elementos da Secção de Automação, Instrumentação e Controlo do Departamento de Engenharia Mecânica, pelo seu apoio e suporte a este trabalho, bem como pelo tempo concedido para o efectuar. Ao Professor Manuel Rodrigues Quintas o auxílio prestado em diversas ocasiões ao longo destes últimos anos. Ao Engenheiro Rodrigo Pedro, pela cooperação que manteve comigo no início deste trabalho. Ao Engenheiro Jorge Reis, pelo apoio técnico concedido. À Maria de Lourdes, pela sua disponibilidade e eficiência, sempre acompanhadas de um sorriso.

Desejo ainda expressar o meu agradecimento ao Professor José Sarsfield Cabral, pela ajuda e esclarecimentos prestados na componente estatística deste trabalho. Ao Professor César Sá e ao Professor José Almeida, pelo auxílio prestado no esclarecimento de questões relativas à Análise Matemática. Finalmente, agradeço ao Engenheiro João Mota e a Raul Araújo, da Fluidoccontrol SA, o apoio concedido na busca de soluções para alguns problemas de ordem técnica.



# **Publicações realizadas no âmbito deste trabalho**

Em conferências internacionais:

**Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Pneumatic servovalve models using artificial neural networks. Proc. of the Bath Symposium on Power Transmission and Motion Control. Bath, UK, 2006, pp. 195-208

**Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Modeling Pneumatic Servovalves using Neural Networks. Proc. of the 2006 IEEE Conference on Computer Aided Control Systems Design. Munich, Germany, 2006, pp. 790-795.

Em revistas internacionais:

**Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Heat transfer evaluation on industrial pneumatic cylinders. Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, Journal of Systems and Control Engineering, 2007, 221(1), pp. 119-128.

**Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Reduced order thermodynamic models for servopneumatic actuator chambers. Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, Journal of Systems and Control Engineering, 2006, 220(4), pp. 301-314.





# Índice

Lista de Figuras.....	xvii
Lista de Tabelas .....	xxvii
Nomenclatura.....	xxix
CAPÍTULO 1.....	1
1.1 Motivação industrial e científica.....	3
1.2 Descrição da instalação experimental.....	8
1.2.1 Sistema electropneumático .....	11
1.2.2 Sistema de controlo e aquisição de dados.....	15
1.3 Objectivos do trabalho .....	17
1.4 Organização do trabalho .....	18
CAPÍTULO 2.....	21
2.1. Breve introdução às redes neuronais artificiais .....	22
2.2 Modelo teórico das servoválvulas.....	34
2.3 Modelos de servoválvulas baseados na norma ISO 6358.....	41
2.4 Limitações na utilização dos modelos anteriores em controlo .....	43
2.5 Modelos de servoválvulas propostos neste trabalho.....	51
2.6 Procedimentos seguidos na obtenção de dados experimentais .....	53
2.6.1 Dados de caudal inferior a 100 slpm .....	55
2.6.2 Dados de caudal superior a 100 slpm .....	60
2.6.3 Dados de ganho de pressão .....	63
2.6.4 Ajuste de curvas ISO 6358 aos dados experimentais .....	64
2.6.5 Validação dos dados experimentais .....	70
2.6.6 Dados experimentais para treino das redes neuronais .....	73
2.7 Modelos das servoválvulas com redes neuronais artificiais .....	76
2.7.1 Modelos directos.....	76
2.7.2 Modelos inversos .....	81
2.8 Conclusões do capítulo 2 .....	88
CAPÍTULO 3.....	89
3.1 Modelo mecânico.....	90
3.1.1 Equações gerais.....	90

3.1.2 Modelação da força de atrito .....	91
3.1.3 Procedimento seguido na recolha de dados experimentais .....	98
3.1.4 Identificação do modelo de atrito de Karnopp e da massa móvel.....	100
3.1.5 Identificação do modelo de atrito por redes neuronais artificiais .....	112
3.1.6 Identificação de modelo de atrito viscoso .....	116
3.2 Modelo termodinâmico de uma câmara pneumática.....	117
3.3 Determinação do coeficiente de transferência de calor.....	125
3.3.1 Apresentação da metodologia .....	125
3.3.2 Determinação do CTC por simulação .....	130
3.3.3 Determinação experimental do CTC.....	135
3.4 Modelo não linear do actuador.....	141
3.5 Modelos termodinâmicos de ordem reduzida .....	143
3.5.1 Introdução.....	143
3.5.2 MTOR analisados neste trabalho .....	145
3.5.3 Sistema padrão na comparação dos MTOR .....	151
3.5.4 Condições de equilíbrio do sistema padrão.....	153
3.5.5 Comparação do desempenho dos MTOR.....	155
3.6 Modelo não linear de ordem reduzida do actuador .....	170
3.7 Conclusões do capítulo 3.....	171
CAPÍTULO 4 .....	173
4.1 Modelos linearizados.....	174
4.1.1 Condições de equilíbrio.....	176
4.1.2 Cálculo dos coeficientes do modelo linearizado .....	179
4.1.3 Modelo linearizado de 4 <sup>a</sup> ordem.....	187
4.1.3 Modelo linearizado de 3 <sup>a</sup> ordem.....	188
4.1.4 Identificação do modelo .....	195
4.2 Análise de controladores lineares.....	201
4.2.1 Controlador proporcional .....	202
4.2.2 Controlador PID .....	206
4.2.3 Controlador por retorno de estado.....	219
4.3 Conclusões do capítulo 4.....	228
CAPÍTULO 5 .....	231
5.1 Estratégias de controlo em sistemas pneumáticos.....	232
5.2 Estrutura do controlador proposto neste trabalho .....	244

5.3 Controlador de força .....	246
5.4 Política de gestão de forças.....	252
5.4.1 Política i: Rigidez do cilindro invariante com o pedido de força .....	258
5.4.2 Política ii: Maximização da gama de força do cilindro .....	261
5.4.3 Comparação entre as duas políticas .....	264
5.5 Controlador de posição .....	272
5.5.1 Controladores de estrutura variante .....	272
5.5.2 Suavização da acção de controlo .....	281
5.5.3 Prova da estabilidade do controlador VSC .....	289
5.6 Resultados experimentais .....	297
5.7 Conclusões do capítulo 5 .....	319
CAPÍTULO 6.....	321
6.1 Principais contribuições e conclusões do trabalho .....	321
6.2 Perspectivas de desenvolvimentos futuros .....	324
Referências.....	327
Apêndice .....	335



## Lista de Figuras

Fig. 1 – Esquema do primeiro “metro” de Nova Iorque (retirado de [2]) .....	2
Fig. 2 – Robô pneumático para alimentação de prensas .....	3
Fig. 3 – Número de publicações por ano na área da servopneumática (dados retirados do <i>ISI Proceedings</i> no início do ano de 2007).....	6
Fig. 4 – Componentes de um sistema servopneumático .....	7
Fig. 5 – Instalação experimental: sistema de controlo e aquisição de dados.....	8
Fig. 6 – Instalação experimental: sistema electropneumático .....	9
Fig. 7 – Relações entre os diversos elementos da instalação experimental.....	10
Fig. 8 – Circuito pneumático do sistema .....	10
Fig. 9 – Esquema da parte mecânica do sistema servopneumático .....	13
Fig. 10 – Sistema de guiamento e medição da posição do carro .....	14
Fig. 11 – PC, aquisição de dados e condicionamento de sinal .....	16
Fig. 12 – Aplicações de ANN: a) aproximação de funções b) classificação de padrões.....	23
Fig. 13 – Estrutura de uma rede neuronal artificial elementar.....	24
Fig. 14 – Algumas funções de activação: a) <i>linear</i> , b) <i>logsig</i> , c) <i>tansig</i> , d) <i>sgn</i> .....	24
Fig. 15 – Uma rede neuronal artificial com duas camadas .....	26
Fig. 16 – Exemplo do procedimento de treino de uma rede neuronal artificial .....	27
Fig. 17 – Superfície do erro de treino com diversos mínimos locais.....	28
Fig. 18 – Exemplo da evolução do erro nos dados de treino e de validação .....	30
Fig. 19 – Função Gauss para vários valores de <i>centro</i> e de <i>raio</i> .....	31
Fig. 20 – Exemplo de uma RBFN com uma entrada e uma saída .....	31
Fig. 21 – Exemplo de uma RBFN com duas entradas e uma saída .....	33
Fig. 22 – Representação esquemática de uma servoválvula com três orifícios.....	35
Fig. 23 – Modelo de uma servoválvula: parte dinâmica e estática .....	35
Fig. 24 – Restrição ideal .....	37
Fig. 25 – Evolução do caudal mássico em função da razão de pressões: a) $P_{ui}$ fixa, $P_{di}$ variável; b) $P_{ui}$ variável, $P_{di}$ fixa .....	38
Fig. 26 – Diagrama de blocos do sistema (simplificado) .....	44
Fig. 27 – Área <i>versus</i> acção de controlo: relação linear .....	46
Fig. 28 – Valores experimentais da evolução de $C_{dA1}(u_A)A_{A1}(u_A)$ com $u_A$ .....	47

Fig. 29 – Definição da área fictícia $A^*(u)$ .....	48
Fig. 30 – Área <i>versus</i> posição da gaveta: $A_1(x_v) A_2(x_v) = 0$ .....	50
Fig. 31 – Esquema dos orifícios da servoválvula Festo .....	53
Fig. 32 – Montagem para determinação experimental do caudal que flui por $R_1$ , com pressão a montante fixa e caudais inferiores a 100 slpm .....	55
Fig. 33 – Montagens experimentais para medição das fugas na válvula .....	56
Fig. 34 – Medição do caudal de fugas $\dot{m}_{lu1}$ .....	57
Fig. 35 – Ajuste do modelo dado pela equação (60) ao caudal de fugas a jusante de $R_1$ ( $u_A = 0$ ).....	59
Fig. 36 – Montagem experimental para medição do caudal na restrição $R_2$ .....	60
Fig. 37 – Montagem para determinação experimental do caudal que flui por $R_1$ , com pressão a montante fixa e caudais superiores a 100 slpm .....	61
Fig. 38 – Montagem experimental para medição da fuga $\dot{m}_{ld2}$ .....	62
Fig. 39 – Resultados da medição da fuga $\dot{m}_{ld2}$ .....	62
Fig. 40 – Montagem para determinação experimental do caudal que flui pelas duas restrições, para caudais superiores a 100 slpm: a) $R_1$ com pressão a montante fixa b) $R_2$ com pressão a montante variável.....	63
Fig. 41 – Montagem experimental para medição do ganho de pressão com caudal nulo.....	63
Fig. 42 – Valores de $r$ para diferentes acções de controlo .....	65
Fig. 43 – Montagem para caracterização de $R_1$ : detalhe das várias restrições existentes.....	66
Fig. 44 – Valores de $C$ para diferentes acções de controlo .....	67
Fig. 45 – Comparação entre os dados reais e os fornecidos pelo modelo ISO 6358 na restrição $R_1$ : a) valores medidos e ajustados; b) erro quadrático médio (MSE).....	68
Fig. 46 – Comparação entre os dados reais e os fornecidos pelo modelo ISO 6358 na restrição $R_2$ : a) valores medidos e ajustados; b) erro quadrático médio (MSE).....	69
Fig. 47 – Montagens experimentais para determinação do caudal mássico no orifício de trabalho (caudais inferiores a 100 slpm).....	70

Fig. 48 – Validação dos dados experimentais de caudal mássico no orifício de trabalho: a) caudal medido e caudal estimado; b) erro quadrático médio entre valor medido e estimado .....	71
Fig. 49 – Teste do ganho de pressão do modelo ISO .....	72
Fig. 50 – Comparação entre a curva de ganho de pressão medida e a que resulta do modelo ISO .....	73
Fig. 51 – Superfície característica da servoválvula A .....	75
Fig. 52 – Superfície característica da servoválvula B.....	75
Fig. 53 – Comparação entre os ganhos de pressão das servoválvulas A e B.....	76
Fig. 54 – Arquitectura da rede DANN.....	77
Fig. 55 – Procedimento de treino das redes DANN .....	77
Fig. 56 – Resultados do treino da rede DANN <sub>A</sub> .....	78
Fig. 57 – Teste para determinação da capacidade de generalização da DANN .....	79
Fig. 58 – Erro da rede DANN <sub>A</sub> com dados aleatórios não utilizados no treino .....	80
Fig. 59 – Teste de ganho de pressão da rede DANN .....	80
Fig. 60 – Resultados de ganho de pressão da rede DANN <sub>A</sub> .....	81
Fig. 61 – Arquitectura das redes IANN .....	82
Fig. 62 – Procedimento de treino da rede IANN .....	82
Fig. 63 – Resultados do treino da rede IANN <sub>A</sub> .....	83
Fig. 64 – Teste do erro de caudal da rede IANN com dados de treino.....	84
Fig. 65 – Erro de caudal da rede IANN <sub>A</sub> com dados de treino.....	84
Fig. 66 – Teste do erro de caudal da rede IANN com dados aleatórios .....	85
Fig. 67 – Erro de caudal da rede IANN <sub>A</sub> com dados aleatórios .....	85
Fig. 68 – Teste experimental do erro de caudal da rede IANN com dados de treino.....	86
Fig. 69 – Erro de caudal da rede IANN <sub>A</sub> : comparação directa com dados experimentais.....	86
Fig. 70 – Determinação do ganho de pressão da rede IANN .....	87
Fig. 71 – Resultados de ganho de pressão para a rede IANN <sub>A</sub> .....	87
Fig. 72 – Esquema da parte mecânica do sistema servopneumático .....	90
Fig. 73 – Contacto entre dois corpos .....	92
Fig. 74 – Contacto entre duas superfícies estáticas .....	92
Fig. 75 – Contactos lubrificados: rugosidades modeladas por molas.....	93
Fig. 76 – Terceiro regime de atrito num contacto lubrificado: lubrificação parcial.....	94
Fig. 77 – Quarto regime de atrito num contacto lubrificado: lubrificação total .....	94

Fig. 78 – Os quatro regimes de atrito num contacto lubrificado.....	94
Fig. 79 – Alguns modelos da força de atrito em função da velocidade .....	95
Fig. 80 – Modelo de Karnopp: gráfico da força de atrito <i>versus</i> velocidade .....	97
Fig. 81 – Diagrama de blocos do modelo de Karnopp.....	97
Fig. 82 – Ciclo de histerese na força de atrito .....	98
Fig. 83 – Montagem e sinais utilizados na identificação do modelo de atrito .....	99
Fig. 84 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp (simulação).....	103
Fig. 85 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp assimétrico ( $M = M_{\min}$ ).....	104
Fig. 86 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp assimétrico ( $M = M_{\max}$ ) .....	105
Fig. 87 – Dados de atrito reais e modelo de atrito de Karnopp.....	106
Fig. 88 – Dispersão nos resultados de identificação da massa.....	108
Fig. 89 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp simétrico ( $M = M_{\min}$ ) .....	109
Fig. 90 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp simétrico ( $M = M_{\max}$ ).....	110
Fig. 91 – Dados experimentais de atrito.....	111
Fig. 92 – Superfície da função $F_{\text{atr}} = f(dx/dt, d^2x/dt^2)$ .....	113
Fig. 93 – Arquitectura da rede utilizada na modelação da força de atrito (FANN).....	114
Fig. 94 – Treino da rede utilizada na modelação da força de atrito .....	114
Fig. 95 – Força de atrito estimada com a FANN: resultados e erros do treino .....	115
Fig. 96 – Diagrama de blocos representativo da equação (68) .....	116
Fig. 97 – Dados experimentais de atrito e modelo de atrito viscoso.....	117
Fig. 98 – Volume de controlo e superfície de controlo .....	118
Fig. 99 – Representação esquemática da câmara de um cilindro pneumático .....	119
Fig. 100 – Definição do tempo de acomodação .....	129
Fig. 101 – Simulação do procedimento de determinação experimental do CTC.....	130
Fig. 102 – Evolução da pressão durante um ensaio simulado de determinação do CTC .....	131
Fig. 103 – Resumo dos passos a seguir na determinação do coeficiente de transferência de calor e da condutância térmica .....	134
Fig. 104 – Esquema da montagem experimental para determinação do CTC .....	136



Fig. 105 – Exemplo da evolução da pressão na câmara A do cilindro A ao longo de um ensaio de determinação do CTC.....	137
Fig. 106 – Resultados experimentais para a experiência 1, cilindros A, B e C .....	138
Fig. 107 – Dados experimentais para a experiência 2, cilindros A, B e C .....	139
Fig. 108 – Dependência do coeficiente de transferência de calor com a geometria da câmara.....	141
Fig. 109 – Esquema do sistema servopneumático utilizado na comparação dos modelos termodinâmicos de ordem reduzida.....	152
Fig. 110 – Modelo de uma servoválvula em meia ponte de Wheatstone .....	154
Fig. 111 – Simulação do sistema padrão em malha aberta.....	155
Fig. 112 – Simulação do sistema de padrão em malha fechada .....	156
Fig. 113 – Simulação dos modelos de ordem reduzida .....	158
Fig. 114 – Esquema da experiência realizada na determinação do tempo mínimo de simulação.....	160
Fig. 115 – Determinação do tempo necessário para realizar uma simulação representativa do comportamento do sistema .....	161
Fig. 116 – Determinação do erro em pressão dos modelos de ordem reduzida: exemplo para as simulações em malha aberta.....	163
Fig. 117 – Erro quadrático médio para todos os modelos ( $n$ variável).....	164
Fig. 118 – Desempenho na previsão de pressão: valor de $\log_{10}(\overline{\text{MSE}})$ para os 9 melhores modelos ( $n$ variável) .....	165
Fig. 119 – Desempenho na previsão de pressão: valor de $\overline{\text{MSE}}$ para os 6 melhores modelos ( $n$ variável).....	165
Fig. 120 – Desempenho de todos os modelos (excepto $M_4$ ) para três níveis de transferência de calor ( $n$ constante).....	169
Fig. 121 – Determinação da tensão (a) e das pressões de equilíbrio (b).....	179
Fig. 122 – Cálculo de $\partial P_A / \partial u_A$ para efeitos de linearização do modelo .....	182
Fig. 123 – Cálculo de $\partial C_{A1} / \partial u_A$ para efeitos de linearização do modelo ( $ \delta u  = 0.6$ )..	186
Fig. 124 – Cálculo de $\partial r_{A1} / \partial u_A$ para efeitos de linearização do modelo ( $ \delta u  = 0.6$ )...	187
Fig. 125 – Diagrama de blocos do modelo linearizado de 4ª ordem .....	188
Fig. 126 – Diagrama de blocos correspondente à equação (240) sem forças exteriores .....	191

Fig. 127 – Variação, em torno de $u_0$ , dos parâmetros do modelo (241) com $ \delta u $ ( $M=M_{\min}$ ).....	193
Fig. 128 – Variação, em torno de $u_0$ , dos parâmetros do modelo (241) com $ \delta u $ ( $M=M_{\max}$ ) .....	194
Fig. 129 – Identificação em malha aberta .....	195
Fig. 130 – Esquema do procedimento de identificação utilizado .....	196
Fig. 131 – Esquema do procedimento de identificação utilizado: sinais amostrados ...	197
Fig. 132 – a) Implementação do sinal aleatório b) sinal aleatório .....	198
Fig. 133 – Sinal de referência $y_{\text{ref}}(t)$ utilizado no processo de identificação quando $u_p(t)$ é aleatório.....	199
Fig. 134 – Dados experimentais de identificação do sistema linear antes de filtragem.....	199
Fig. 135 – Localização no plano complexo dos pólos dos sistemas identificados.....	200
Fig. 136 – Relação entre $u$ , $u_A$ e $y$ .....	202
Fig. 137 – Controlo proporcional.....	202
Fig. 138 – Lugar de raízes do sistema controlado proporcionalmente, $M=M_{\min}$ .....	203
Fig. 139 – Resultados de posicionamento com $k_p=15 \text{ Vm}^{-1}$ .....	204
Fig. 140 – Resultados de posicionamento com $k_p=25 \text{ Vm}^{-1}$ .....	205
Fig. 141 – Sistema controlado por controlador PID.....	206
Fig. 142 – Sistema controlado por PID com derivada filtrada e <i>anti-windup</i> .....	208
Fig. 143 – Ciclo-limite na resposta ao degrau do controlador PID.....	208
Fig. 144 – Sistema não linear .....	209
Fig. 145 – Função descritiva: descrição exacta e aproximada por funções descritivas .....	210
Fig. 146 – Modelo da componente não linear da força de atrito para determinação de função descritiva .....	211
Fig. 147 – a) Sistema massa+mola; b) Não linearidade $G_d$ .....	212
Fig. 148 – Diagrama de blocos da equação (257) com a não linearidade $G_d$ .....	214
Fig. 149 – Sistema da Fig. 148 controlado por $C$ .....	216
Fig. 150 – Sistema da Fig. 148 controlado por $C$ (diagrama de blocos reorganizado).	216
Fig. 151 – Detecção de ciclo limite utilizando funções descritivas e diagrama de Nyquist: controlador PID .....	218
Fig. 152 – Resposta ao degrau de um filtro de Bessel com $\omega_{RE} = 60 \text{ rad/s}$ .....	221

Fig. 153 – Resultados de posicionamento do controlador por retorno de estado, $M_{\min}, \omega_{RE} = 60 \text{ rad/s}$ .....	221
Fig. 154 – Controlador por retorno de estado: representação em diagrama de blocos .....	222
Fig. 155 – Função descritiva de atrito e diagrama de Nyquist para o sistema com controlador por retorno de estado.....	223
Fig. 156 – Evolução das pressões, posição, força disponível e acção de controlo durante um descolamento do pistão .....	224
Fig. 157 – Controlador por retorno de estado com acção integral.....	225
Fig. 158 – Ciclo limite no detectado no controlador REI .....	226
Fig. 159 – Controlador por retorno de estado com acção integral: diagrama de blocos.....	226
Fig. 160 – Detecção de ciclo limite utilizando funções descritivas e diagrama de Nyquist: controlador por retorno de estado integral.....	228
Fig. 161 – Estrutura do modelo não linear.....	245
Fig. 162 – Estrutura do controlador não linear proposto neste trabalho.....	246
Fig. 163 – Controladores da dinâmica de forças: retorno de estado não linear .....	250
Fig. 164 – Controladores da dinâmica de forças .....	251
Fig. 165 – Evolução da rigidez pneumática, para $x_0 = 0$ , em equilíbrio estático.....	257
Fig. 166 – Plano $K_0 = f(F_{A0}, F_{B0})$ .....	258
Fig. 167 – Passagem de uma situação em que $F_{iref} = 0$ para outra em que $F_{iref} \neq 0$ .....	259
Fig. 168 – Forças disponíveis em cada câmara do cilindro .....	262
Fig. 169 – Fluxograma do algoritmo que calcula a gama de forças disponível .....	265
Fig. 170 – Gama de forças máximas para a política i e ii, para diversas posições .....	268
Fig. 171 – Detalhe da Fig. 170, $x = x_{0V}$ , $P_{0d} = 6 \times 10^5$ .....	269
Fig. 172 – Rigidez para a política i e ii .....	270
Fig. 173 – Potência máxima no sistema com a política i e ii: curvas para diferentes $P_{0d}$ .....	271
Fig. 174 – Resposta ao degrau do sistema controlado com (361) .....	280
Fig. 175 – a) Camada de suavização de espessura $\phi$ em torno de $\sigma_1 = 0$ para um sistema de 2ª ordem; b) interpolação da acção de controlo no interior da camada.....	281
Fig. 176 – Estrutura da dinâmica do sistema em malha fechada.....	283
Fig. 177 – Resposta ao degrau do sistema controlado com (372) .....	285

Fig. 178 – Camada de suavização de espessura variável com o módulo do estado, para um sistema de 2ª ordem .....	286
Fig. 179 – Ângulo de aproximação $\theta$ de $\sigma$ a $\sigma = 0$ : a) ângulo grande; b) ângulo pequeno .....	287
Fig. 180 – Definição do ângulo de aproximação $\theta$ .....	288
Fig. 181 – Plano de fase $\sigma_2 - \dot{\sigma}_2$ .....	292
Fig. 182 – Descontinuidade em $\dot{\sigma}_2$ .....	293
Fig. 183 – Resposta ao degrau do sistema controlado com (382).....	295
Fig. 184 – Evolução de $\sigma_2$ e de $\phi$ durante a experiência da Fig. 183 .....	296
Fig. 185 – Resposta do sistema controlado com (382) a referências em degrau .....	298
Fig. 186 – Exemplo de trajectória em S utilizada para teste dos controladores.....	299
Fig. 187 – Posição, velocidade e aceleração atingidas quando o pistão se movimenta de um extremo ao outro do curso ( $M = M_{\min}$ ).....	300
Fig. 188 – Trajectória $S_1$ .....	301
Fig. 189 – Trajectória $S_2$ .....	301
Fig. 190 – Resposta do sistema com $M = M_{\min}$ , controlado pelo VSC, a duas das solicitações de $S_1$ (controlador afinado para $M_{\min}$ ) .....	302
Fig. 191 – Resposta do sistema com $M = M_{\max}$ , controlado pelo VSC, a duas das solicitações de $S_2$ (controlador afinado para $M_{\max}$ ).....	303
Fig. 192 – Resposta do sistema com $M_{\min}$ à trajectória $S_2$ , controlador com ajuste global .....	305
Fig. 193 – Resposta do sistema com $M_{\text{med}}$ à trajectória $S_2$ , controlador com ajuste global .....	306
Fig. 194 – Resposta do sistema com $M_{\max}$ à trajectória $S_2$ , controlador com ajuste global .....	307
Fig. 195 – Seguimento de trajectória: referência sinusoidal de frequência variável.....	308
Fig. 196 – Resposta do sistema com $M_{\min}$ controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências baixas e próximas de $\pi$ $\text{rads}^{-1}$ ) .....	310
Fig. 197 – Resposta do sistema com $M_{\min}$ controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências próximas de $2\pi$ e de $3\pi$ $\text{rads}^{-1}$ ) .....	311

Fig. 198 – Resposta do sistema com $M_{\text{med}}$ controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências baixas e próximas de $\pi$ rads <sup>-1</sup> ).....	312
Fig. 199 – Resposta do sistema com $M_{\text{med}}$ controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências próximas de $2\pi$ rads <sup>-1</sup> ).....	313
Fig. 200 – Resposta do sistema com $M_{\text{max}}$ controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências baixas e próximas de $\pi$ rads <sup>-1</sup> ).....	314
Fig. 201 – Resposta do sistema a degraus com amplitude de $5\mu\text{m}$ : $M_{\text{min}}$ .....	315
Fig. 202 – Resposta do sistema a degraus com amplitude de $5\mu\text{m}$ : $M_{\text{med}}$ .....	316
Fig. 203 – Resposta do sistema a degraus com amplitude de $5\mu\text{m}$ : $M_{\text{max}}$ .....	317
Fig. 204 – Controle de velocidade constante: ensaio com $M = M_{\text{med}}$ .....	318



## Lista de Tabelas

Tabela 1 – Características principais dos diferentes tipos de accionamentos industriais .....	5
Tabela 2 – Principais características das servoválvulas utilizadas .....	12
Tabela 3 – Dimensões do actuador pneumático .....	13
Tabela 4 – Características eléctricas e de condicionamento de sinal .....	17
Tabela 5 – Parâmetros de atrito do modelo de Karnopp assimétrico .....	107
Tabela 6 – Valores identificados da massa móvel do sistema .....	107
Tabela 7 – Parâmetros de atrito do modelo de Karnopp simétrico .....	111
Tabela 8 – Características principais dos actuadores pneumáticos testados .....	135
Tabela 9 – Características de cada experiência/actuador (ver Fig. 104) .....	136
Tabela 10 – Resultados da aplicação do passo 1 aos dados experimentais .....	140
Tabela 11 – Resultados da aplicação dos passos 2 a 7 aos dados experimentais .....	140
Tabela 12 – Relação entre as equações de caudal mássico e o modelo de servoválvula utilizado .....	142
Tabela 13 – Relação entre as equações da força de atrito e o modelo de atrito utilizado .....	143
Tabela 14 – Principais características dos modelos de ordem reduzida .....	151
Tabela 15 – Características dos actuadores utilizados para testar o desempenho dos modelos de ordem reduzida .....	153
Tabela 16 – Características principais dos sinais de excitação .....	156
Tabela 17 – Coeficientes de transferência de calor utilizados na comparação do desempenho dos modelos de ordem reduzida ( $WK^{-1}m^{-2}$ ) .....	157
Tabela 18 – Definição de cada experiência $E_j$ .....	158
Tabela 19 – Tempos de acomodação (s) de pressão e temperatura para as câmaras A e B .....	162
Tabela 20 – Tempos de simulação (s) .....	162
Tabela 21 – Valor esperado, desvio padrão e MSE médio para todos os modelos de ordem reduzida ( $n$ variável) .....	167
Tabela 22 – Valor de $n$ para os seis melhores modelos .....	168

Tabela 23 – Valor esperado, desvio padrão, e MSE médio para todos os modelos ( $n$ constante) .....	170
Tabela 24 – Valores do sistema na situação de equilíbrio .....	179
Tabela 25 – Parâmetros do modelo de 3ª ordem do sistema linearizado analiticamente ( $\delta u = 0$ ) .....	192
Tabela 26 – Valor dos parâmetros do sistema linearizado analiticamente para $M=M_{\min}$ e $M=M_{\max}$ e $ \delta u  = 0.6$ .....	195
Tabela 27 – Parâmetros dos sinais de identificação utilizados na identificação do modelo linear .....	198
Tabela 28 – Resultados obtidos na identificação do modelo linear .....	200
Tabela 29 – Parâmetros do sistema: teóricos e identificados .....	201
Tabela 30 – Parâmetros utilizados no controlador PID .....	208
Tabela 31 – Parâmetros do controlador de força .....	249
Tabela 32 – Ajustes do controlador (382) para $M_{\min}$ e $M_{\max}$ .....	297
Tabela 33 – Velocidades e acelerações máximas para diferentes massas .....	300
Tabela 34 – Parâmetros do controlador de posição com ajuste global .....	304



# Nomenclatura

## Definições gerais e operadores

Símbolo	Descrição
$a, A$	Constante ou variável escalar
$\mathbf{a}, \mathbf{A}$	Vector ou matriz
$\min$	mínimo
$\max$	máximo
$\frac{d}{dt}(\bullet), \dot{\bullet}$	Derivada em ordem ao tempo
$\frac{\partial}{\partial x}(\bullet)$	Derivada parcial em ordem a $x$
$\approx$	Aproximadamente igual
$ \bullet $	Valor absoluto
$\hat{\bullet}$	Valor estimado
$\bar{\bullet}$	Valor médio
$\bullet^{-1}$	Matriz ou função inversa
$\bullet^{\dagger}$	Matriz inversa de Penrose
$\bullet^T$	Vector ou matriz transpostos

## Notação

Símbolo	Descrição
$a_0, a_1, a_2$	Coefficientes da expansão em série de Fourier (função descritiva do atrito)
$A_1, A_2, A_3, A_4$	Áreas das restrições 1 e 2 das servoválvulas ( $\text{m}^2$ )
$A_A, A_B$	Áreas das câmaras A e B ( $\text{m}^2$ )
$A_{Aq}, A_{Bq}$	Áreas de transferência de calor das câmaras A e B ( $\text{m}^2$ )
$A_h$	Área da haste do cilindro ( $\text{m}^2$ )
$A_L$	Área de fuga nas restrições da servoválvula ( $\text{m}^2$ )
$A_q$	Área de transferência de calor ( $\text{m}^2$ )

$\bar{A}_q$	Área de transferência de calor média (m <sup>2</sup> )
$Am$	Amplitude da função descritiva do atrito estático (N)
$b$	Função genérica
$bw$	Valor do desvio nas redes neuronais artificiais
$B$	Propriedade genérica $B$
$B^s$	Valor específico da propriedade $B$ (valor de $B$ por unidade de massa)
$C, C_G, C_H$	Função de transferência do controlador, da sua componente no ramo directo e no ramo inverso, respectivamente
$c_1, c_2$	Coefficientes da função descritiva do atrito
$C_{A1}, C_{A2}, C_{B1}, C_{B2}$	Condutâncias sónicas das válvulas A e B, restrições 1 e 2 respectivamente (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> Pa <sup>-1</sup> )
$C_{d1}, C_{d2}$	Coefficientes de descarga das restrições 1 e 2
$c_p$	Calor específico a pressão constante (Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
$c_v$	Calor específico a volume constante (Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
$D_p$	Diâmetro do pistão do actuador pneumático (m)
$D_h$	Diâmetro da haste do actuador pneumático (m)
$D_1, D_2, D_3$	Subconjuntos dos dados de treino das redes neuronais artificiais
$DP_{atr}$	Desvio padrão do erro no modelo de força de atrito (N)
$DP_{M_i}$	Desvio padrão do erro na previsão de pressão no modelo $M_i$ (Pa)
$e$	Erro
$e_{atr}$	Erro do modelo de atrito (N)
$e_{Fi}$	Erro na determinação experimental do modelo de Karnopp (N)
$E$	Energia (J)
$E^s$	Energia específica (Jkg <sup>-1</sup> )
$E_j$	Experiência $j$
$f$	Função genérica
$F$	Força (N)
$F_i$	Força motora no cilindro (N)
$F_{A,B}$	Força pneumática na câmara A e B (N)
$F_{atr}$	Força de atrito (N)
$F_{atm}$	Força devida à pressão atmosférica a actuar na haste do cilindro (N)

$F_{\text{Aref}}, F_{\text{Bref}}$	Força de referência para a câmara A e B (N)
$F_{\text{cb}}$	Amplitude da força de Coulomb (N)
$F_{\text{ext}}$	Força externa ao sistema (N)
$F_{\text{ides}}$	Acção de controlo descontínua do controlador de posição (N)
$F_{\text{ieq}}$	Acção de controlo equivalente do controlador de posição (N)
$F_{\text{imax}}$	Força motora de referência máxima (N)
$F_{\text{imax}}$	Força motora de referência mínima (N)
$F_{\text{iref}}$	Força motora de referência fornecida pelo controlador de posição (N)
$F_s$	Amplitude da força de atrito estático (N)
$g$	Aceleração gravítica ( $\text{ms}^{-2}$ )
$G_d$	Função descritiva do atrito
$G_{\text{PA}}, G_{\text{PB}}$	Coeficientes de sensibilidade caudal/pressão a câmara A e B ( $\text{kgs}^{-1}\text{Pa}^{-1}$ )
$G_{\text{uA}}, G_{\text{uB}}$	Ganho de caudal das válvulas A e B ( $\text{kgs}^{-1}\text{V}^{-1}$ )
$H$	Entalpia (J)
$H^s$	Entalpia específica ( $\text{Jkg}^{-1}$ )
$I$	Entrada de uma rede neuronal artificial
$iw$	Parâmetro na camada de entrada de uma rede neuronal artificial
$k$	Condutância térmica ( $\text{WK}^{-1}$ )
$k_0$	Condutância térmica nas condições de equilíbrio
$k_a$	Coeficiente de atrito viscoso ( $\text{Nsm}^{-1}$ )
$k_{\text{pFA}}, k_{\text{pFB}}$	Parâmetro dos controladores de força da câmara A e B ( $\text{s}^{-1}$ )
$k_{\text{lin}}$	Ganho do modelo linearizado do sistema ( $\text{ms}^{-1}\text{V}^{-1}$ )
$k_p$	Ganho do controlador proporcional ( $\text{Vm}^{-1}$ )
$k_{\text{pi}}$	Ganho do atractor utilizado na identificação do sistema ( $\text{Vm}^{-1}$ )
$k_{\text{PID}}$	Ganho do controlador PID ( $\text{Vm}^{-1}$ )
$k_{\text{pcr}}$	Ganho proporcional crítico ( $\text{Vm}^{-1}$ )
$k_u$	Parâmetro da servoválvula ( $\text{mV}^{-1}$ )
$k_{vi}$	Constante da restrição $i$ ( $\text{m}^2\text{V}^{-1}$ )
$k_{\text{VSC}}$	Ganho do controlador VSC
$k_x$	Parâmetro da servoválvula (m)

$k_\theta$	Ganho da camada de suavização do controlador de estrutura variante ( $\text{ms}^{-1}$ )
$K$	Rigidez pneumática do actuador, calculada com base no modelo de ordem reduzida linearizado ( $\text{Nm}^{-1}$ )
$K_0$	Rigidez pneumática estática total do actuador, calculada com base no modelo de ordem completa linearizado ( $\text{Nm}^{-1}$ )
$K_A, K_B$	Rigidez pneumática das câmaras A e B respectivamente, calculadas com base no modelo de ordem completa linearizado ( $\text{Nm}^{-1}$ )
$K_{A0}, K_{B0}$	Rigidez pneumática estática das câmaras A e B respectivamente, calculadas com base no modelo de ordem completa linearizado ( $\text{Nm}^{-1}$ )
$K_{A\infty}, K_{B\infty}$	Rigidez pneumática das câmaras A e B respectivamente, calculadas a uma frequência infinita e com base no modelo do actuador de ordem completa linearizado ( $\text{Nm}^{-1}$ )
$l$	Curso do cilindro (mm)
$L_1, L_2$	Camada 1 e 2 de uma ANN
$lw$	Parâmetro existente entre as camadas de uma rede neuronal artificial
$m$	Massa de ar dentro das câmaras do actuador (kg)
$\dot{m}$	Caudal mássico de ar ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$\dot{m}_{A,B}$	Caudal mássico de ar na câmara A e B ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$\dot{m}_{1,2}$	Caudal mássico de ar nas restrições 1 e 2 ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$\dot{m}_{A1}, \dot{m}_{A2}, \dot{m}_{B1}, \dot{m}_{B2}$	Caudal mássico de ar nas restrições 1 e 2 da válvula A e B ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$m_i, m_f$	Massa de ar inicial e final durante um ensaio de determinação do CTC (kg)
$M$	Massa total deslocada pelo actuador sistema (kg)
$M_i$	Modelo $i$
$M_{\min}, M_{\text{med}}, M_{\max}$	Massa mínima, média e máxima deslocada pelo actuador do sistema (kg)
$n$	Índice politrópico

$n_K$	Comprimento do vector de dados obtido na determinação experimental do modelo de Karnopp (N)
$n_T$	Número de dados de treino numa ANN
$O$	Saída de uma rede neuronal artificial
$P$	Pressão absoluta dentro da câmara do actuador (Pa)
$P_0$	Pressão absoluta de equilíbrio (Pa)
$P_{atm}$	Pressão atmosférica absoluta (Pa)
$P_A, P_B$	Pressão absoluta da câmara A e B (Pa)
$P_{A0}, P_{B0}$	Pressão absoluta de equilíbrio estático da câmara A e B (Pa)
$P_{av}$	Pressão absoluta média durante um ensaio de determinação do CTC (Pa)
$P_{di}, P_{ui}$	Pressão a jusante e a montante da restrição $i$ (Pa)
$Pot$	Potência mecânica do actuador(W)
$P_s$	Pressão absoluta de alimentação (Pa)
$Q$	Calor (J)
$r$	Razão de pressões crítica
$r_T$	Razão de pressões crítica teórica
$R$	Constante específica do ar como gás perfeito ( $Jkg^{-1}K^{-1}$ )
$R_V$	Restrição variável
$R_1, R_2$	Restrição 1 e 2 em cada servoválvula
$S_1, S_2$	Trajectórias de posição com perfil em S
$S_i, S_f$	Extensão inicial e final da haste durante a determinação de $k$ (m)
$t$	Tempo (s)
$t_{ss}$	Tempo de acomodação (s)
$T$	Temperatura do ar dentro do actuador (K)
$T_0$	Temperatura de equilíbrio (K)
$T_a, T_d, T_{int}$	Parâmetros do controlador PID ( $s^{-1}, s, s^{-1}$ )
$T_A, T_B$	Temperatura do ar na câmara A e B (K)
$T_{A0}, T_{B0}$	Temperatura de equilíbrio do ar na câmara A e B (K)
$T_i, T_f$	Temperatura inicial e final de equilíbrio (K)
$T_{amb}$	Temperatura ambiente (K)
$T_{av}$	Temperatura média durante um ensaio de determinação do CTC (K)

$T_{in}$	Temperatura do ar que entra nas câmaras do actuador (K)
$T_s$	Temperatura do ar na fonte de pressão (K)
$T_u$	Temperatura a montante (K)
$T_w$	Temperatura da parede do cilindro (K)
$U$	Energia interna (J)
$U^s$	Energia interna específica (Jkg <sup>-1</sup> )
$u$	Acção de controlo (V)
$u_A, u_B$	Acções de controlo aplicadas às válvulas A e B (V)
$u_{A0}, u_{B0}$	Acções de controlo aplicadas às válvulas A e B em equilíbrio (V)
$u_c$	Desalinhamento nas servoválvulas (V)
$u_p$	Sinal de perturbação utilizado na identificação do sistema (V)
$v$	Velocidade do fluido (ms <sup>-1</sup> )
$V$	Volume das câmaras do actuador (m <sup>3</sup> )
$V_A, V_B$	Volume da câmara A e B do actuador (m <sup>3</sup> )
$V_{A0}, V_{B0}$	Volume da câmara A e B do actuador na situação de equilíbrio (m <sup>3</sup> )
$V_{Ad}, V_{Bd}$	Volume morto da câmara A e B (m <sup>3</sup> )
var	Variância
$V_{cil\_i}, V_{cil\_f}$	Volume cilíndrico inicial e final da câmara durante um ensaio de determinação do CTC (m <sup>3</sup> )
$V_i, V_f$	Volume inicial e final da câmara durante um ensaio de determinação do CTC (m <sup>3</sup> )
$V_d$	Volume morto (m <sup>3</sup> )
$x, \dot{x}, \ddot{x}$	Posição (m), velocidade (ms <sup>-1</sup> ) e aceleração (ms <sup>-2</sup> ) do pistão
$\dot{x}_{min}$	Velocidade mínima no modelo de Karnopp (ms <sup>-1</sup> )
$x_{ref}, \dot{x}_{ref}, \ddot{x}_{ref}$	Posição (m), velocidade (ms <sup>-1</sup> ) e aceleração (ms <sup>-2</sup> ) de referência
$x_{Am}, x_{Bm}$	Variável correspondente à soma de metade do curso com a razão entre o volume morto e a área de cada câmara (m)
$x_0$	Posição central do pistão (m)
$x_{0V}$	Posição do pistão em que os volumes das duas câmaras são iguais (m)
$x_v$	Posição da gaveta da servoválvula (m)

$x_x$	Posição fixa do cilindro (m)
$y$	Variável da saída do sistema (m)
$y_{\text{ref}}$	Valor de referência da variável da saída do sistema (m)
$Y$	Função que integra a equação do caudal mássico teórico
$Y_1$	Função que integra a equação ISO 6358
$W$	Trabalho (J)
$w$	Parâmetro de uma rede neuronal artificial
$z$	Altura de um elemento de volume de um fluido (m)
$Z$	Argumento da função de activação de uma ANN
$\alpha$	Parâmetro utilizado no critério de erro do treino das ANN
$\beta$	Parâmetro do controlador VSC
$\gamma$	Razão de calores específicos do ar
$\Delta$	Período de amostragem (s)
$\Delta_{\text{id}}$	Período de amostragem para identificação (s)
$\Delta_A, \Delta_B$	Fracção de $F_{\text{iref}}$ pedida à câmara A e à câmara B, respectivamente
$\Delta_f$	Diferença entre a função $f_{\text{real}}$ e a estimada num VSC
$\Delta_{\text{max}}$	Fracção de $F_{\text{iref}}$ pedida à câmara A
$\Delta_p$	Variável que relaciona $P_{A0}$ com $P_{B0}$
$\Delta P$	Diferença de pressões entre a câmara A e B
$\Delta_{\text{pwm}}$	Período na modulação PWM (s)
$\varepsilon$	Erro máximo (e largura da camada de suavização) no controlador de estrutura variante (m)
$\eta$	Parâmetro do controlador de estrutura variante ( $\text{ms}^{-2}$ )
$\theta$	Ângulo de aproximação do estado do sistema à superfície de comutação
$\Theta$	Vector de parâmetros do modelo de Karnopp
$\lambda$	Coeficiente de transferência de calor ( $\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}$ )
$\lambda_0$	Coeficiente de transferência de calor nas condições de equilíbrio ( $\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}$ )
$\mathcal{A}$	Largura de banda do controlador VSC (rad/s)
$\mu_{\text{atr}}$	Valor esperado do erro nas redes FANN (N)

$\mu_{M_i}$	Valor esperado global no erro na previsão de pressão no modelo $M_i$ (Pa)
$\xi$	Amortecimento do sistema
$\rho$	Massa volúmica ( $\text{kgm}^{-3}$ )
$\sigma_1, \sigma_2$	Superfícies de deslizamento ( $\text{ms}^{-1}$ )
$\tau$	Constante de tempo térmica média (s)
$\tau_A, \tau_B, \tau_m$	Constante de tempo das pressões nas câmaras A e B e sua média harmónica (s)
$\phi$	Espessura da camada de suavização do controlador de estrutura variante ( $\text{ms}^{-1}$ )
$\phi_{\min}$	Espessura mínima da camada de suavização do controlador de estrutura variante ( $\text{ms}^{-1}$ )
$\varphi$	Função que relaciona $F_A$ e $F_B$
$\Phi$	Matriz de regressão linear utilizada na identificação do modelo de Karnopp
$\psi_A, \psi_B$	Constantes definidas na linearização do modelo ( $\text{Nm}^{-1}$ )
$\omega_{FA}, \omega_{FB}$	Frequência de corte do filtro de $F_{A\text{ref}}$ e $F_{B\text{ref}}$ respectivamente ( $\text{rad/s}$ )
$\omega_{RE}$	Frequência de corte do filtro de Bessel ( $\text{rad/s}$ )
$\omega_n$	Frequência natural ( $\text{rad/s}$ )
$\mathfrak{S}$	Matriz que pondera, no critério do erro de treino, a contribuição dos diferentes parâmetros de uma ANN

## Abreviaturas

Abreviatura	Descrição
ANN	<i>Artificial Neural Networks</i> (Redes neuronais artificiais)
CMN	Caudal mássico nominal
CPU	<i>Central Processing Unit</i> (Unidade central de processamento)
CTC	Coefficiente de transferência de calor
DANN	<i>Direct Artificial Neural Network</i> (Rede neuronal artificial utilizada no modelo directo da servoválvula)



DP	Desvio padrão
FANN	<i>Friction Artificial Neural Network</i> (Rede neuronal artificial utilizado no modelo de atrito)
FS	<i>Full Scale</i> (Valor de fim de escala)
HOSM	<i>High Order Sliding Modes</i> (Controladores com modos de deslizamento de ordem elevada)
IANN	<i>Inverse Artificial Neural Network</i> (Rede neuronal artificial utilizada no modelo inverso da servoválvula)
MSE	<i>Mean Square Error</i> (Erro quadrático médio)
MSE <sub>reg</sub>	Erro quadrático médio com um termo de regularização
MTOR	Modelos termodinâmicos de ordem reduzida
PID	Controlador com acção de controlo Proporcional, Integradora e Derivativa
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> (Modulação por comprimento de pulso)
RBNF	<i>Radial Basis Function Networks</i> (Redes neuronais com funções de base radiais)
REI	Controlador por retorno de estado com acção integral
SISO	<i>Single Input Single Output</i> (Sistema com uma entrada e uma saída)
slpm	<i>Standard liters per minute</i> (Litros por minuto de ar livre) ( $\text{lmin}^{-1}$ , $T=293.15\text{ K}$ , $P=101325\text{ Pa}$ )
SMC	<i>Sliding Mode Control</i> (Controladores por superfície de deslizamento)
VSC	<i>Variable Structure Control</i> (Controladores de estrutura variante)



# CAPÍTULO 1

## Introdução e descrição da instalação experimental

A palavra *pneumática* deriva do grego *pneuma* que significa corrente de ar ou respiração. O objectivo de um mecanismo pneumático é transmitir energia mecânica a um corpo, utilizando como meio de transmissão o ar ou um gás.

Encontram-se aplicações de sistemas pneumáticos em todas as épocas da história humana, desde os simples tubos com dardos utilizados pelos caçadores primitivos, até aos complexos servomecanismos pneumáticos como o estudado neste trabalho. As aplicações pneumáticas varrem um leque muito grande de aplicações. Ainda hoje se podem encontrar, dentro de grandes edifícios de escritórios, bancos e hospitais, sistemas de tubos e válvulas pneumáticas que ligam as diversas divisões entre si, para permitir o envio de pequenos objectos como cartas, notas, ou medicamentos. Este princípio também foi utilizado, numa escala maior, em sistemas de distribuição de correio nas grandes cidades. O primeiro “correio pneumático” foi instalado em Londres em meados do séc. XIX, e a sua utilização rapidamente foi difundida para outras grandes cidades europeias e americanas. O sistema de correio pneumático em Paris iniciou-se em 1866 e só foi encerrado em 1984, tendo totalizado 450 km de comprimento em 1934 [1]. Ainda nos finais do século XIX, Alfred Beach desenvolveu o que poderá ser considerado como o primeiro sistema de metro em Nova Iorque [2] – ver Fig. 1. O túnel tinha cerca de 95 metros e dentro dele circulava uma carruagem de passageiros, criando duas câmaras separadas. O ar era inserido e retirado numa das câmaras através de um grande ventilador accionado por uma máquina a vapor. O ventilador girava nos dois sentidos, permitindo gerar uma pressão superior ou inferior à atmosférica numa das câmaras e deste modo movimentar a carruagem nos dois sentidos. Este sistema de transporte funcionou de forma experimental entre 1870 e 1873.

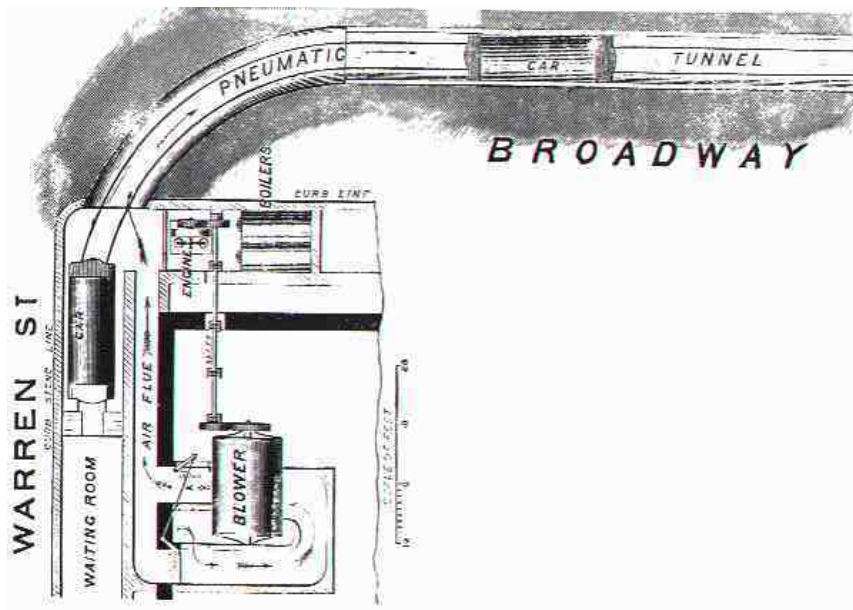


Fig. 1 – Esquema do primeiro “metro” de Nova Iorque (retirado de [2])

A utilização destas formas de transporte pneumático foi no entanto progressivamente substituída ao longo do século XX, quer por meios electrónicos e eléctricos no caso do transporte de mensagens, quer por sistemas baseados em combustíveis fósseis ou eléctricos no caso do transporte de passageiros.

O ar comprimido tem também sido aplicado noutras áreas, nomeadamente como fonte de energia para ferramentas pneumáticas. Um dos primeiros exemplos da utilização de ferramentas pneumáticas em larga escala é a utilização de martelos de ar comprimido na construção do primeiro grande túnel dos Alpes, o túnel do monte Cénis entre França e Itália [3], no final do século XIX. A invenção desta ferramenta, juntamente com a utilização de dinamite, diminuiu consideravelmente o tempo inicialmente previsto para a construção desse túnel. Actualmente, encontram-se muitos mecanismos pneumáticos em aplicações industriais, nomeadamente em sistemas de manufatura, tanto no manuseamento e transporte de objectos em linhas de montagem, como no accionamento de máquinas ferramentas e robôs – ver por exemplo o robô pneumático apresentado na Fig.2 [4]. As aplicações específicas são múltiplas: doseadores volumétricos utilizados no enchimento de garrafas, sistemas de posicionamento e avanço da banda de chapa que alimenta uma prensa, pequenos robôs de limpeza de vidros em edifícios, distribuição de peças numa linha de montagem, etc. O sistema servopneumático estudado neste trabalho enquadra-se neste panorama, sendo vocacionado para tarefas que envolvam controlo de movimento.



Fig. 2 – Robô pneumático para alimentação de prensas

### ***1.1 Motivação industrial e científica***

Um dispositivo concebido para realizar a transmissão de energia mecânica compreende genericamente três elementos de base: uma fonte de energia, um mecanismo de modulação da potência fornecida e um elemento que permite a transformação da energia fornecida pela fonte em energia mecânica. O termo “fonte de energia” é aqui empregue para referir uma das três formas energéticas normalmente utilizadas num contexto industrial: eléctrica, hidráulica ou pneumática.

A escolha do tipo de accionamento para tarefas de controlo de movimento depende muito da aplicação específica em causa. Apesar disso, no âmbito da participação do autor deste trabalho na iniciativa Cohitec promovida pela Cotec Portugal em 2004, foram traçadas em linhas gerais algumas das vantagens dos accionamentos eléctricos, hidráulicos e pneumáticos – ver Tabela 1. Os actuadores hidráulicos são vocacionados para situações nas quais as forças envolvidas são elevadas (cargas superiores a vários milhares de Newton) e a velocidade de movimento é relativamente baixa (velocidades máximas de cerca de  $0.5\text{ms}^{-1}$ ). Os actuadores eléctricos têm uma capacidade de força média (cargas até alguns milhares de Newton). Tanto nos actuadores hidráulicos como nos eléctricos é possível controlar de forma precisa a posição, a velocidade e a aceleração do seu elemento móvel.

Quanto aos actuadores pneumáticos, a sua gama de forças é semelhante à dos eléctricos, com a vantagem adicional de serem mais compactos. Estas duas formas de accionamento permitem também uma maior rapidez de movimento do que as hidráulicas. De facto, com um cilindro pneumático atingem-se velocidades de ca.  $2\text{ms}^{-1}$  e com um eixo eléctrico de transmissão por correia de ca.  $10\text{ms}^{-1}$ . Por outro lado, em indústrias como a alimentar e a farmacêutica, os actuadores pneumáticos possuem uma vantagem intrínseca relativamente aos hidráulicos, pois o risco de fuga de ar não é problemático. Trata-se, portanto, de uma tecnologia “limpa”. Encontram-se também algumas situações particulares nas quais as características da tecnologia pneumática a tornam a opção mais viável, como por exemplo no posicionamento de *waffers* durante o processo de microlitografia, em que se pretende evitar campos electromagnéticos e geração excessiva de calor [5].

No que diz respeito a custos é possível afirmar que, ainda que a energia pneumática seja a mais dispendiosa das três, genericamente os sistemas pneumáticos têm custos de aquisição e manutenção inferiores aos eléctricos, que por sua vez são menos onerosos do que os sistemas hidráulicos. A principal desvantagem dos actuadores pneumáticos relativamente aos eléctricos é a dificuldade no controlo do movimento do seu elemento móvel. De facto, enquanto é relativamente simples realizar o posicionamento arbitrário de uma carga (mesmo que variável) accionada por um actuador eléctrico, a mesma tarefa num actuador pneumático é bastante mais complexa [6], [7], [8], [9]. Para além disso, a precisão de posicionamento depende da carga do actuador e o controlo da velocidade é complexo, o que não acontece num actuador eléctrico. A principal razão desta diferença de comportamento deve-se às não linearidades existentes num actuador pneumático, nomeadamente a compressibilidade do ar e a forças de atrito nos vedantes. Desta forma, na maioria das aplicações industriais actuais, os actuadores pneumáticos só são utilizados para posicionar a carga que transportam entre os dois pontos extremos do seu curso.

As tarefas de posicionamento arbitrário (como, por exemplo, a inserção de componentes) e de seguimento de trajectórias (como, por exemplo, pintura ou soldadura) são, assim, maioritariamente realizadas com accionamentos eléctricos. No entanto, a resolução dos problemas acima enunciados poderá tornar a solução pneumática uma alternativa viável à eléctrica, nomeadamente quando se comparam eixos de posicionamento rápidos e com uma capacidade de posicionamento igual ou inferior à décima de milímetro. De facto, as soluções servopneumáticas que se

encontram no mercado permitem obter uma exactidão de posicionamento máxima de algumas décimas de milímetro, enquanto as concorrentes eléctricas (motores eléctricos com transmissão por correia) atingem facilmente  $\pm 0.1\text{mm}$ . Por outro lado, enquanto a exactidão de posicionamento conseguida em sistemas servopneumáticos varia bastante com a carga transportada e com a posição em torno da qual o posicionamento é realizado, num eixo eléctrico estes inconvenientes não existem ou são muito menores. Finalmente, para se obter um eixo eléctrico tão rápido como um pneumático é necessário optar por um servomotor, o que aumenta consideravelmente os custos da solução eléctrica. Desta forma, uma solução pneumática capaz de fornecer melhores características de controlo de movimento poderá porventura constituir uma alternativa viável. Registe-se por último que os valores numéricos acima avançados não são de forma alguma vinculativos, pretendendo apenas espelhar uma tendência genérica.

Tabela 1 – Características principais dos diferentes tipos de accionamentos industriais

Propriedade	Tipo de accionamento		
	Pneumático	Eléctrico	Hidráulico
Capacidade de força	●●	●●	●●●
Velocidade e Aceleração máximas	●●●	●●●	●●
Precisão de posicionamento	●	●●●	●●
Controlo de velocidade	☒	✓	✓
Precisão independente da carga	☒	✓	✓
Custo	€	€€	€€€

De um ponto de vista científico, os primeiros trabalhos em servopneumática foram desenvolvidos por Shearer [10] na década de 50, no Massachusetts Institute of Technology. A actividade nesta área esteve relativamente adormecida nos anos subsequentes e só a partir de 1980 se assistiu a um crescente interesse da comunidade científica neste tema. Esta evolução é normalmente justificada pelo grande avanço tecnológico que se verificou nos finais dos anos 70 e no início dos anos 80 na área dos microprocessadores, que permitiu reduzir custos e implementar de forma mais simples e eficiente técnicas de controlo mais complexas [11]. Nos últimos 20 anos, a servopneumática tem vindo a receber progressivamente mais atenção da comunidade científica, como se pode comprovar pelo número crescente de publicações em revistas e

congressos internacionais. Na Fig. 3 apresentam-se os resultados de uma pesquisa realizada no início do ano de 2007 na base de dados *ISI Proceedings*. A pesquisa foi restringida a publicações cujo título contivesse a palavra “Pneumatic” e uma ou várias das seguintes palavras: “Servo”, “Force”, “Position”, “Control”. Como se pode verificar, a tendência nos últimos anos é claramente crescente.

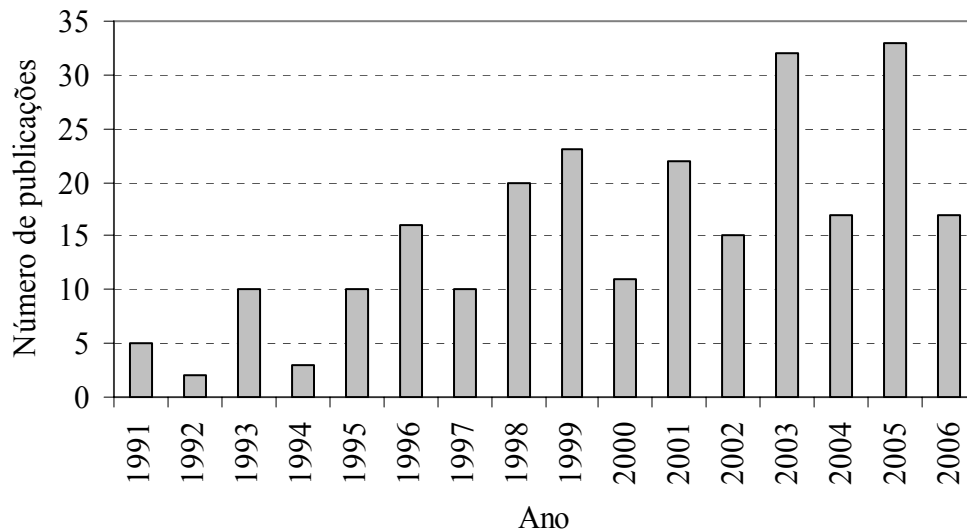


Fig. 3 – Número de publicações por ano na área da servopneumática (dados retirados do *ISI Proceedings* no início do ano de 2007)

A Fig. 4 apresenta os elementos de base de um servomecanismo pneumático: uma fonte de energia, as servoválvulas, o actuador, transdutores diversos (na Fig. 4 só se apresenta o transdutor de posição) e o controlador. O ar é conduzido da fonte de energia pneumática, através das servoválvulas, até ao interior das câmaras do actuador. As servoválvulas contêm orifícios de secção variável, desempenhando assim o papel de moduladoras da potência que é fornecida ao actuador. Com base na informação de um ou mais transdutores, o controlador fornece uma acção de controlo às servoválvulas de forma a atingir determinados objectivos de controlo. Note-se que o sistema representado na Fig. 4 possui duas servoválvulas, apesar de genericamente não ser obrigatório que assim seja. No entanto, esta configuração permite um grau de liberdade adicional que pode ser utilizado para melhorar o desempenho do sistema. Neste trabalho também são utilizadas duas servoválvulas.



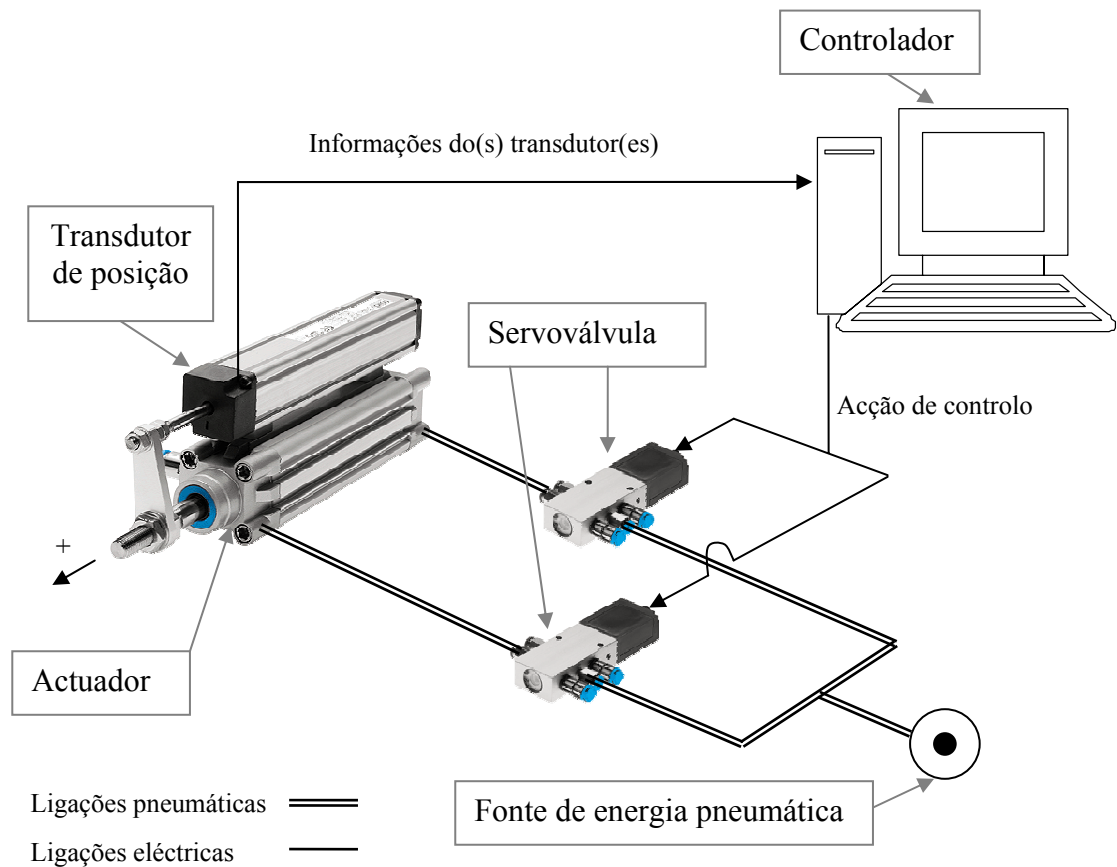


Fig. 4 – Componentes de um sistema servopneumático

A principal dificuldade encontrada no controlo de um servomecanismo pneumático como o representado na Fig. 4 deve-se à compressibilidade do ar no interior das câmaras do actuador e às características marcadamente não lineares, quer das servoválvulas, quer das forças de atrito nas partes móveis do sistema. Por estes motivos, as técnicas de controlo linear não conduzem a um desempenho satisfatório. Torna-se assim necessário evoluir para abordagens mais complexas que envolvam controladores não lineares, uma área do conhecimento que está em franco desenvolvimento e que tem merecido bastante atenção pela comunidade científica. Desta forma, os sistemas servopneumáticos constituem uma aplicação industrial particularmente adequada para o teste e desenvolvimento de novas técnicas de controlo não linear.

Neste contexto, desenvolveu-se uma instalação experimental sobre a qual a componente experimental deste trabalho foi realizada. Esta instalação, apresentada na próxima secção, foi projectada de forma a ser representativa da prática industrial em sistemas servopneumáticos.

### ***1.2 Descrição da instalação experimental***

A instalação experimental é constituída por duas partes: sistema de controlo e aquisição de dados – Fig. 5 – e sistema electropneumático – Fig. 6. A parte de controlo e aquisição é constituída por um computador pessoal (PC) com cartas de aquisição de dados e por um quadro eléctrico. No quadro eléctrico, para além das tradicionais funções de alimentação e segurança, realiza-se também o condicionamento dos sinais provenientes dos transdutores existentes no sistema. A parte electropneumática é composta por uma unidade de tratamento de ar, duas servoválvulas, um actuador pneumático e carro por ele accionado, dois transdutores de pressão, um transdutor de posição e um acelerómetro. O transdutor de posição não é visível na Fig. 6 pois encontra-se integrado no sistema de guiamento.

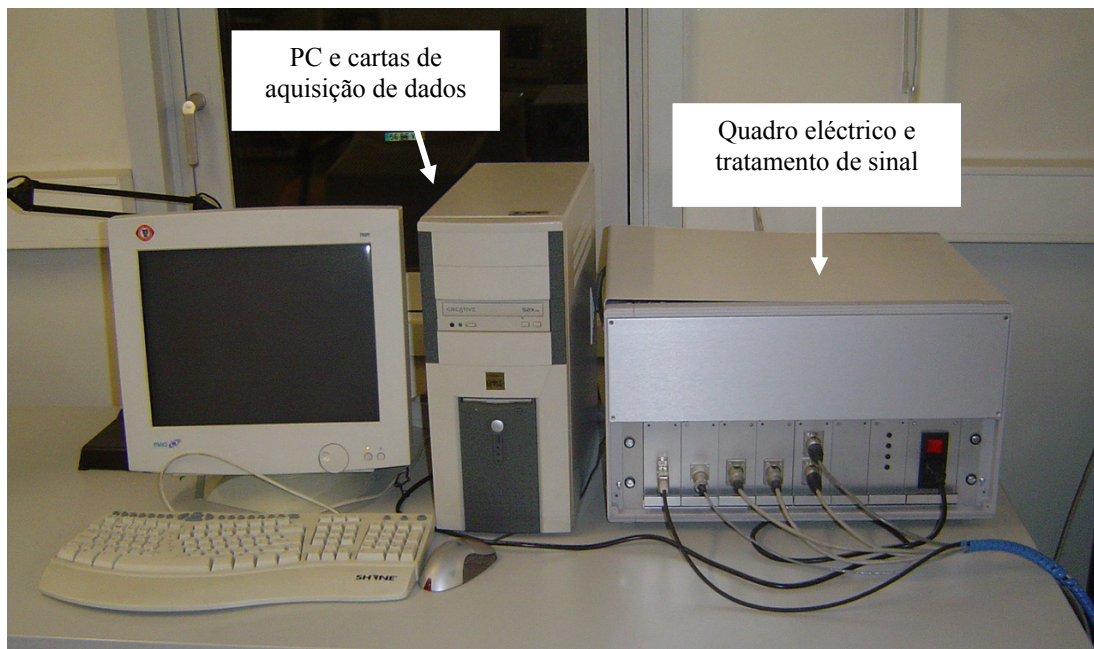


Fig. 5 – Instalação experimental: sistema de controlo e aquisição de dados

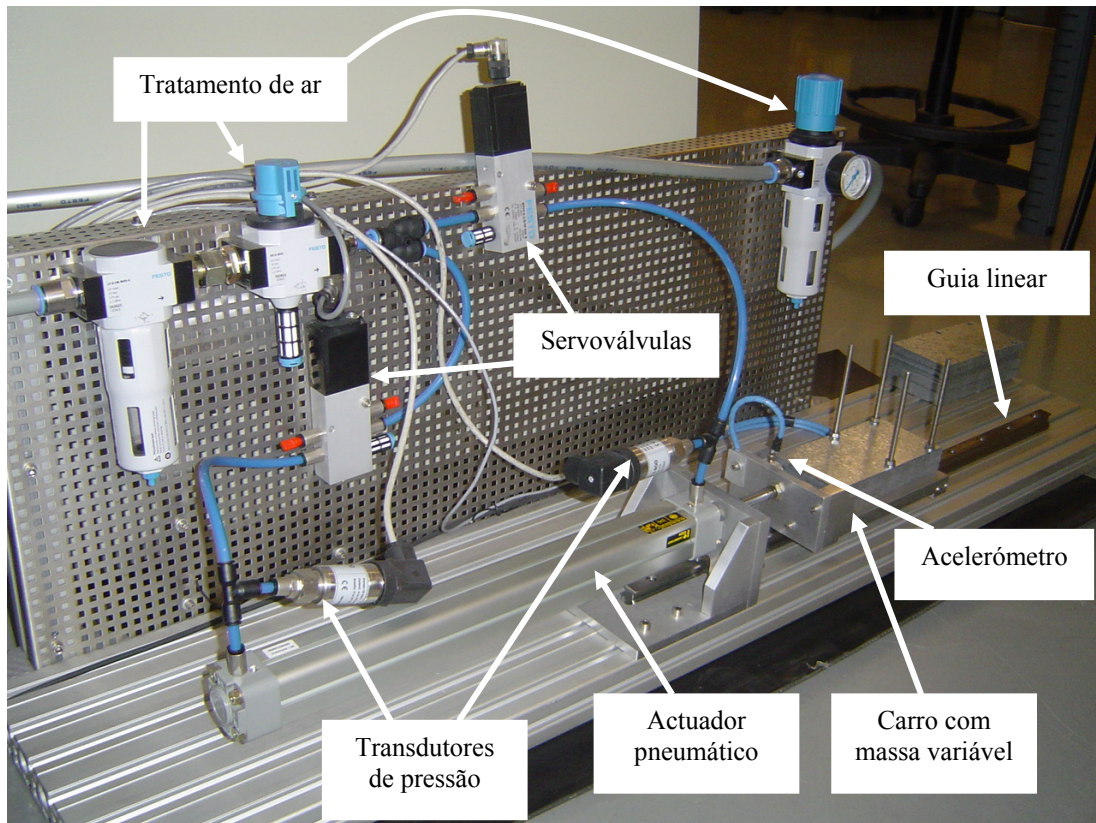


Fig. 6 – Instalação experimental: sistema electropneumático

A relação entre os elementos do sistema é representada no diagrama da Fig. 7. Tal como referido anteriormente, existem dois objectivos de controlo neste trabalho: i) posicionar o carro, com a maior exactidão possível, em qualquer ponto da guia linear apresentada na Fig. 6, e ii) conseguir que o carro siga, o mais fielmente possível, uma trajectória de movimento de referência. Uma vez que o carro é movido pelo actuador pneumático, para atingir estes objectivos é necessário controlar a quantidade de ar que entra e sai em cada uma das suas câmaras. Essa é a tarefa das servoválvulas, que estão situadas entre a fonte de energia pneumática e as câmaras do cilindro e desempenham assim o papel de moduladores de potência. Isto mesmo pode ser confirmado analisando o circuito pneumático do sistema apresentado na Fig. 8. O sinal de referência para as servoválvulas (a acção de controlo) é calculado pelo controlador com base num algoritmo que analisa dois elementos: a posição ou trajectória desejadas para o carro e o valor de algumas variáveis de estado do sistema, medidos por transdutores e adquiridos pelas cartas de aquisição de dados. De seguida efectua-se uma apresentação mais detalhada do sistema electropneumático e do sistema de aquisição de dados.

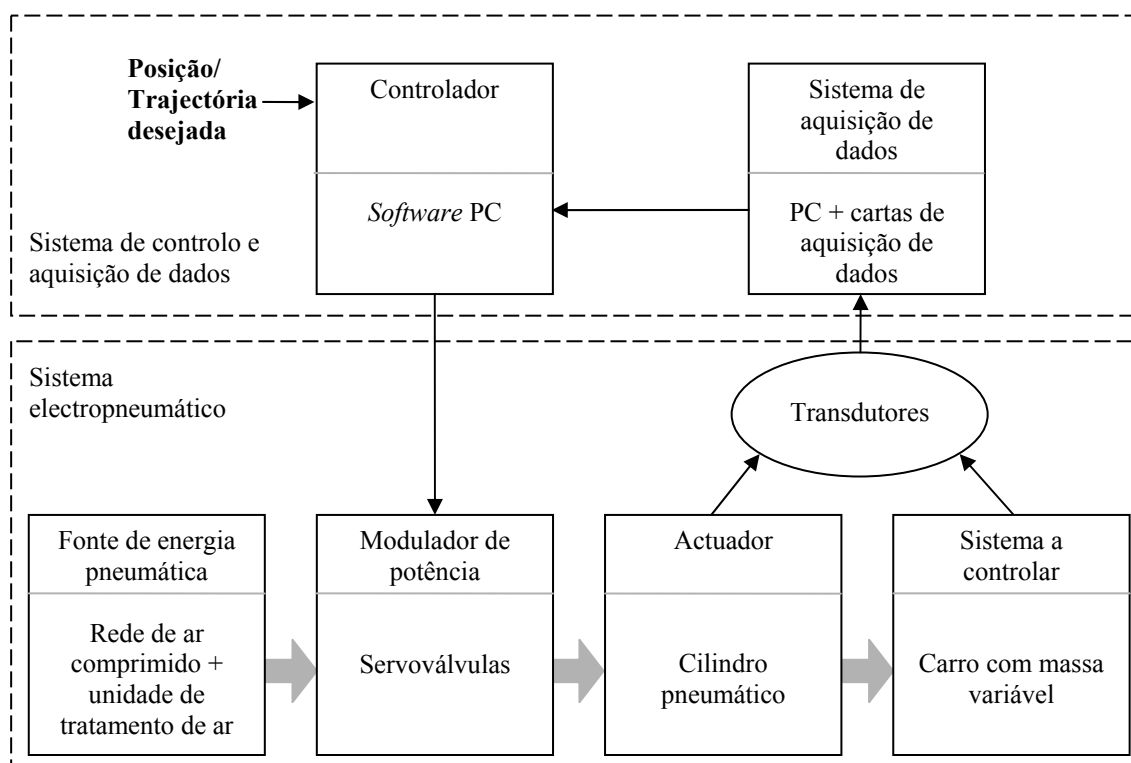


Fig. 7 – Relações entre os diversos elementos da instalação experimental

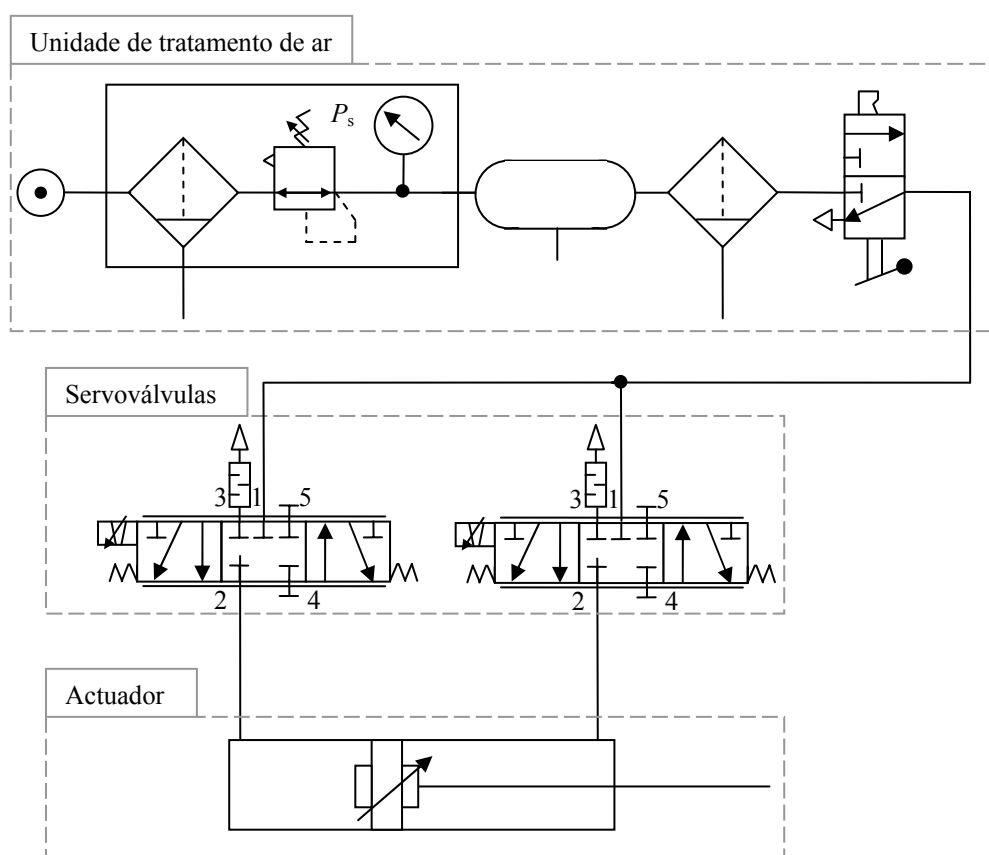


Fig. 8 – Circuito pneumático do sistema

### 1.2.1 Sistema electropneumático

#### *Unidade de tratamento de ar*

A energia pneumática que alimenta o sistema é disponibilizada pela rede de distribuição de ar comprimido. A pressão disponível na rede é 10 bar\* (absoluto) e a pressão de alimentação utilizada neste trabalho é 7 bar (absoluto), pelo que na unidade de tratamento de ar existe uma válvula redutora de pressão (cf. Fig. 8). Há também dois filtros de ar (40µm e 5µm) e uma válvula de corte da alimentação do circuito. Existe ainda um acumulador de 5 litros que permite reduzir as flutuações na pressão de alimentação  $P_s$ , que será portanto considerada constante ao longo deste trabalho.

#### *Servoválvulas*

As servoválvulas utilizadas são fabricadas pela FESTO (referência MPYE-5-1/8-HF-010-B), têm cinco orifícios e centro fechado. As suas principais características são apresentadas na Tabela 2.

Note-se que apesar de só ser necessária uma servoválvula de cinco orifícios para controlar um cilindro pneumático de duplo efeito, neste trabalho procurou-se explorar o grau de liberdade que se ganha ao controlar independentemente o caudal em cada câmara. Como para controlar o caudal de uma câmara só é necessária uma válvula com três orifícios, os orifícios 4 e 5 de cada válvula com cinco orifícios foram obturados. Este tema será novamente abordado no Capítulo 2, na apresentação do procedimento adoptado na medição experimental das curvas características das válvulas, e no Capítulo 5, na discussão da estrutura do controlador não linear. É ainda de referir que apesar de não estar explícito no diagrama da Fig. 7, a gaveta de cada servoválvula possui um transdutor de posição e respectivo controlador. No entanto, estes sinais não estão acessíveis ao utilizador, motivo pelo qual não foram representados.

---

\* Note-se que apesar de em todas as equações neste trabalho a unidade de pressão ser o Pascal, no texto e na apresentação de resultados também se utilizará por vezes a mais intuitiva unidade bar ( $1\text{bar} = 1 \times 10^5 \text{Pa}$ ).

Tabela 2 – Principais características das servoválvulas utilizadas

Característica	Valor
Pressão máxima admissível	10 bar
Tensão de alimentação	24 V
Caudal nominal	700 SLPM
Largura de banda a -3dB	100 Hz
Tensão de referência	0-10 V

### *Actuador pneumático e carro guiado*

A Fig. 9 apresenta um esquema da parte mecânica do sistema. O carro é accionado pelo actuador pneumático e guiado externamente por um conjunto formado por uma guia e por um patim de esferas. A massa móvel pode ser alterada desde um valor mínimo  $M_{\min}$  quando o carro não transporta nenhuma chapa, até um valor máximo  $M_{\max}$  quando o carro transporta 44 chapas. A massa das 44 chapas é de 10.32 kg, e o valor quer de  $M_{\min}$  quer de  $M_{\max}$  será identificado experimentalmente na secção 3.1.4. O actuador pneumático é um cilindro industrial, de duplo efeito e assimétrico, do fabricante Asco-Joucomatic, que utiliza vedantes de baixo atrito do tipo “Omega” e possui amortecimento interno pneumático regulável. As suas dimensões, representadas na Fig. 9, encontram-se na Tabela 3. Registe-se ainda que a posição  $x$  do carro é medida num referencial cuja origem corresponde à posição central do cilindro. Para além disso, como a ligação entre o carro e a haste do cilindro é rígida, a variável  $x$  representa indiferentemente a posição do carro e do pistão. Os volumes da câmara A ( $V_A$ ) e da câmara B ( $V_B$ ) são definidos por:

$$V_A = A_A(l/2 + x) + V_{Ad} \quad (1)$$

$$V_B = A_B(l/2 - x) + V_{Bd} \quad (2)$$

em que  $V_{Ad}$  e  $V_{Bd}$  representam os volumes mortos de cada câmara, que serão estimados experimentalmente na secção 3.3.



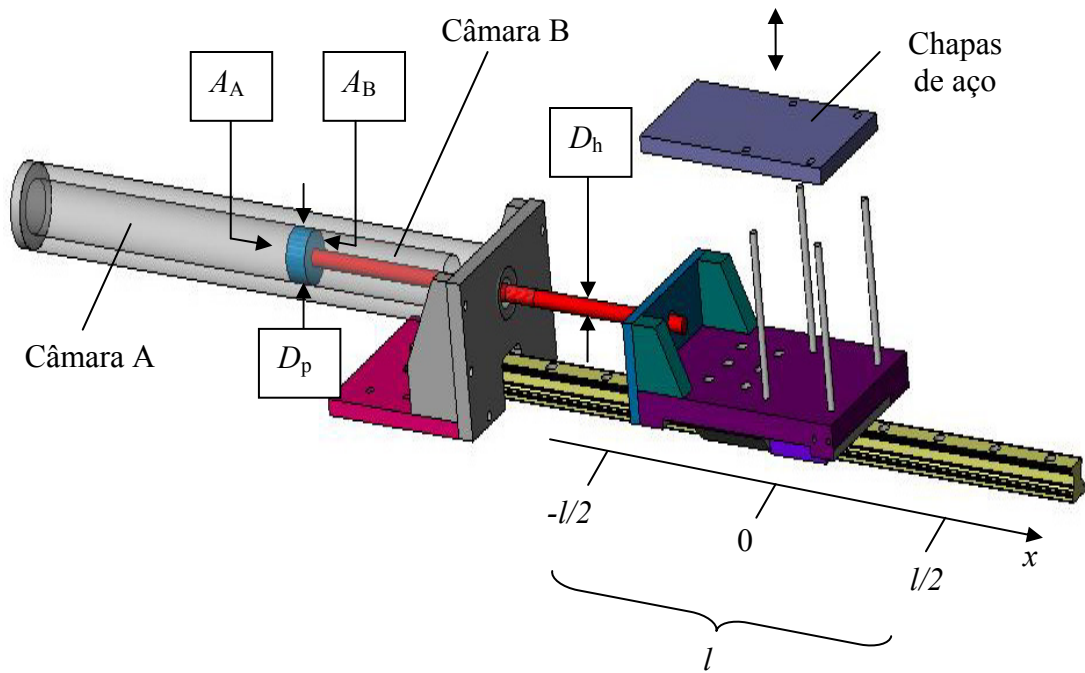


Fig. 9 – Esquema da parte mecânica do sistema servopneumático

Tabela 3 – Dimensões do actuador pneumático

Variável	Descrição	Valor
$D_p$	Diâmetro do pistão	0.032 m
$D_h$	Diâmetro da haste	0.012 m
$L$	Curso do cilindro	0.4 m
$A_A$	Área da câmara A	$8.04 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
$A_B$	Área da câmara B	$6.91 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
$A_h$	Área da haste	$1.13 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Refira-se ainda que as dimensões e as cargas do sistema utilizado neste trabalho foram escolhidas de forma a serem representativas da prática corrente em servopneumática. De facto, as dimensões do cilindro correspondem a uma gama média relativamente à oferta disponível em actuadores pneumáticos e a carga transportada pode ser considerada uma carga “típica”: segundo um estudo publicado em 1996 por um responsável do fabricante de material pneumático FESTO [12], 65% das cargas transportadas em servopneumática correspondem a massas situadas entre 1 e 10 kg, 20% correspondem a massas superiores a 10 kg e 15% a massas inferiores a 1 kg.

*Transdutores e observadores das variáveis de estado*

O sistema electropneumático está instrumentado com dois transdutores de pressão, um transdutor de posição e um acelerómetro. Os transdutores de pressão lêem a pressão à entrada de cada câmara e são fabricados pela empresa Druck (Druck PTX 1400). A sua gama de medição vai desde 0 até 10 bar absolutos e têm uma exactidão de 0.2% do valor de fim de escala (FS). O sinal de saída é uma corrente que varia entre 4 e 20mA.

O transdutor de posição é comercializado pela Bosch/Rexroth e está integrado no sistema de guiamento, como representado na Fig. 10. Trata-se de um codificador incremental, com princípio de funcionamento magnético, que é composto por dois elementos: um bloco de leitura solidário com o patim e uma régua graduada inscrita na guia. A resolução deste codificador é de  $5\mu\text{m}$ , a velocidade máxima possível é  $5\text{ms}^{-1}$  e o sinal de saída obedece à norma RS 422.

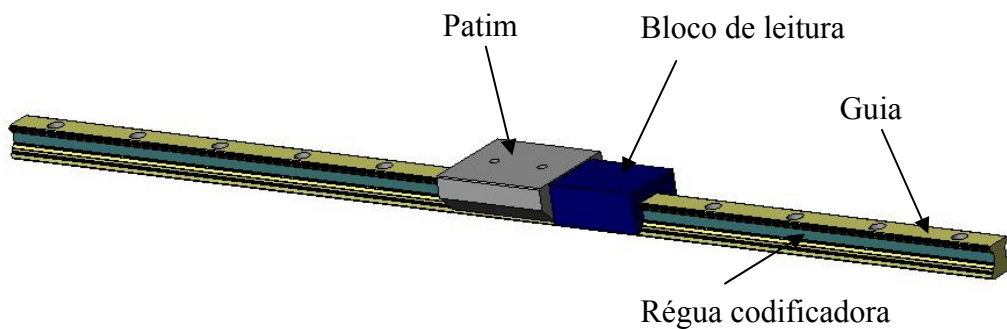


Fig. 10 – Sistema de guiamento e medição da posição do carro

O acelerómetro é fabricado pela FGP, (FA 101A2  $\pm 50\text{G}$  LC 1), mede acelerações entre  $\pm 50\text{g}$  com uma exactidão de 0.1%FS e fornece uma tensão na gama  $\pm 5\text{V}$ . É de realçar que apesar de existir um acelerómetro no sistema, este só foi utilizado para efeitos de comparação com os dados obtidos por diferenciação numérica da velocidade. De facto, é desejável evitar a utilização do acelerómetro pois é um dos transdutores mais dispendiosos do sistema. Existem diversas formas de desenvolver observadores de velocidade e aceleração (ver por exemplo [13] [14]), mas neste trabalho optou-se por utilizar a derivação numérica do sinal de posição. O principal inconveniente da utilização deste procedimento em dados experimentais é causado pela amplificação do ruído do sinal que se pretende derivar. No caso em estudo, no entanto, o sinal do transdutor de posição contém pouco ruído, pelo que o procedimento de diferenciação



numérica conduz a bons resultados. Para tratamento de dados em tempo real, utilizaram-se diferenças finitas regressivas:

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_i) - x(t_i - \Delta)}{\Delta} \quad (3)$$

$$\ddot{x}(t_i) = \frac{x(t_i) - 2x(t_i - \Delta) + x(t_i - 2\Delta)}{\Delta^2} \quad (4)$$

Para tratamento de dados *offline* utilizaram-se diferenças finitas centrais:

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_i + \Delta) - x(t_i - \Delta)}{2\Delta} \quad (5)$$

$$\ddot{x}(t_i) = \frac{x(t_i + \Delta) - 2x(t_i) + x(t_i - \Delta)}{\Delta^2} \quad (6)$$

Nestas equações  $t_i$  é o instante em que se calcula a derivada e  $\Delta$  é o período de amostragem, que varia de acordo com a experiência realizada e será especificado ao longo do texto.

### 1.2.2 Sistema de controlo e aquisição de dados

#### *Estrutura informática e de aquisição de dados*

O controlador do sistema foi desenvolvido com base num PC cujo CPU é um Intel Pentium III com uma velocidade de relógio de 1 GHz. No seu interior foram montadas duas cartas de aquisição: uma carta fabricada pela *Computer Boards*, de 16 bits, com 8 canais diferenciais analógicos de entrada e dois canais de saída (referência PCI-DAS1602/16) e uma carta de codificadores da Measurement Computing (referência PCI-QUAD04) para o transdutor de posição.

O *software* utilizado para o controlo do sistema foi o Matlab/Simulink®, que permite configurar directamente as cartas de aquisição de dados por *software*, assim

como definir a frequência de amostragem pretendida. Para além disso, o Matlab/Simulink® possibilita a geração automática de código *C* executável em tempo real através do *Real Time Workshop*. A frequência de aquisição utilizada neste trabalho varia de acordo com a tarefa em causa e situa-se entre 100 Hz e 1Kz, valores típicos no controlo de sistemas electropneumáticos e electrohidráulicos [6].

### *Condicionamento de sinal*

A Fig. 11 representa esquematicamente o condicionamento de sinal e sua ligação ao PC. Os sinais provenientes dos transdutores são condicionados no quadro eléctrico através de cartas desenvolvidas ou adquiridas para o efeito. Exceptuando o transdutor de posição que se encontra directamente ligado à carta do codificador incremental existente no PC, as cartas dos condicionadores têm todas a mesma estrutura que consiste num andar de amplificação para uniformizar as gamas de sinais e em filtros de primeira ordem destinados a reduzir o ruído. A Tabela 4 resume as principais características eléctricas e de condicionamento de sinal dos transdutores do sistema.

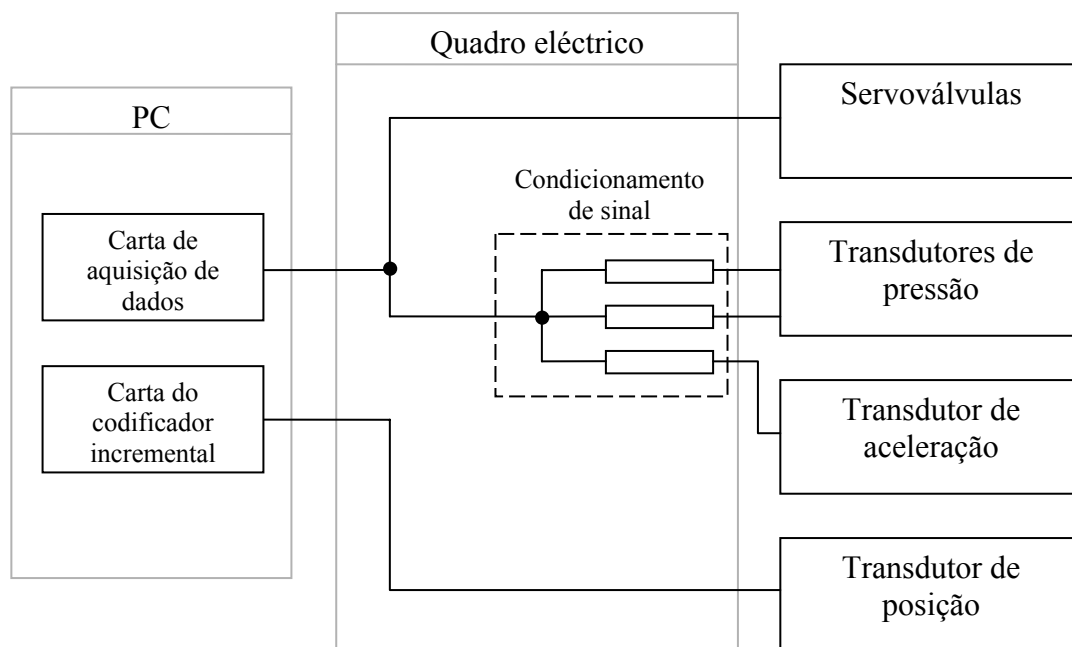


Fig. 11 – PC, aquisição de dados e condicionamento de sinal

Tabela 4 – Características eléctricas e de condicionamento de sinal

Transdutor	Sinal de alimentação	Sinal de saída	Ganho de amplificação	Frequência de corte do filtro
Acelerómetro	Tensão: $\pm 15$ VDC	Tensão: $\pm 5$ VDC	2	48 Hz
Transdutores de Pressão	Tensão: + 24 VDC	Corrente: 4 – 20 mA	0,499 V/mA	100 Hz

### 1.3 Objectivos do trabalho

Apesar do avanço que o controlo de servomecanismos pneumáticos tem sofrido nos últimos anos, existem ainda diversos problemas por resolver. De um ponto de vista do desempenho do sistema, as soluções servopneumáticas encontram-se atrás das eléctricas, quer na exactidão atingida em tarefas de posicionamento, quer no seguimento de trajectórias de movimento. Para além disso, a carga externa influencia substancialmente a capacidade de posicionamento. O objectivo global deste trabalho é assim contribuir, nestes aspectos, para a melhoria do desempenho de servomecanismos pneumáticos.

Nas duas últimas décadas, as redes neuronais artificiais surgiram como uma ferramenta de modelação particularmente adequada à modelação de sistemas não lineares. Ora um dos maiores problemas no desempenho de sistemas servopneumáticos é precisamente devido ao comportamento não linear das servoválvulas e da força de atrito. Apesar disso, e tanto quanto foi possível apurar, a utilização desta ferramenta na modelação destes dois elementos não se encontra muito divulgada na literatura. Pretende-se assim aproveitar as potencialidades das redes neuronais artificiais no desenvolvimento de modelos desses elementos do sistema.

Ainda no que diz respeito à modelação, neste trabalho também se pretende estudar em profundidade os modelos termodinâmicos do ar no interior das câmaras do cilindro. De facto, existem dois aspectos que normalmente não são detalhados na literatura: como contabilizar explicitamente a transferência de calor entre o ar e as paredes no cilindro? Qual a melhor forma de eliminar a temperatura enquanto variável de estado?

Por último, pretende-se desenvolver um controlador que permita melhorar o desempenho de sistemas servopneumáticos no controlo de movimento. Para isso, o controlador deve apresentar uma elevada robustez a variações nos parâmetros do sistema, de forma a acomodar diferentes cargas de trabalho e eventuais erros de modelação. Um objectivo que também será perseguido no desenvolvimento do controlador é a averiguação de formas inovadoras que permitam explorar convenientemente o grau de liberdade adicional que as duas servoválvulas conferem.

### ***1.4 Organização do trabalho***

Os capítulos seguintes, 2 e 3, são dedicados à obtenção de modelos dos componentes do sistema, necessários na posterior síntese de controladores. O capítulo 2, dedicado à modelação das servoválvulas pneumáticas, é iniciado com uma breve introdução às redes neuronais artificiais, uma vez que os modelos nele desenvolvidos utilizam esta metodologia. De seguida, é realizada uma revisão dos modelos de servoválvulas pneumáticas existentes na literatura e são propostos dois novos modelos estáticos para servoválvulas com três orifícios: um para utilização em tarefas de simulação e outro para utilização em tarefas de controlo. Ambos os modelos são testados com dados experimentais que comprovam a eficácia da abordagem seguida. O capítulo 2 é encerrado com um resumo das principais conclusões relativas à modelação das servoválvulas pneumáticas.

O capítulo 3 é dedicado à modelação do actuador do sistema e pode ser dividido em três partes: a determinação do modelo mecânico, a determinação do modelo termodinâmico e a simplificação dos modelos obtidos para uma utilização em controlo. Na primeira parte do capítulo 3 determinam-se as equações que descrevem o comportamento mecânico do sistema e descrevem-se brevemente os regimes de atrito presentes em contactos lubrificados. De seguida, apresentam-se os modelos de atrito mais comuns da literatura e efectua-se a identificação, baseada em dados experimentais, de três modelos de atrito.

A segunda parte do capítulo 3 é iniciada com a dedução das equações diferenciais que descrevem a evolução da pressão e da temperatura no interior de uma câmara pneumática. Essas equações evidenciam a necessidade de determinar a

transferência de calor entre o ar no interior do cilindro e as suas paredes, pelo que de seguida é proposta uma metodologia experimental inovadora para a estimar.

O modelo termodinâmico que resulta dos passos acima indicados não é adequado para a síntese de controladores do sistema pois a sua ordem é muito elevada. Por este motivo, na terceira parte do capítulo 3 estudam-se formas de eliminar a variável de estado temperatura, apresentando e comentando as várias abordagens propostas na literatura para esse efeito. Uma vez que nenhuma dessas abordagens incorpora explicitamente a transferência de calor, propõem-se novos modelos que o fazem. Todos os modelos são então comparados entre si para perceber qual ou quais deles conduzem ao melhor desempenho na previsão da pressão do ar nas câmaras do actuador.

O quarto capítulo aborda o estudo de controladores lineares e principia com a apresentação detalhada do procedimento de linearização do modelo do sistema. Seguidamente, e partindo desse modelo linearizado, são sintetizados três controladores lineares: proporcional, PID e retorno de estado (com e sem acção integral). Como se verá, estes controladores conduzem ao aparecimento de fenómenos indesejados (como ciclos limite e oscilações) que são analisados e justificados. Estes factos justificam a evolução para controladores mais evoluídos, não lineares, analisados no capítulo 5.

O quinto capítulo principia com uma síntese de algumas das estratégias de controlo que foram utilizadas nos últimos anos na área da servopneumática. O passo seguinte do capítulo 5 consiste no desenvolvimento de um novo controlador não linear para sistemas servopneumáticos. A secção 5.2 apresenta a estrutura deste controlador, que permite separar o controlo de força pneumática de cada câmara do controlo do movimento da parte móvel do sistema. Na secção 5.3 apresenta-se o controlador de força, na secção 5.4 propõem-se e comparam-se duas formas de gerir as forças em cada câmara e na secção 5.5 desenvolve-se o controlador de movimento. O controlador é então testado experimentalmente em ensaios de seguimento de diversas referências de posição, velocidade e aceleração. O capítulo 5 termina com um sumário das principais ilações obtidas.

Finalmente, no último capítulo, apresentam-se as principais conclusões deste trabalho e sugerem-se caminhos a explorar no futuro.



# CAPÍTULO 2

## Modelação de servoválvulas pneumáticas de três orifícios

Neste capítulo apresenta-se a modelação das servoválvulas – os elementos responsáveis pela modulação do caudal de ar que entra ou sai das câmaras do actuador pneumático. A principal contribuição deste capítulo é o desenvolvimento de dois novos modelos para servoválvulas pneumáticas com três orifícios, baseados em redes neuronais artificiais. O capítulo é assim iniciado com uma breve introdução a esta metodologia de modelação, após o que se procede à apresentação do modelo teórico de uma servoválvula pneumática.

O modelo acima levanta um problema: a acção de controlo (a tensão eléctrica aplicada à servoválvula) não aparece de forma linear nas equações. Uma vez que para se aplicar directamente muitas das técnicas de controlo não linear é necessário que a acção de controlo surja de forma linear nas equações do sistema, analisam-se diversas propostas existentes na literatura para resolver esta questão. À luz dessa análise propõem-se dois novos modelos para servoválvulas pneumáticas. Um deles (modelo directo) destina-se a ser utilizado em simulação e estima o caudal mássico de ar para uma determinada pressão de trabalho e uma determinada acção de controlo. O outro (modelo inverso) destina-se a ser utilizado em controlo e estima a acção de controlo que, com uma determinada pressão de trabalho, garante um caudal mássico desejado. O modelo inverso proposto permite aplicar directamente técnicas de controlo não linear que requeiram um modelo linear na acção de controlo.

Na parte final do capítulo avalia-se experimentalmente o desempenho dos modelos desenvolvidos. Os resultados obtidos indicam que se consegue atingir uma reprodução fiel das características das duas servoválvulas utilizadas neste trabalho.

### 2.1. Breve introdução às redes neuronais artificiais

Encontram-se na literatura estudos sobre redes neuronais artificiais (ANN, do inglês *Artificial Neural Networks*) desde finais dos anos 50. Apesar do entusiasmo generalizado que inicialmente surgiu com a possibilidade de um modelo que “aprende” o mundo que o rodeia, tal como o cérebro humano o faz, cedo esse entusiasmo foi contido pela constatação das limitações das redes neuronais artificiais mais simples [15]. Num famoso livro publicado em 1969, Minsky e Papert [16] expõem as limitações das redes neuronais com uma única camada, nomeadamente a sua incapacidade para classificar padrões não separáveis por uma função linear. Para além disso, Minsky e Papert revelam um forte ceticismo quanto à possibilidade de estes problemas serem ultrapassados, mesmo com a utilização de redes com várias camadas. Este desapontamento generalizado com as capacidades das ANN, juntamente com a ausência de computadores pessoais para experimentação das várias ideias existentes na época, provocou um abrandamento da investigação na década de 70. Posteriormente, na década de 80, surgiram diversos estudos, oriundos de variadas áreas do conhecimento, que superaram as dificuldades anteriormente referidas (ver [15] para uma descrição detalhada). Este facto, acompanhado da forte evolução no domínio da informática, fez com que desde os anos 80 até à data presente se assista a uma forte actividade de investigação no domínio das ANN.

As ANN são uma metodologia atractiva uma vez que permitem encontrar o modelo de um sistema com pouco ou nenhum conhecimento das suas propriedades físicas. Encontram-se aplicações de ANN em praticamente todos os ramos de conhecimento, mas de uma forma genérica é possível afirmar que as principais aplicações de ANN consistem na aproximação de funções e na classificação de padrões – cf. Fig. 12. No primeiro caso trata-se de um problema de identificação de sistemas: pretende-se encontrar uma qualquer função  $f$ , desconhecida, que efectua o mapeamento entre a entrada  $u$  e a saída  $y$  de um sistema (ver Fig. 12 a)). Para efectuar esse mapeamento utiliza-se uma rede ANN que aproxima a função  $f$  através de exemplos de  $u$  e de  $y$  que lhe são fornecidos durante um procedimento que se designa por treino da rede. No segundo caso a tarefa da ANN é identificar a que classe (dentro de um conjunto de classes pré-definidas) corresponde um determinado padrão das suas entradas. Na Fig. 12 b) apresenta-se um exemplo simples de uma rede com entradas  $e_1$  e  $e_2$  cuja tarefa é identificar correctamente se cada par  $(e_1, e_2)$  corresponde à classe  $z_1$  ou à



classe  $z_2$ . Neste trabalho as ANN serão utilizadas como uma ferramenta de aproximação de funções.

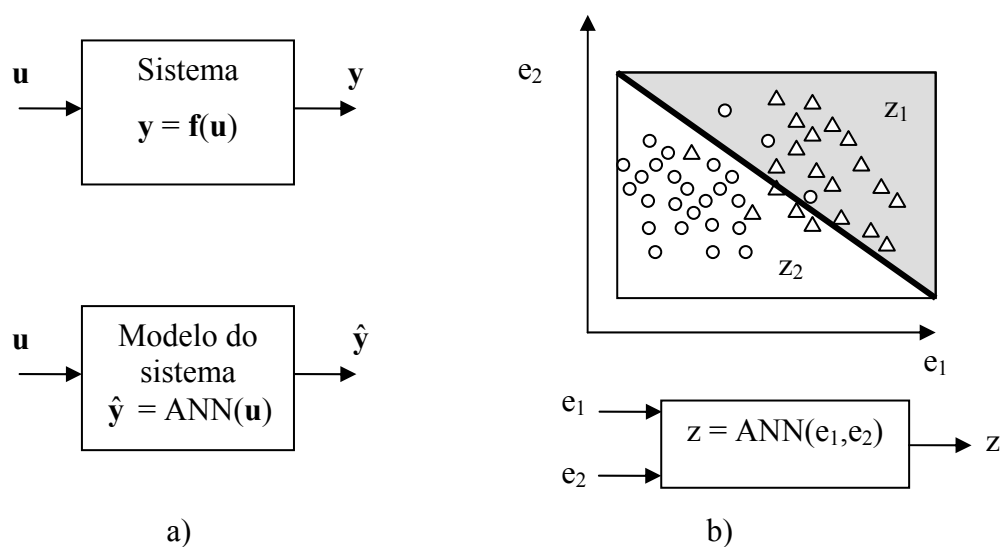


Fig. 12 – Aplicações de ANN: a) aproximação de funções b) classificação de padrões

Apesar de existirem muitas publicações nesta área, aparentemente não existe uma definição única de rede neuronal artificial. Nørgaard *et al.* [17] define uma rede neuronal artificial como “um sistema constituído por vários elementos de processamento simples, os neurónios, ligados entre si por um conjunto de parâmetros sinápticos” (em tradução livre do autor). Nesta definição existem alguns elementos que merecem comentário: em primeiro lugar, os parâmetros de uma rede neuronal artificial são normalmente designados por pesos (*weights*), porventura pelo facto de nas ANN mais simples a saída da rede não ser mais do que uma soma ponderada das entradas; em segundo lugar, o termo sináptico remete para o funcionamento do cérebro animal. No cérebro animal, uma sinapse é a região de contacto entre dois neurónios onde se efectua a transmissão da actividade nervosa. De forma semelhante, numa ANN os pesos são os elementos que efectuam a ligação entre os vários elementos processadores, os neurónios.

Considere-se a Fig. 13, que apresenta uma rede neuronal artificial constituída por apenas um neurónio. Esta rede tem duas entradas  $I_1$  e  $I_2$ , uma saída  $O_1$ , um valor de desvio  $bw_1$  (*offset* ou *bias*), dois pesos  $iw_{11}$  e  $iw_{12}$  e uma função de activação  $f_{\text{ANN}}$ . Quando se introduzem valores nas entradas desta rede, esses valores são ponderados pelos pesos respectivos ( $I_1$  é ponderado por  $iw_1$  e  $I_2$  é ponderado por  $iw_2$ ) e somados ao

valor do desvio  $bw_1$ . O resultado dessa soma é o argumento da função de activação  $f_{ANN}$ . Na Fig. 14 apresentam-se alguns exemplos das funções de activação que são frequentemente encontradas em ANN.

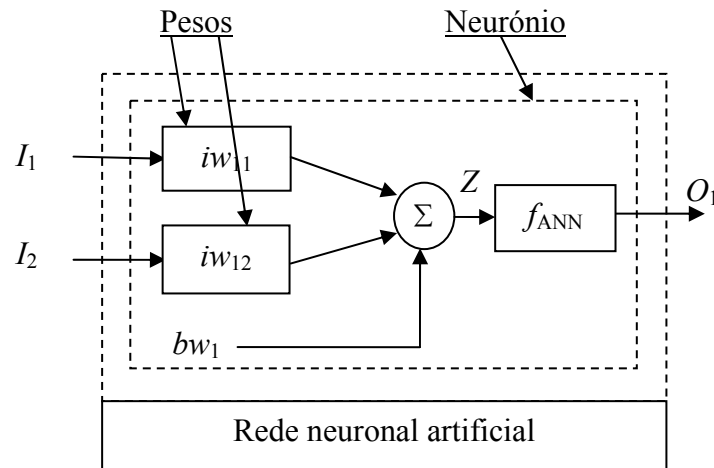


Fig. 13 – Estrutura de uma rede neuronal artificial elementar

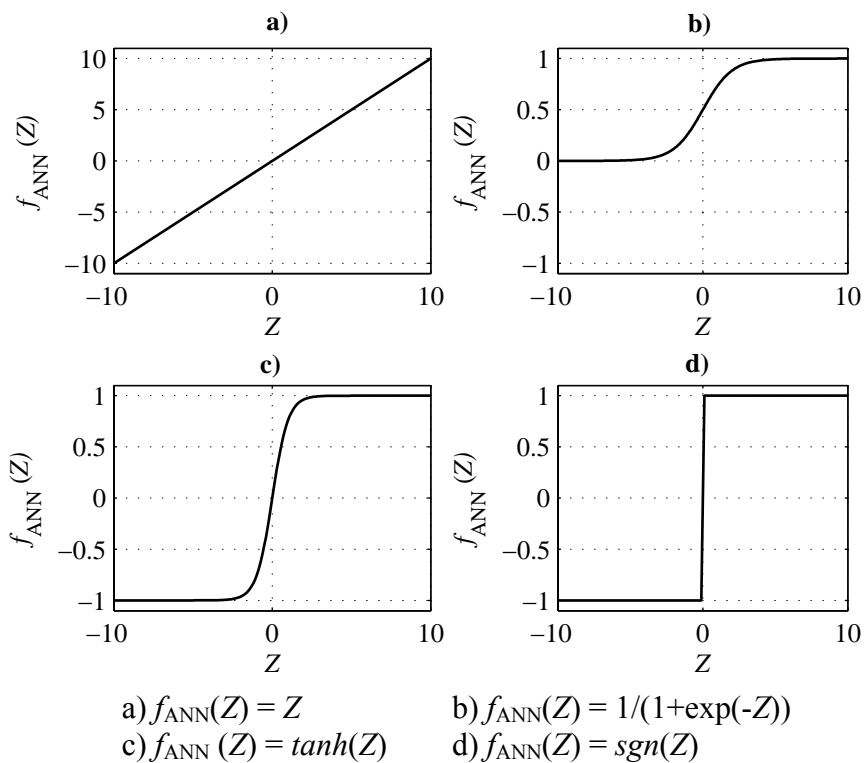


Fig. 14 – Algumas funções de activação: a) *linear*, b) *logsig*, c) *tansig*, d) *sgn*

Considerando que no exemplo da Fig. 13 se utiliza uma função de activação linear, a expressão matemática que traduz a saída da rede é dada por:

$$O_1 = iw_{11}I_1 + iw_{12}I_2 + bw_1 \quad (7)$$

Como se pode constatar na equação (7), a saída da rede da Fig. 13 é apenas a soma ponderada das entradas e do termo de desvio  $bw_1$ .

Os neurónios podem ser combinados de várias formas entre si. Neste trabalho utiliza-se uma combinação muito comum que consiste em criar várias camadas de neurónios e fazer com que as entradas dos neurónios de uma camada sejam as saídas dos neurónios das camadas anteriores. Redes construídas desta forma são designadas por *multilayer perceptrons* (MLP). Uma MLP pode ter tantas camadas quanto desejado, e a título exemplificativo a Fig. 15 representa uma MLP com duas camadas de neurónios:  $L_1$  tem 2 neurónios com funções de activação *tanh* e  $L_2$  tem um neurónio com função de activação linear. Uma vez que possui duas camadas de neurónios, na rede da Fig. 15 existem pesos entre os neurónios da camada 1 e os da camada 2 (assinalados como  $lw$ ). As camadas que se encontram entre as entradas exteriores à rede e a camada de saída são normalmente designadas por camadas escondidas (na Fig. 15 a camada escondida é  $L_1$ ). Quando se pretende mapear funções não lineares com a ANN, as funções de activação das camadas escondidas são normalmente funções *sigmoid* – Fig. 14 b) – ou *tanh* – Fig. 14 c). Uma vez que a saída destas funções é limitada a -1 e +1, a camada de saída é tipicamente linear para permitir um ajuste do ganho. Na rede da Fig. 15 todas as entradas estão ligadas a todos os neurónios de  $L_1$  e todos os neurónios de  $L_1$  ligados a todos os neurónios de  $L_2$ . Devido a esta característica, a rede da Fig. 15 é uma rede totalmente ligada. Genericamente, no entanto, não é imperativo que tal aconteça, encontrando-se na literatura diversas estruturas de redes parcialmente ligadas [18].

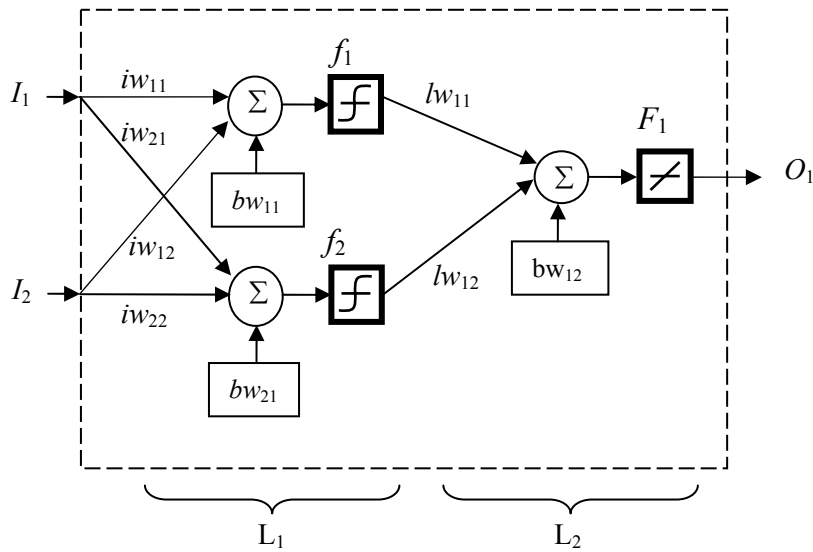


Fig. 15 – Uma rede neuronal artificial com duas camadas

A estrutura de uma MLP não tem de ser necessariamente a apresentada na Fig. 15. De facto, na estrutura dessa figura não há realimentação de sinais, tratando-se portanto de uma MLP *feedforward*; no entanto, no contexto de sistemas dinâmicos, há estudos em que se utilizam malhas de realimentação, quer internas à rede quer por ligação das saídas às entradas ([15], [17]). Essas redes são designadas por redes recorrentes ou dinâmicas e, apesar de representarem uma classe de sistemas mais genérica do que as MLP *feedforward*, são redes mais complexas pois levantam questões de estabilidade.

Até aqui foram brevemente descritos alguns aspectos relacionados com a estrutura e a dimensão de uma rede. Falta naturalmente discutir a forma como se encontram os seus parâmetros. Considere-se o exemplo muito simples apresentado na Fig. 16 onde se pretende encontrar, através de uma ANN, o modelo de um sistema com entrada  $u$  e saída  $y$ . Para isso existem  $n_T$  pares de dados experimentais  $(u_T, y_T)$  que constituem o conjunto de dados de treino:

$$\{u_T(1), u_T(2), \dots, u_T(n_T), y_T(1), y_T(2), \dots, y_T(n_T)\}$$

Os parâmetros  $\mathbf{w}$  da ANN podem ser encontrados através da minimização de um critério do erro de previsão da rede, definido pela diferença entre a saída prevista pela rede,

$\hat{y}(i|\mathbf{w})$ , e a saída do sistema,  $y_T(i)$ . O critério de erro mais utilizado é o erro quadrático médio (MSE) que, aplicado à Fig. 16, resulta em:

$$\text{MSE} = \frac{1}{n_T} \sum_{i=1}^{n_T} [y_T(i) - \hat{y}(i|\mathbf{w})]^2 \quad (8)$$

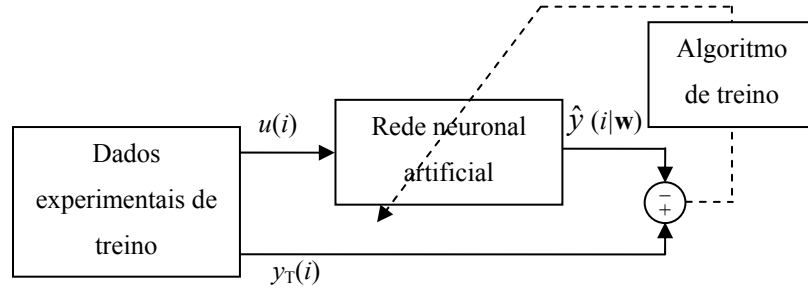


Fig. 16 – Exemplo do procedimento de treino de uma rede neuronal artificial

Ao processo de procura dos parâmetros da rede que conduzem a um mínimo do critério de erro chama-se o treino ou a aprendizagem da ANN. O exemplo dado acima é um exemplo de treino supervisionado visto que para cada valor da entrada  $u$  existe um valor desejado, ou alvo, para a saída da rede  $\hat{y}|\mathbf{w}$ . Neste exemplo, o alvo é o valor experimentalmente medido  $y$ . Apesar de neste trabalho se utilizar esta metodologia, convém referir que existem outras formas de aprendizagem que não necessitam dos valores desejados para a saída da rede [15]. Por outro lado, o procedimento de ajuste dos parâmetros da rede no exemplo que foi dado é baseado no erro entre saída desejada e a obtida. Apesar de esta ser também a via seguida neste trabalho, alerta-se novamente para o facto de existirem outros procedimentos de aprendizagem [15].

Uma vez que não há, de forma genérica, métodos analíticos para determinar os parâmetros da rede que minimizam o critério de erro entre saída desejada e obtida, o procedimento de treino é iterativo. Cada iteração realizada é também chamada época de treino. O treino de uma rede pode ser efectuado por lote (*batch*) ou de forma recursiva. No treino recursivo, mais vocacionado para sistemas adaptativos a funcionar em tempo real, o valor dos parâmetros é actualizado cada vez que surge um novo dado de treino. No treino por lote os parâmetros da rede só são actualizados depois de calculado o erro de todos os dados de treino. Neste trabalho utiliza-se o treino por lote. Existem vários algoritmos de treino de ANN, como por exemplo os algoritmos por gradiente

descendente, método de Newton e Levenberg-Marquardt (LM), [15], [17], mas a sua descrição e comparação ultrapassa o âmbito deste trabalho. Neste trabalho utilizou-se o algoritmo de Levenberg-Marquardt por ser referenciado como possuindo boas características de robustez e convergência [15], [17], [19].

O erro de treino pode ser representado por uma superfície, função dos parâmetros da rede. Esta superfície pode apresentar diversos mínimos locais, que correspondem a depressões localizadas, como as representadas na Fig. 17 para uma rede com dois parâmetros. Uma vez que os algoritmos de treino actualizam os pesos com base na informação do gradiente do erro, pode acontecer que, estando numa dessas depressões, qualquer alteração do valor dos parâmetros conduza sistematicamente a um aumento do erro. Nessa situação o algoritmo de treino fica “preso” numa solução que não corresponde ao valor mínimo global do erro. Esta situação deve naturalmente ser evitada, existindo na literatura diversas aproximações para o fazer [17], [20]. Neste trabalho adoptou-se uma estratégia mais simples, que consiste em treinar várias redes com pesos iniciais diferentes e posteriormente seleccionar a rede que conduz ao menor erro. Note-se, a este propósito, que apesar de existirem diversos algoritmos para inicialização dos pesos da rede ([19], [21]), neste trabalho essa inicialização foi feita de forma aleatória.

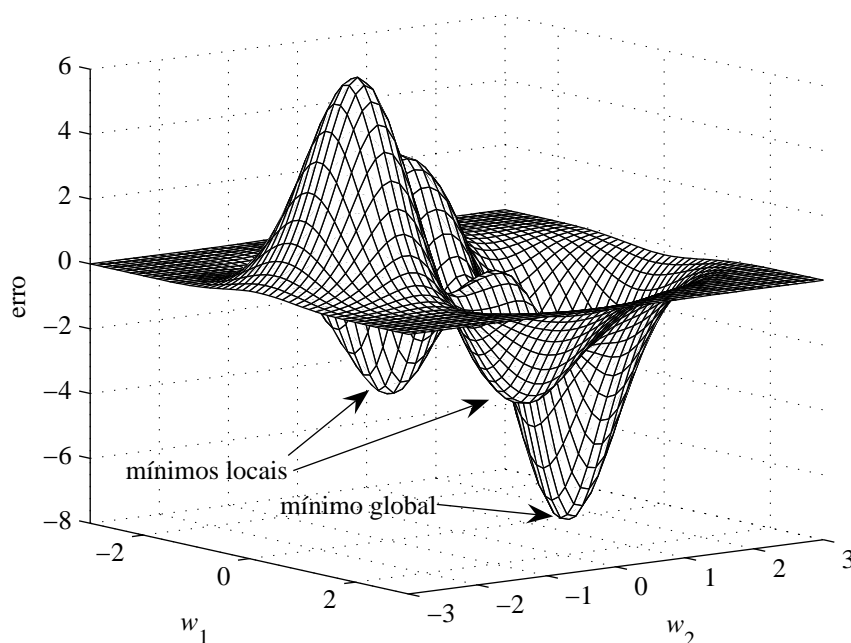


Fig. 17 – Superfície do erro de treino com diversos mínimos locais

Uma ANN correctamente treinada deve reproduzir com precisão não só os dados de treino mas também dados previamente desconhecidos. Por outras palavras, um modelo correctamente treinado dever possuir boas características de generalização. Com esse fim em vista utilizaram-se neste trabalho duas estratégias: o critério de erro (8) foi aumentado com um termo de regularização e utilizou-se um conjunto de dados de validação.

A alteração no critério de erro consiste em adicionar a (8) um termo que é função dos pesos da rede, tal como a equação (9) apresenta:

$$\text{MSE}_{\text{reg}} = \frac{1}{n_T} \sum_{i=1}^{n_T} [y_T(i) - \hat{y}(i | \mathbf{w})]^2 \alpha + \frac{1}{n_T} \mathbf{w}^T \mathfrak{S} \mathbf{w} (1 - \alpha) \quad (9)$$

Nesta equação,  $\mathfrak{S}$  é uma matriz que pondera a contribuição dos diferentes pesos para o critério de erro e  $\alpha$  é um parâmetro que traduz a importância relativa entre os erros de previsão e os parâmetros da rede. Neste trabalho,  $\mathfrak{S}$  foi considerada igual à matriz identidade. O objectivo deste critério de erro aumentado é “suavizar” o espaço dos parâmetros, conseguindo dessa forma melhores propriedades de generalização [17].

Para além da introdução de um termo de regularização no critério de erro, foi também utilizado um segundo conjunto de dados: os dados de validação. Enquanto os dados de treino são utilizados para efectuar o ajuste dos parâmetros da rede, os dados de validação funcionam como um teste da sua capacidade de generalização. Quanto maior for o número de épocas de treino de uma ANN, menor é o erro nos dados de treino. Este comportamento é natural já que o treino visa exactamente minimizar um critério de erro calculado com base nos dados de treino. No entanto, a evolução do erro no conjunto de dados de validação não é necessariamente a mesma. De facto, pode acontecer que, após decrescer no início do treino, o erro aumente a partir de um certo número de épocas, tal como exemplificado na Fig. 18. Este comportamento é justificado pelo facto de inicialmente a rede “aprender” correctamente as relações fundamentais entre entrada e saída mas, à medida que o número de épocas aumenta, começa a “aprender” o ruído contido nos dados de treino. Quando isso acontece, o erro nos dados de validação aumenta e, portanto, o treino deve ser terminado.

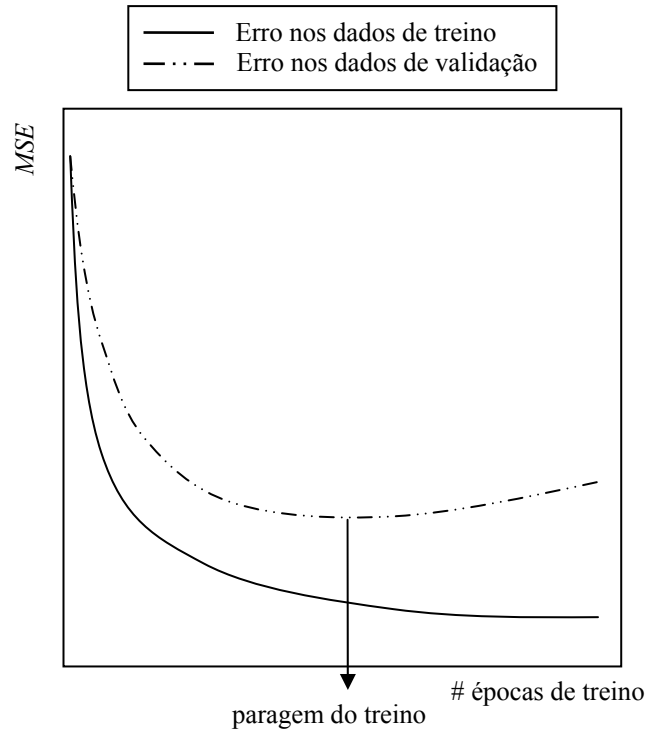


Fig. 18 – Exemplo da evolução do erro nos dados de treino e de validação

É de realçar que para além das MLP há ainda outros tipos de redes neuronais artificiais, entre os quais se destacam as redes baseadas em funções radiais (*radial basis functions networks*, RBFN). Uma das características que diferenciam as RBFN das MLP é o facto de utilizarem funções de activação radiais. Estas funções são monotonamente crescentes ou decrescentes em função da distância a um ponto central. Uma função radial frequentemente utilizada em RBFN é a função de Gauss:

$$f_{\text{ANN}}(Z) = \exp\left(-\frac{1}{2}Z^2\right) \quad (10)$$

com

$$Z = \left(\frac{I - \text{centro}}{\text{raio}}\right) \quad (11)$$



Nestas equações, *centro* é o ponto central da função radial, *raio* a dispersão em torno desse ponto central e  $I$  é a variável independente. Esta função apresenta um valor máximo igual a 1 quando  $I = \text{centro}$ . A título exemplificativo, a Fig. 19 apresenta uma representação da função de Gauss com vários valores de *centro* e de *raio*.

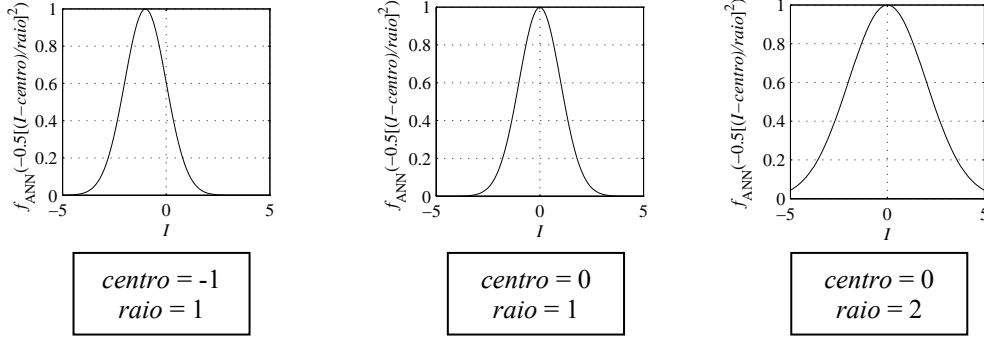


Fig. 19 – Função Gauss para vários valores de *centro* e de *raio*

A arquitectura típica de uma RBF contempla duas camadas *feedforward* de neurónios. A primeira camada tem funções de activação radiais e a segunda tem funções lineares. A Fig. 20 apresenta o exemplo de uma RBFN com uma entrada  $I_1$ , um neurónio na primeira camada (com função de activação de Gauss), um neurónio na segunda camada (com função de activação linear) e uma saída  $O_1$ . Nesta figura,  $\| \text{dist} \|$  representa a distância euclidiana entre a entrada  $I_1$  e o peso  $iw_{11}$ :

$$\| \text{dist} \| = \sqrt{(I_1 - iw_{11})^2} \quad (12)$$

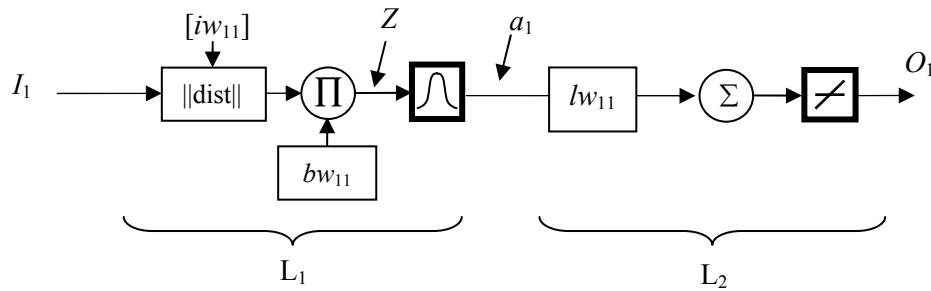


Fig. 20 – Exemplo de uma RBFN com uma entrada e uma saída

O valor de  $a_1$  na Fig. 20 pode ser escrito como:

$$a_1 = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{I_1 - iw_{11}}{1/bw_{11}}\right)^2\right) \quad (13)$$

Comparando a equação (13) com as equações (10) e (11) é possível constatar as seguintes correspondências: o peso  $iw_{11}$  é equivalente ao *centro* da função radial e o valor  $1/bw_{11}$  é equivalente ao seu *raio*. Considere-se que a rede é treinada apenas com um valor de  $I_1$  ( $I_{1t}$ ) e com um valor de  $O_1$  ( $O_{1t}$ ). Na formulação mais simples de uma RBFN, impõe-se que o peso  $iw_{11}$  seja igual ao valor de treino  $I_{1t}$ . Desta forma, quando  $I_1 = I_{1t}$ , a saída do neurónio radial é dada por  $a_1 = 1$  (diz-se que o neurónio se encontra activo). O peso  $bw_{11}$  é determinado de forma analítica, de forma a satisfazer os dados de treino:  $bw_{11} = O_{1t}$ . Este mecanismo de treino da rede faz com que o neurónio radial funcione como um detector da *distância* entre o valor na entrada  $I_1$  e o valor do peso  $iw_{11} = I_{1t}$ : se a distância for elevada,  $a_1 \approx 0 \Rightarrow O_1 \approx 0$ , se a distância for nula,  $a_1 = 1 \Rightarrow O_1 \approx O_{1t}$ .

Note-se ainda que o valor do desvio  $bw_{11}$  pode ser ajustado para tornar o neurónio radial mais ou menos sensível à distância entre o valor na entrada  $I_1$  e o valor de  $I_{1t}$ : se  $bw_{11}$  for muito elevado, a dispersão da função de Gauss é reduzida (ver equações (10) e (13)), pelo que  $a_1$  só toma um valor unitário quando a distância for muito pequena. De forma inversa, quando  $bw_{11}$  é reduzido, a dispersão é elevada, pelo que  $a_1 \approx 1$  mesmo se a distância for grande. Esta metodologia pode naturalmente ser generalizada a casos onde existam mais dados de treino, mais entradas e mais saídas. A título exemplificativo, na Fig. 21 apresenta-se uma RBFN com duas entradas  $I_1$  e  $I_2$ , uma saída  $O_1$  e um conjunto de  $n_T$  dados de treino:

$$\{I_{1T}(1), I_{1T}(2), \dots, I_{1T}(n_T), I_{2T}(1), I_{2T}(2), \dots, I_{2T}(n_T), O_{1T}(1), O_{1T}(2), \dots, O_{1T}(n_T)\}$$

De acordo com o raciocínio descrito para a rede da Fig. 20, quando se aplica uma entrada  $\{I_1 I_2\}$  na rede da Fig. 21, o neurónio mais activo é aquele cujos pesos estão mais próximos de  $\{I_1 I_2\}$ . Numa situação limite em que as entradas sejam idênticas aos pesos de um determinado neurónio, apenas esse neurónio estará activo e todos os outros estarão inactivos. Este comportamento evidencia o carácter de aproximação local das RBFN.

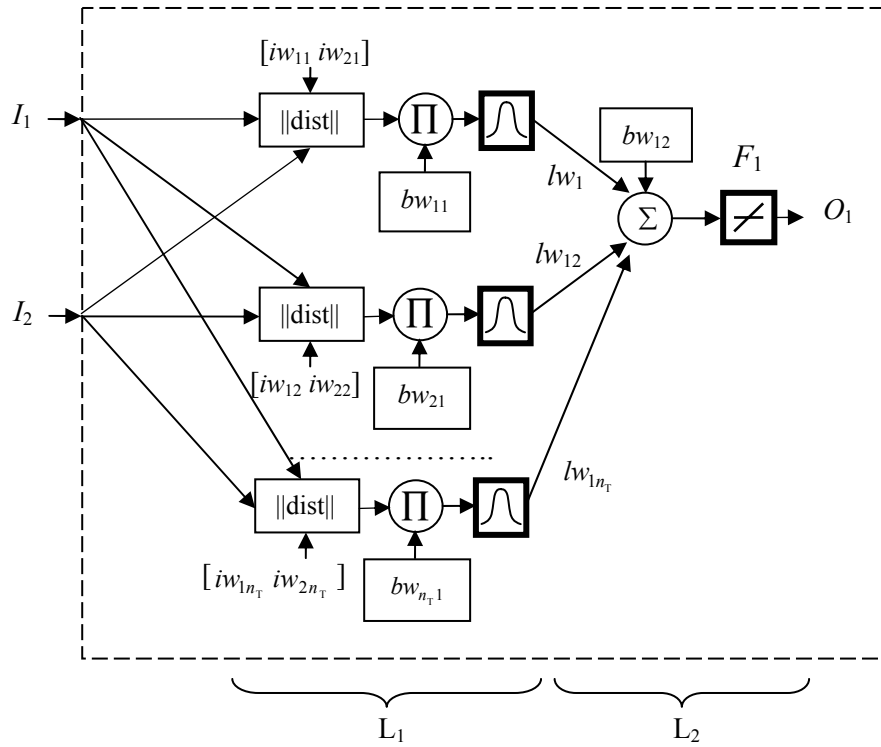


Fig. 21 – Exemplo de uma RBFN com duas entradas e uma saída

As RBFN até agora descritas chamam-se redes de *regularização* (*regularization* RBFN). Nestas redes o procedimento de treino é bastante mais rápido do que o treino de uma MLP; no entanto, se o conjunto de dados de treino contiver muitos dados, o peso computacional para as executar pode ser proibitivo. Por este motivo, existem as chamadas RBFN *generalizadas* (*generalized* RBFN) onde a complexidade da rede é reduzida diminuindo o seu número de neurónios. No entanto, contrariamente ao que acontece com as redes de regularização, os parâmetros das redes generalizadas não são obtidos analiticamente, sendo necessário recorrer a algoritmos de optimização, de forma análoga ao que acontece no treino das MLP (cf. Fig. 16).

Apesar das diferenças entre as redes MLP e RBFN, estes dois tipos de redes são equivalentes, no sentido em que existe sempre uma RBFN capaz de reproduzir correctamente uma MLP e *vice-versa* [15]. No entanto, em tarefas de aproximações de funções e para um mesmo grau de exactidão, as RBFN tendem a necessitar de mais parâmetros do que as MLP [15]. Esta tendência é justificada pelo carácter mais local do mapeamento obtido com funções de activação radiais. Este motivo, juntamente com o facto de as redes MLP estarem mais divulgadas na literatura do que as restantes, justifica que neste trabalho se utilizem redes MLP. Para além disso, como os modelos

desenvolvidos com ANN não são modelos dinâmicos, serão utilizadas redes *feedforward*.

Uma das características interessantes na utilização de ANN para efectuar aproximação de funções é o facto de ter sido provado que uma rede neuronal *feedforward* com pelo menos duas camadas e funções de activação não polinomiais pode aproximar qualquer função contínua com um qualquer grau de exactidão pretendido ([22], [23]). Note-se que apesar de o resultado apresentado por Cybenko [22] e por Hornik *et al.* [23] ser muito importante, nada é dito quanto à dimensão que a rede deve ter (quantas camadas e quantos neurónios) para atingir uma determinada exactidão na aproximação. Tanto quanto foi possível apurar, até à data presente não existe nenhum resultado que resolva este problema, pelo que neste trabalho as dimensões da rede foram encontradas por tentativa e erro [15].

A breve introdução que foi acima apresentada pretende explicar como as redes neuronais artificiais são utilizadas neste trabalho. O aprofundamento destes e de outros tópicos pode ser efectuado na vasta literatura existente. Dando apenas alguns exemplos, estudos genéricos sobre redes neuronais artificiais podem ser encontrados em [15] e [24] e estudos mais vocacionados para aplicações de modelação e controlo de sistemas dinâmicos podem ser encontrados em [19], [25], [26] ou [27].

No presente trabalho todo o *software* de desenvolvimento e treino das redes neuronais artificiais foi efectuado utilizando o Matlab®, nomeadamente a *Neural Networks Toolbox* [19].

## **2.2 Modelo teórico das servoválvulas**

Uma vez que neste trabalho se utilizam duas servoválvulas idênticas, e por questões de simplicidade, a exposição deste capítulo será baseada numa servoválvula genérica, independentemente de se tratar da servoválvula A ou da B. As excepções a esta regra são indicadas utilizando o subscrito A ou B na nomenclatura. Já no que diz respeito aos resultados experimentais, serão apresentados os referentes à servoválvula A, salvo algumas situações, devidamente assinaladas, onde existam diferenças significativas relativamente à servoválvula B.

Considere-se uma servoválvula com três orifícios esquematicamente apresentada na Fig. 22. Nesta figura o orifício de trabalho é o orifício A ou B pois está ligado à câmara

A ou B do cilindro pneumático, o orifício P está ligado à fonte de pressão e o R à atmosfera. Neste trabalho considera-se que a pressão no orifício de trabalho das válvulas é idêntica à pressão nas câmaras do cilindro. A gaveta da válvula, representada a cinzento, movimenta-se axialmente no interior da camisa, representada a branco. Quando a gaveta se desloca, a área das restrições por onde o ar passa ( $R_1$  e  $R_2$ ) varia e, desta forma, a quantidade de ar que entra ou sai do cilindro é alterada. As servoválvulas permitem, portanto, modular a quantidade de ar que flui de e para o cilindro pneumático.

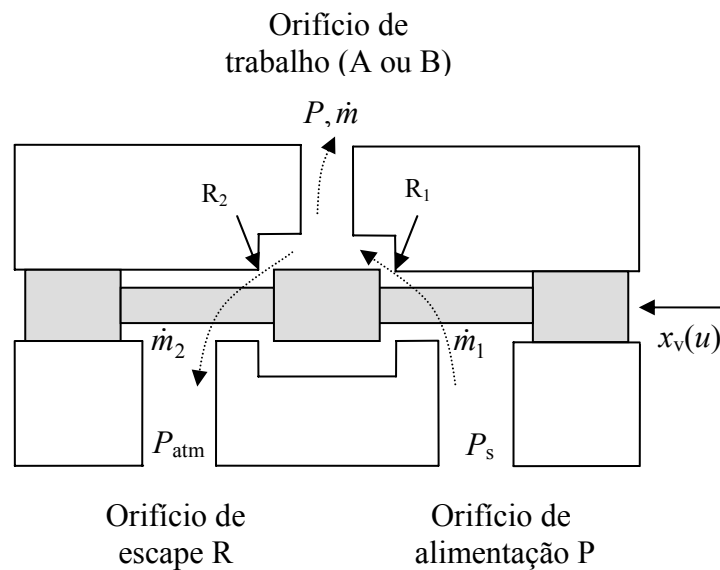


Fig. 22 – Representação esquemática de uma servoválvula com três orifícios

Tal como apresentado na Fig. 23, o modelo de uma servoválvula pode ser dividido em duas partes: uma parte dinâmica e uma parte estática [28]. A parte dinâmica descreve o movimento da gaveta (ver, por exemplo, o estudo realizado por Richer e Hurmuzlu [29]), estabelecendo a relação entre a acção de controlo  $u(t)$  e a posição da gaveta  $x_v(u)$ . A parte estática permite determinar o caudal mássico que atravessa o orifício A em função de  $x_v$  e das pressões nos orifícios da válvula: pressão de alimentação  $P_s$ , pressão atmosférica  $P_{atm}$  e pressão de trabalho  $P$ .

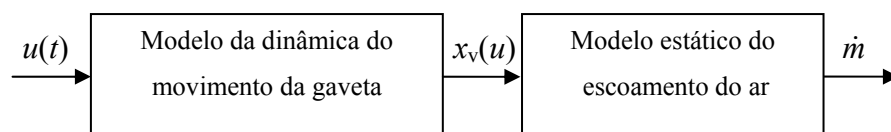


Fig. 23 – Modelo de uma servoválvula: parte dinâmica e estática

Neste trabalho despreza-se a parte dinâmica do modelo da servóválvula visto esta ser muito mais rápida do que a do actuador. De facto, as servóválvulas utilizadas neste trabalho têm uma largura de banda de aproximadamente 100 Hz [30], enquanto o actuador tem uma largura de banda máxima de cerca de 6 Hz (cf. secção 4.1.3). Esta diferença na largura de banda é aliás habitual em servopneumática, razão pela qual esta simplificação é encontrada em diversos estudos da literatura [31], [32], [33], [34].

No que diz respeito ao modelo estático do escoamento do ar, o caudal mássico que passa no orifício de trabalho na Fig. 22 pode ser determinado pela subtracção, ao caudal que passa na restrição  $R_1$  ( $\dot{m}_1$ ), do que passa em  $R_2$  ( $\dot{m}_2$ ):

$$\dot{m} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 \quad (14)$$

Para determinar o caudal mássico em cada restrição, é habitual considerar-se que o ar é um gás perfeito. Um gás perfeito é um gás cujas moléculas são pontuais (i.e., não têm dimensão) e onde não existe qualquer tipo de forças entre moléculas, com excepção das provocadas por colisões [35], [36]. Apesar de se tratar de uma idealização, o modelo de um gás perfeito é adequado para substâncias puras, desde que estas se encontrem a pressões baixas e temperaturas elevadas relativamente ao seu ponto crítico [35]. O ponto crítico do ar ocorre à pressão de  $37.7 \times 10^5$  Pa e à temperatura de 132.5 K, pelo que é frequente em servopneumática considerá-lo um gás perfeito [29], [37], [9]. Considerando ainda que as forças viscosas são desprezáveis e que o escoamento é (i) monodimensional, (ii) adiabático e sem produção de trabalho, (iii) reversível, e (iv) em regime permanente, o caudal mássico que passa em cada restrição  $R_i$  pode ser determinado pelas leis de escoamento do ar numa restrição ideal (Fig. 24) [38]:

$$\dot{m}_i(u, P_{ui}, P_{di}, T_{ui}) = \frac{C_{di}(u) A_i(u) P_{ui} \sqrt{2}}{(RT_{ui})^{1/2}} Y \left( \frac{P_{di}}{P_{ui}} \right) \quad (15)$$

Nesta equação  $u$  é a acção de controlo aplicada à gaveta e  $R$  é a constante específica do ar como gás perfeito. As pressões  $P_{ui}$  e  $P_{di}$ , a temperatura  $T_{ui}$  e a área  $A_i(u)$  são definidas para cada restrição  $i$  ( $i = 1, 2$ ) na Fig. 24, em que o sufixo “u” representa a montante e o sufixo “d” a jusante. Note-se ainda que  $C_{di}(u)$  é o coeficiente de descarga da restrição  $i$ ,

coeficiente que é utilizado para compensar diferenças entre o modelo teórico ( $C_{di}(u) = 1$ ) e o modelo real. Este coeficiente é normalmente ajustado experimentalmente e, de acordo com o grau de detalhe pretendido, pode ser considerado uma constante, uma função da geometria da restrição, do número de Reynolds ou da razão de pressões [38]. Por uma questão de simplicidade de notação, nas equações apresentadas de seguida será omitida a dependência de  $C_{di}$  e de  $A_i$  com  $u$ .

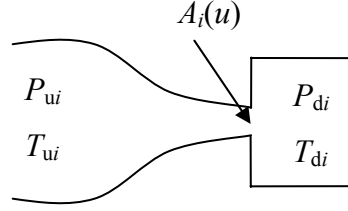


Fig. 24 – Restrição ideal

A equação (15) é válida para qualquer condição de escoamento, mas como existe uma velocidade limite que o fluido pode alcançar no orifício (velocidade local do som), quando essa velocidade é atingida há saturação de caudal volúmico e dá-se a transição do regime subsónico para o regime sónico. A função  $Y(P_{di} / P_{ui})$ , apresentada na equação (16), traduz essa mudança de regime.

$$Y\left(\frac{P_{di}}{P_{ui}}\right) = \begin{cases} \left[ \frac{\gamma}{(\gamma-1)} \left( \left(\frac{P_{di}}{P_{ui}}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P_{di}}{P_{ui}}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} & \text{se } \frac{P_{di}}{P_{ui}} > r_t \\ \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+1}} & \text{se } \frac{P_{di}}{P_{ui}} \leq r_t \end{cases} \quad (16)$$

Nesta equação,  $r_t$  é a razão entre as pressões a jusante e a montante à qual se atinge a velocidade do som (denominada de razão de pressões crítica); é, portanto, com esta razão de pressões que se dá a transição de regime. A razão de pressões crítica teórica é dada por [38]:

$$r_t = \left( 2/(\gamma+1) \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (17)$$

No caso particular do ar,  $\gamma = 1.4$  e portanto  $r_t = 0.528$ . Registe-se no entanto que os valores experimentais obtidos para a razão de pressões crítica podem ser diferentes do valor teórico. A justificação para este facto será fornecida mais adiante, na secção 2.6.4. A Fig. 25 apresenta graficamente a evolução do caudal mássico com a razão de pressões. Na Fig. 25a) a pressão a montante é mantida constante e varia-se a pressão a jusante; na Fig. 25b) ocorre a situação inversa: a pressão a jusante é mantida constante e a pressão a montante varia.

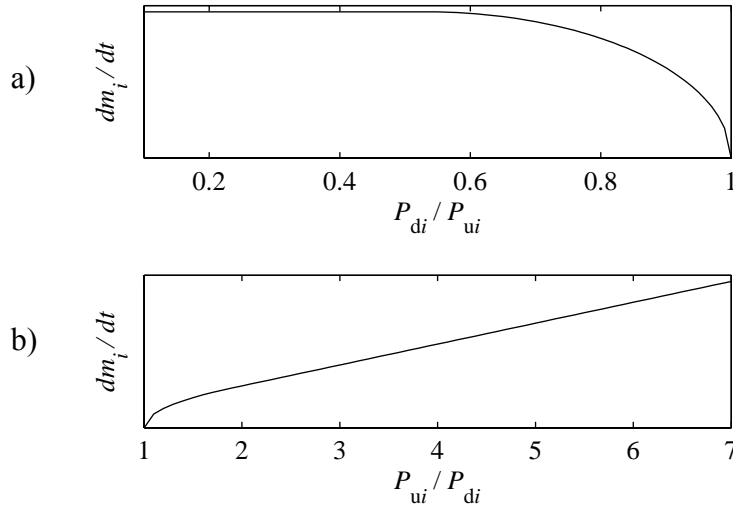


Fig. 25 – Evolução do caudal mássico em função da razão de pressões: a)  $P_{ui}$  fixa,  $P_{di}$  variável; b)  $P_{ui}$  variável,  $P_{di}$  fixa

Substituindo as equações (15) e (16) para cada restrição na equação (14) e uma vez que  $P_{d1} = P_{u2} = P$ ,  $P_{u1} = P_s$ ,  $P_{d2} = P_{atm}$ , a expressão do caudal mássico que cruza o orifício de trabalho é:

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{2}{R}} \left[ \frac{C_{d1} A_1 P_s}{T_{u1}^{1/2}} Y\left(\frac{P}{P_s}\right) - \frac{C_{d2} A_2 P}{T_{u2}^{1/2}} Y\left(\frac{P_{atm}}{P}\right) \right] \quad (18)$$

Na equação (18),  $T_{u1}$  é a temperatura do ar que chega da fonte de pressão e  $T_{u2}$  é uma temperatura desconhecida que tipicamente é considerada como sendo igual à temperatura na câmara do cilindro. Por outro lado, é prática comum no domínio da servopneumática [29], [31], [32], [33], [37] considerar que as variações da temperatura no cilindro são desprezáveis relativamente à temperatura ambiente. Se para além destes pressupostos for ainda assumido que o ar debitado pela fonte de pressão está, junto à



válvula, à temperatura ambiente, então  $T_{u2} = T_{u1} = T_{\text{amb}}$  e o caudal mássico será dado por:

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{2}{T_{\text{amb}} R}} \left[ C_{d1} A_1 P_s Y \left( \frac{P}{P_s} \right) - C_{d2} A_2 P Y \left( \frac{P_{\text{atm}}}{P} \right) \right] \quad (19)$$

Quando se insere ar na câmara do cilindro, o caudal mássico que flui pela restrição  $R_1$  provém da fonte de pressão, logo  $T_{u1} = T_{\text{amb}}$ . Aplicando a equação de energia para escoamentos estacionários, entre dois pontos a montante e jusante da restrição  $R_1$  (desprezando os termos gravíticos), obtém-se [39]:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}_1 \left( (H_{d1}^s - H_{u1}^s) + 1/2 (v_{d1}^2 - v_{u1}^2) \right) \quad (20)$$

em que  $H^s$  é a entalpia específica do ar e  $v$  a sua velocidade. Como se assume que o escoamento em cada restrição é adiabático ( $\dot{Q} = 0$ ), sem produção de trabalho ( $\dot{W} = 0$ ) e como para além disso a diferença de velocidades entre a entrada e saída numa restrição pode ser desprezada [39], a equação (20) implica que a entalpia à entrada ( $H_{u1}^s$ ) e à saída ( $H_{d1}^s$ ) da restrição é a mesma. Como para um gás perfeito  $H^s = c_p T$ , conclui-se que  $T_{u1} = T_{d1} = T_{u2} = T_s = T_{\text{amb}}$ . Desta forma, quando o ar flui para o cilindro os pressupostos acima assumidos são correctos. No entanto, quando a câmara do cilindro é esvaziada  $T_{u2}$  é essencialmente a temperatura na câmara do cilindro pelo que assumir  $T_{u2} = T_{u1}$  introduz um erro de cálculo. Considere-se que o caudal mássico que cruza a restrição 2 é calculado à temperatura ambiente quando de facto deveria ser calculado à temperatura da câmara do cilindro,  $T$ . O erro relativo nessa situação é dado por:

$$\frac{\dot{m}|_{T_{\text{amb}}}}{\dot{m}|_T} = \frac{\sqrt{\frac{2}{RT_{\text{amb}}}} C_{d2} A_2 P Y \left( \frac{P_{\text{atm}}}{P} \right)}{\sqrt{\frac{2}{RT}} C_{d2} A_2 P Y \left( \frac{P_{\text{atm}}}{P} \right)} = \sqrt{\frac{T}{T_{\text{amb}}}} \quad (21)$$

É possível estimar numericamente este erro utilizando dados experimentais obtidos por Al-Ibrahim e Otis [40] e por Toshiharu *et al.* [41]. Nesses estudos constatou-se que a temperatura no interior de um cilindro pneumático varia aproximadamente  $\pm 30$  K em torno da temperatura ambiente 293.15 K. Para esta gama de variações, o erro relativo dado por (21) é de aproximadamente  $\pm 5\%$ . Uma vez que o valor do erro é pequeno e só ocorre na restrição  $R_2$  durante a descarga, será assumido que  $T_{u2} = T_{amb}$ . Desta forma, o modelo teórico de cada uma das servoválvulas pneumáticas utilizadas neste trabalho fica definido por:

### Servoválvula A

$$\dot{m}_A = \dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2} \quad (22)$$

com

$$\dot{m}_{A1} = \sqrt{\frac{2}{T_{amb}R}} C_{dA1} A_{A1} P_s \begin{cases} \left[ \frac{\gamma}{(\gamma-1)} \left( \left( \frac{P_A}{P_s} \right)^{2/\gamma} - \left( \frac{P_A}{P_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} & \text{se } \frac{P_A}{P_s} > r_t \\ \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+1}} & \text{se } \frac{P_A}{P_s} \leq r_t \end{cases} \quad (23)$$

e

$$\dot{m}_{A2} = \sqrt{\frac{2}{T_{amb}R}} C_{dA2} A_{A2} P_A \begin{cases} \left[ \frac{\gamma}{(\gamma-1)} \left( \left( \frac{P_{atm}}{P_A} \right)^{2/\gamma} - \left( \frac{P_{atm}}{P_A} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} & \text{se } \frac{P_{atm}}{P_A} > r_t \\ \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+1}} & \text{se } \frac{P_{atm}}{P_A} \leq r_t \end{cases} \quad (24)$$

### Servoválvula B

$$\dot{m}_B = \dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2} \quad (25)$$

com

$$\dot{m}_{B1} = \sqrt{\frac{2}{T_{\text{amb}} R}} C_{dB1} A_{B1} P_S \begin{cases} \left[ \frac{\gamma}{(\gamma-1)} \left( \left( \frac{P_B}{P_S} \right)^{2/\gamma} - \left( \frac{P_B}{P_S} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} & \text{se } \frac{P_B}{P_S} > r_t \\ \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+1}} & \text{se } \frac{P_B}{P_S} \leq r_t \end{cases} \quad (26)$$

e

$$\dot{m}_{B2} = \sqrt{\frac{2}{T_{\text{amb}} R}} C_{dB2} A_{B2} P_B \begin{cases} \left[ \frac{\gamma}{(\gamma-1)} \left( \left( \frac{P_{\text{atm}}}{P_B} \right)^{2/\gamma} - \left( \frac{P_{\text{atm}}}{P_B} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} & \text{se } \frac{P_{\text{atm}}}{P_B} > r_t \\ \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+1}} & \text{se } \frac{P_{\text{atm}}}{P_B} \leq r_t \end{cases} \quad (27)$$

O modelo teórico descrito pelas equações (22) a (27) será utilizado para efeitos de simulação na secção 3.5.3.

### 2.3 Modelos de servoválvulas baseados na norma ISO 6358

O modelo anteriormente apresentado baseia-se na lei teórica do escoamento do ar numa restrição (equação (15)). A caracterização experimental de uma restrição numa válvula pneumática não é no entanto habitualmente realizada com (15) mas sim com a norma ISO 6358 [42]. Quando aplicada a uma restrição  $i$ , a lei de escoamento da norma ISO 6358 é dada por:

$$\dot{m}_i = C_i(u) P_{ui} \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_{ui}}} Y_1$$

com

$$Y_1 = \begin{cases} 1 & \text{se } P_{di} / P_{ui} \leq r_i(u) \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_{di} / P_{ui} - r_i}{1 - r_i} \right)^2} & \text{se } P_{di} / P_{ui} > r_i(u) \end{cases} \quad (28)$$

Na equação (28),  $C_i$  é a condutância sónica da restrição e  $r_i$  é a sua razão de pressões crítica. Note-se as semelhanças deste modelo com o teórico (equações (15) e (16)): a condutância  $C_i$  é proporcional ao produto da área de passagem do fluido com o coeficiente de descarga ( $C_{di} A_i$ ) e a função  $Y_1$  é equivalente à função  $Y$ . Note-se também que, para prever a possibilidade de a restrição apresentar uma razão de pressões crítica diferente da teórica, o valor de  $r$  também é, neste trabalho, identificado restrição a restrição, e pode variar com  $u$ . Aplicando este modelo às restrições das duas servoválvulas, e omitindo na notação a dependência de  $C_i$  e de  $r_i$  com  $u$ , obtém-se:

### *Servoválvula A*

$$\dot{m}_A = \dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2} \quad (29)$$

com

$$\dot{m}_{A1} = C_{A1} P_s \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \begin{cases} 1 & \text{se } P_A / P_s \leq r_{A1} \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_A / P_s - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2} & \text{se } P_A / P_s > r_{A1} \end{cases} \quad (30)$$

e

$$\dot{m}_{A2} = C_{A2} P_A \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \begin{cases} 1 & \text{se } P_{\text{atm}} / P_A \leq r_{A2} \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_{\text{atm}} / P_A - r_{A2}}{1 - r_{A2}} \right)^2} & \text{se } P_{\text{atm}} / P_A > r_{A2} \end{cases} \quad (31)$$

### *Servoválvula B*

$$\dot{m}_B = \dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2} \quad (32)$$

com

$$\dot{m}_{B1} = C_{B1} P_s \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \begin{cases} 1 & \text{se } P_B / P_s \leq r_{B1} \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_B / P_s - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2} & \text{se } P_B / P_s > r_{B1} \end{cases} \quad (33)$$

e

$$\dot{m}_{B2} = C_{B2} P_B \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_B}} \begin{cases} 1 & \text{se } P_{\text{atm}} / P_B \leq r_{B2} \\ \sqrt{1 - \left( \frac{P_{\text{atm}} / P_B - r_{B2}}{1 - r_{B2}} \right)^2} & \text{se } P_{\text{atm}} / P_B > r_{B2} \end{cases} \quad (34)$$

Os modelos dados pelas equações (29) a (34) serão utilizados em duas partes deste trabalho: no ajuste de curvas a dados experimentais das servoválvulas – secção 2.6.4 – e na linearização do modelo do sistema – secção 4.1. O modelo de servoválvula descrito pelas equações (29) a (31) para a válvula A e (32) a (34) para a válvula B será denominado modelo ISO.

#### 2.4 Limitações na utilização dos modelos anteriores em controlo

As equações (22) a (27) e (29) a (34) evidenciam as não linearidades existentes no cálculo do caudal mássico nos orifícios de trabalhos das servoválvulas. Note-se também que não é possível fazer com que  $u$  surja linearmente na equação de caudal mássico de cada orifício de trabalho (equações (22), (25), (29) e (32)) sem assumir que, no caso do modelo teórico, os produtos  $C_{di}(u) A_i(u)$  possam ser escritos como

$$C_{di}(u) A_i(u) = k_{vi} u \quad (35)$$

ou que, no caso do modelo ISO 6358, a condutância sónica possa ser escrita como

$$C_i(u) = k_{vi} u \quad (36)$$

Nas equações (35) e (36),  $k_{vi}$  é uma constante característica de cada restrição. Este tópico é particularmente relevante e para o explicar têm de ser avançadas algumas equações que só serão apresentadas com detalhe no Capítulo 3. Considere-se o diagrama de blocos apresentado na Fig. 26, que representa de forma simplificada o sistema pneumático apresentado no Capítulo 1. Neste diagrama estão representados os blocos das duas servoválvulas, que são o objecto de estudo deste capítulo, a dinâmica de pressões nas câmaras A e B ( $P_A$  e  $P_B$ ) e a dinâmica do movimento.

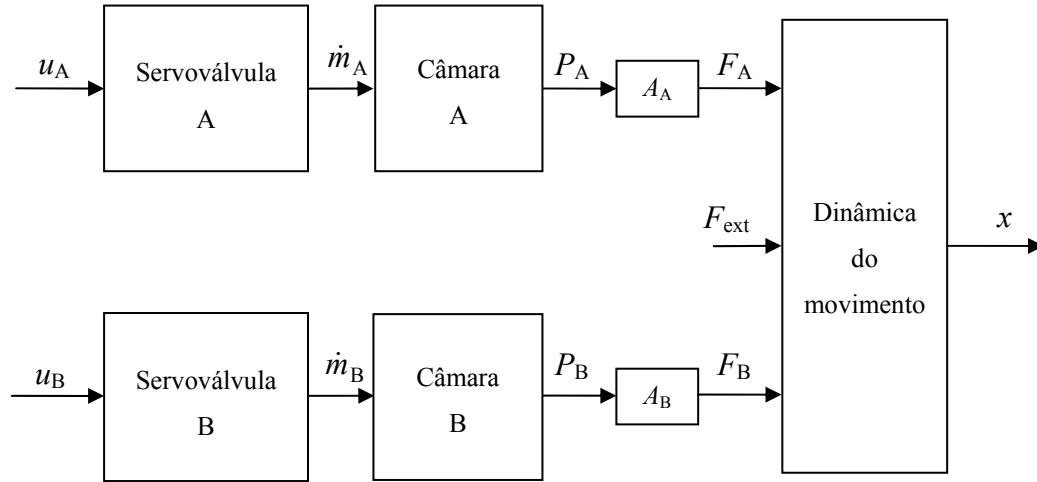


Fig. 26 – Diagrama de blocos do sistema (simplificado)

Como se verá no capítulo 3 (cf. equação (170)), a dinâmica de pressões na câmara A pode ser escrita de forma simplificada como:

$$\dot{P}_A = f_1(P_A, x, \dot{x}, T_{\text{amb}}) + f_2(P_A, x, T_{\text{amb}})\dot{m}_A \quad (37)$$

Desta forma, se for utilizado o modelo teórico da servoválvula e se a relação imposta pela equação (35) for válida, da substituição da equação (35) nas equações (23) e (24), destas duas equações em (22), e da substituição de (22) em (37), resulta:

$$\dot{P}_A = f_1(P_A, x, \dot{x}, T_{\text{amb}}) + f_3(P_A, x, T_{\text{amb}})u_A \quad (38)$$

Por outro lado, como também se apresentará detalhadamente no Capítulo 4, a parte mecânica do sistema pode ser descrita por:

$$M\ddot{x} = P_A A_A - P_B A_B - k_a \dot{x} - F_{\text{ext}} \quad (39)$$

Combinando a equação (39) com as equações diferenciais de pressão (equação (38) e equação equivalente aplicada à câmara B), é possível representar o modelo do sistema como:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (40)$$

em que o estado é dado por  $\mathbf{x} = [x \quad \dot{x} \quad P_A \quad P_B]^T$  e  $\mathbf{u} = [u_A \quad u_B]^T$ . Um sistema descrito por uma equação com a estrutura da equação (40) diz-se um sistema afim ou linear na acção de controlo [43]. Trata-se de um sistema não linear relativamente ao estado mas linear relativamente à acção de controlo. Este tipo de sistemas está extensivamente estudado na literatura e muitas das técnicas de controlo não linear podem ser directamente aplicadas sobre ele. Por este motivo, em muitos estudos na literatura procura-se satisfazer a equação (35), normalmente considerando que a área de cada restrição varia linearmente com a acção de controlo e que o coeficiente de descarga é constante. A Fig. 27 exemplifica a relação linear entre área e acção de controlo: quando o valor da acção de controlo é superior ao valor da tensão de desalinhamento  $u_c$  ( $u > u_c$ ), assume-se que a área da restrição  $R_1$ ,  $A_1$ , varia proporcionalmente com a acção de controlo. Nas restantes situações ( $u \leq u_c$ ), assume-se que existe uma área constante, de fuga,  $A_L$ . Note-se que a tensão de desalinhamento  $u_c$  é a tensão que garante áreas iguais em ambas as restrições; apesar de ser teoricamente nula, na prática há sempre algum desalinhamento mecânico da gaveta relativamente à camisa da válvula pelo que normalmente  $u_c \neq 0$ . Aplicando o mesmo raciocínio à restrição  $R_2$  a área de cada restrição é dada por:

$$\begin{aligned} A_1(u) &= \begin{cases} k_{v1}(u - u_c) + A_L & \text{se } u > u_c \\ A_L & \text{se } u \leq u_c \end{cases} \\ A_2(u) &= \begin{cases} A_L & \text{se } u > u_c \\ -k_{v2}(u - u_c) + A_L & \text{se } u \leq u_c \end{cases} \end{aligned} \quad (41)$$

Substituindo a equação (41) em (19) e uma vez que em condições normais de funcionamento (cf. Fig. 22) a pressão a montante da restrição 1 é a pressão de alimentação ( $P_{u1} = P_s$ ), a pressão a jusante da restrição 2 é a pressão atmosférica

( $P_{d2} = P_{atm}$ ) e que a pressão a montante da restrição 2 (e a jusante da restrição 1) é a pressão de trabalho ( $P_{u2} = P_{d1} = P$ ), o caudal mássico no orifício de trabalho pode ser escrito como:

$$\dot{m} = f_1(P_s, P)u + f_2(P_s, P, A_L, u_c) \quad (42)$$

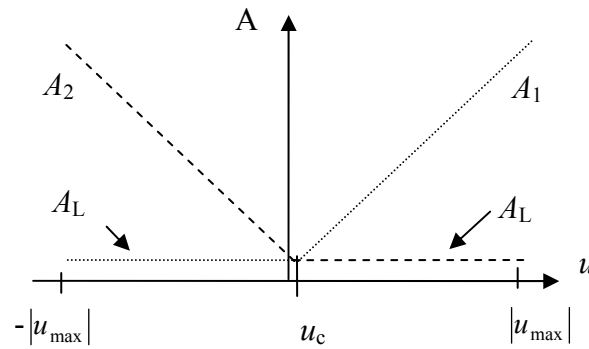


Fig. 27 – Área versus acção de controlo: relação linear

Drakunov *et al.* [37] utilizaram um modelo de servóválvula dado pela equação (42) com  $u_c = 0$ . Este foi também o modelo utilizado por Pandian *et al.* [33], [44], neste caso com  $A_L = 0$  e  $u_c = 0$ . Apesar de ser uma abordagem simples, esta aproximação pode conduzir a um erro de modelação significativo quando a gaveta da servóválvula se encontra na posição central. Há duas razões para este facto. Em primeiro lugar, mesmo que a janela na camisa da válvula seja rectangular, a área não varia de forma linear com a posição da gaveta (e logo com a acção de controlo) devido à inevitável folga entre gaveta e camisa [45]. Em segundo lugar, o coeficiente de descarga varia com a geometria da restrição e, consequentemente, com a acção de controlo. A Fig. 28 apresenta o valor experimental de  $C_i(u)$ , que é proporcional a  $C_{di}(u) A_i(u)$ , para a restrição R<sub>1</sub> da válvula A utilizada neste trabalho. Como se pode constatar, para valores de acção de controlo próximos da posição central da gaveta e para grandes aberturas da válvula, o produto  $C_{dA1}(u_A) A_{A1}(u_A)$  não varia proporcionalmente com  $u_A$ .



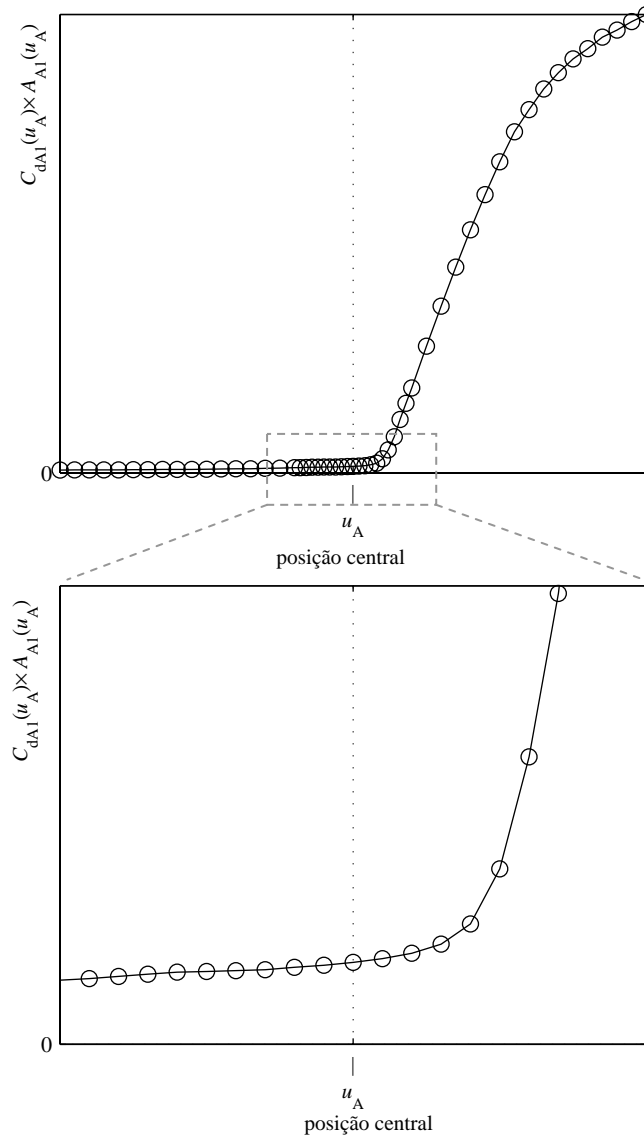
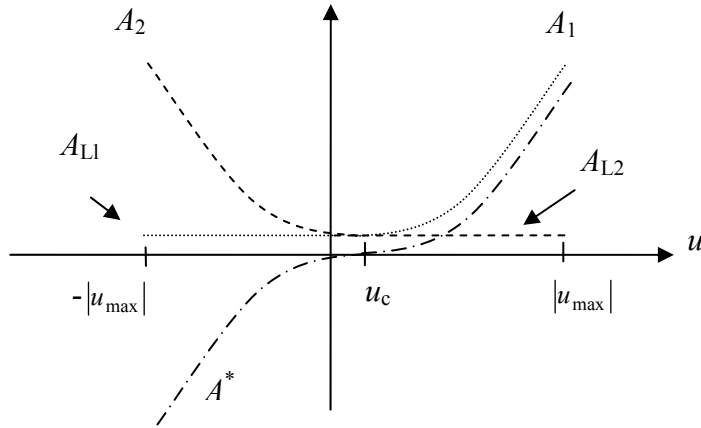


Fig. 28 – Valores experimentais da evolução de  $C_{dA1}(u_A)A_{A1}(u_A)$  com  $u_A$

Uma vez que para atingir bons resultados de posicionamento estático é necessário um modelo de servoválvula exacto junto da posição central da gaveta, conclui-se que é conveniente não impor a simplificação introduzida pela equação (35).

Este problema foi também encontrado por Richard *et al.* nos estudos [31] e [32]. Nesses trabalhos despreza-se a dinâmica da servoválvula e utiliza-se como técnica de controlo um retorno de estado não linear que requer um modelo afim na acção de controlo. Para isso define-se uma pseudo-área  $A^*(u)$  que é obtida decompondo a área de cada restrição  $A_1$  e  $A_2$  numa área de fuga constante  $A_{L1}$  e  $A_{L2}$  e numa área variável  $A^*(u)$ , tal como definido na equação (43). Esta área fictícia é apresentada graficamente na Fig. 29.

$$A_1(u) = \begin{cases} A^*(u) + A_{L1} & \text{se } u > u_c \\ A_{L1} & \text{se } u < u_c \end{cases} \quad A_2(u) = \begin{cases} A_{L2} & \text{se } u > u_c \\ -A^*(u) + A_{L2} & \text{se } u < u_c \end{cases} \quad (43)$$

Fig. 29 – Definição da área fictícia  $A^*(u)$ 

Substituindo a equação (43) na equação (19), se for assumido que  $A_{L1} = A_{L2} = A_L$  e que a pressão de alimentação é constante, o caudal mássico pode ser escrito como:

$$\dot{m}(u, P) = \dot{m}_L(P) + f_3(P, \text{sign}(A^*(u)))A^*(u) \quad (44)$$

Na equação (44) o caudal mássico está dividido em duas partes: a componente  $\dot{m}_L(P)$  representa o caudal de fugas (e portanto é apenas função da pressão no orifício de trabalho) e a componente  $f_3(P, \text{sign}(A^*(u)))A^*(u)$  representa a parte do caudal que é função da pressão na câmara A e da acção de controlo. As funções  $\dot{m}_L$ ,  $f_3$ , e  $A^*(u)$  podem ser deduzidas de dados experimentais. Uma vez que na equação (44) a acção de controlo  $A^*(u)$  aparece de forma linear, o controlador proposto em [31] e [32] é sintetizado em ordem a  $A^*(u)$  e, posteriormente, a acção de controlo é obtida por inversão numérica de  $A^*(u)$ . Note-se no entanto que a inversão de  $A^*(u)$  pode consumir bastante tempo de computação, e nesse caso esta estratégia pode não ser aplicável no controlo em tempo real. Num outro estudo onde esta questão foi abordada, Thomasset *et al.* [28] utilizaram duas aproximações à modelação do caudal mássico numa servoválvula com três orifícios. A primeira não impõe nenhuma estrutura à função  $\dot{m}(u, P)$ : ajustam-se funções polinomiais de diferentes graus aos dados

experimentais (equação (45)) e verifica-se qual ou quais os polinómios que fazem melhor ajuste. O melhor compromisso entre o número de coeficientes e os resultados obtidos foi encontrado para  $n = 5$  e  $m = 10$ .

$$\dot{m}(u, P) = c_{00} + c_{01}u + \dots + c_{0m}u^m + c_{10}P + \dots + c_{n0}P^n + \dots + c_{nm}P^n u^m \quad (45)$$

Apesar do bom desempenho desta aproximação, dela não resulta um modelo afim na acção de controlo. Por este motivo, Thomasset *et al.* [28] utilizam a equação (44) com as funções  $\dot{m}_{LA}(P)$ ,  $f_3(P, \text{sign}(A^*(u)))$  e  $A^*(u)$  determinadas através de funções polinomiais ajustadas aos dados experimentais. A solução apresentada utiliza para  $\dot{m}_{LA}(P)$  e  $f_3(P, \text{sign}(A^*(u)))$  um polinómio de 5º grau e para  $A^*(u)$  um polinómio de 2º grau. A comparação de resultados entre a primeira e a segunda abordagem favorece claramente a primeira, indicando que se consegue um melhor desempenho se a relação linear entre área e acção de controlo não for imposta. Note-se que na segunda abordagem o ajuste polinomial tem de obedecer a algumas restrições, nomeadamente a de que a função  $A^*(u)$  tem de ser invertível, caso contrário o modelo não poderia ser utilizado para controlo. Estas restrições limitam, segundo Thomasset *et al.* [28], a exactidão do ajuste polinomial.

Uma abordagem distinta das anteriores é utilizada por Richer e Hurmuzlu [29]. Apesar de nesse estudo se utilizar uma servoválvula com cinco orifícios, o conceito genérico pode ser aplicado quando existem apenas três orifícios. O modelo de servoválvula desenvolvido tem uma componente dinâmica e uma componente estática. Para a componente dinâmica utiliza-se um modelo de segunda ordem. Para a componente estática utiliza-se o modelo (19) para cada orifício da servoválvula, com um coeficiente de descarga fixo. Nesse estudo a secção de passagem do caudal é circular e por isso são encontradas as relações geométricas entre área de passagem e posição da gaveta. O modelo final é bastante complexo devido à inclusão da dinâmica da válvula e às relações geométricas entre área de passagem e posição da gaveta. Os modelos desenvolvidos por Richer e Hurmuzlu [29] foram utilizados pelos mesmos autores no desenvolvimento de um controlador de força de um cilindro pneumático [46]. Uma vez que a síntese de controladores se torna bastante complexa se o modelo do sistema incluir a dinâmica de 2ª ordem da servoválvula, para efeitos de controlo são

propostos dois modelos simplificados: num a componente dinâmica é aproximada por um modelo de 1ª ordem e no outro despreza-se a componente dinâmica.

Quando se utiliza o primeiro destes modelos simplificados, a obtenção de um modelo afim não se coloca nos termos em que tem vindo a ser analisada. De facto, a utilização de um modelo dinâmico de 1ª ordem acrescenta uma variável de estado ao sistema, a posição da gaveta  $x_v$ . A equação que rege esta dinâmica é dada por [46]:

$$\dot{x}_v = -\frac{1}{\tau_v} x_v + \frac{1}{\tau_v} u \quad (46)$$

em que  $\tau_v$  é a constante de tempo da válvula e  $u$  é a acção de controlo. Com a adição da equação (46) ao modelo do sistema e sendo o coeficiente de descarga constante, é visível que o sistema fica automaticamente afim na acção de controlo, independentemente de a área variar linearmente ou de outra forma com a posição da gaveta.

Quando se utiliza o modelo que despreza a componente dinâmica, o controlador é sintetizado em ordem às áreas de cada restrição  $A_1(x_v)$  e  $A_2(-x_v)$ . Uma vez que Richer e Hurmuzlu [29] assumem que  $A_1(x_v) A_2(x_v) = 0$  (ver Fig. 30) e que com o controlador utilizado é possível saber quando é que  $A_1(x_v)$  ou  $A_2(x_v)$  devem ser diferentes de zero (por análise do sinal do erro entre a força efectuada e a desejada), é possível sintetizar uma lei de controlo em ordem a  $A_1(x_v)$  ou em ordem a  $A_2(-x_v)$ . A acção de controlo  $u$  é posteriormente determinada por inversão numérica das funções  $A_1(x_v)$  ou  $A_2(x_v)$ .

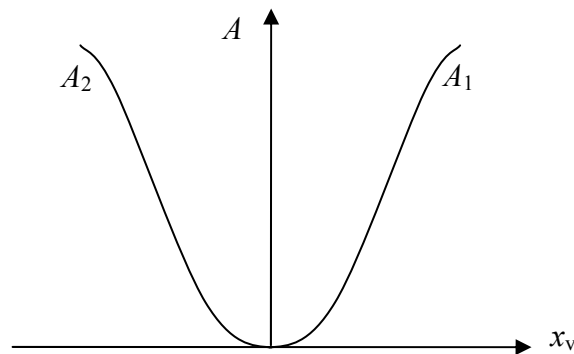


Fig. 30 – Área versus posição da gaveta:  $A_1(x_v) A_2(x_v) = 0$

Esta abordagem é no entanto uma abordagem pouco genérica no sentido em que só pode ser utilizada quando a estrutura do controlador permite saber quando é que  $A_1(x_v)$  ou  $A_2(x_v)$  devem ser diferentes de zero. Mais ainda, envolve a inversão das funções de área das restrições, o que pode ser excessivamente exigente ao nível do tempo de computação.

### 2.5 Modelos de servoválvulas propostos neste trabalho

Nesta secção apresenta-se a abordagem seguida neste trabalho. Esta abordagem baseia-se na observação de que, com os pressupostos que conduzem à equação (19) e para uma pressão de alimentação constante, o caudal mássico no orifício A é função da pressão na câmara A e da acção de controlo  $u$ . Desta forma, a equação (19) pode ser escrita de forma compacta como:

$$\dot{m} = f(u, P) \quad (47)$$

A equação (47) permite estabelecer um modelo *directo* da servoválvula, no sentido em que se a função  $f$  for conhecida, então dada uma pressão de trabalho  $P$  e uma acção de controlo  $u$ , o caudal mássico que atravessa o orifício A pode ser determinado. Esta é, de facto, uma aproximação semelhante à que foi anteriormente apresentada para um dos modelos propostos por Thomasset *et al.* [28] (cf. equação (45)), onde  $f$  foi aproximado utilizando polinómios. Por outro lado, para uma dada pressão de trabalho  $P$ , existe uma função  $f^{-1}$  tal como definida em (48) porque a relação entre  $u$  e  $\dot{m}$  é biunívoca.

$$u = f^{-1}(\dot{m}, P) \quad (48)$$

Da mesma forma que a equação (47) permite obter um modelo directo da servoválvula, a equação (48) permite determinar um modelo *inverso*: para uma dada pressão de trabalho  $P$  e sendo desejado um caudal mássico  $\dot{m}$ , a equação (48) fornece a acção de controlo  $u$  que quando aplicada à válvula permite atingir  $\dot{m}$ . Desta forma, o controlador pode ser sintetizado para gerar um caudal mássico e não uma acção de controlo pois

conhecendo o caudal mássico a acção de controlo é fornecida por  $f^{-1}$ . A vantagem desta abordagem é que o caudal mássico aparece de forma linear nas equações do modelo (cf. equação (37)) e portanto as técnicas de controlo que necessitem de um modelo afim podem ser directamente aplicadas [47], [48]. O procedimento seguido neste trabalho para determinar as funções  $f$  e  $f^{-1}$  consiste em obter dados experimentais de pressão, caudal e acção de controlo para diferentes condições de funcionamento (mantendo a pressão de alimentação constante). A esses dados experimentais foram ajustadas redes neuronais artificiais que aproximam  $f$  e  $f^{-1}$ . Apesar de existirem diversas metodologias para efectuar a aproximação de funções [49] neste trabalho optou-se pela utilização de redes neuronais artificiais devido à sua grande aptidão para a aproximação de funções não lineares. As redes que aproximam o modelo directo serão chamadas redes DANN (*direct artificial neural networks*) e as redes que aproximam o modelo inverso serão chamadas redes IANN (*inverse artificial neural networks*). Os modelos de servoválvulas propostos neste trabalho ficam assim definidos por:

#### *Modelos directos*

$$\dot{m}_A = \text{DANN}_A(u_A, P_A) \quad (49)$$

$$\dot{m}_B = \text{DANN}_B(u_B, P_B) \quad (50)$$

#### *Modelos inversos*

$$u_A = \text{IANN}_A(\dot{m}_A, P_A) \quad (51)$$

$$u_B = \text{IANN}_B(\dot{m}_B, P_B) \quad (52)$$

Os modelos inversos (51) e (52) serão utilizados na síntese de controladores não lineares que será realizada no Capítulo 5. A próxima secção apresenta o procedimento experimental que foi seguido na recolha de dados experimentais para treino das redes.

## 2.6 Procedimentos seguidos na obtenção de dados experimentais

As servoválvulas utilizadas neste trabalho são fabricadas pela empresa FESTO (MPYE 5-1/8-HF-010-B). Estas válvulas têm um caudal nominal de 700 litros de ar livre por minuto (slpm) e são servoválvulas com cinco orifícios. Note-se que apesar de a unidade de caudal mássico em todas as equações ser o kg/s, na apresentação de resultados será utilizada a unidade slpm (litros por minuto a 0°C e  $1.01325 \times 10^5$  Pa) por ser uma unidade mais intuitiva do que o kg/s. A relação entre estas duas unidades de caudal mássico é apresentada na equação (53).

$$\dot{m}[\text{slpm}] = \frac{60 \times 10^3}{1.2926} \dot{m}[\text{kg/s}] \quad (53)$$

Como se pretende utilizar uma válvula com três orifícios para cada câmara do cilindro, em cada válvula foi obturado um dos orifícios de trabalho e um dos orifícios de escape (ver Fig. 31). A tensão de controlo em cada válvula varia entre 0V – restrição  $R_1$  totalmente fechada e  $R_2$  totalmente aberta – e 10V –  $R_1$  totalmente aberta e  $R_2$  totalmente fechada.

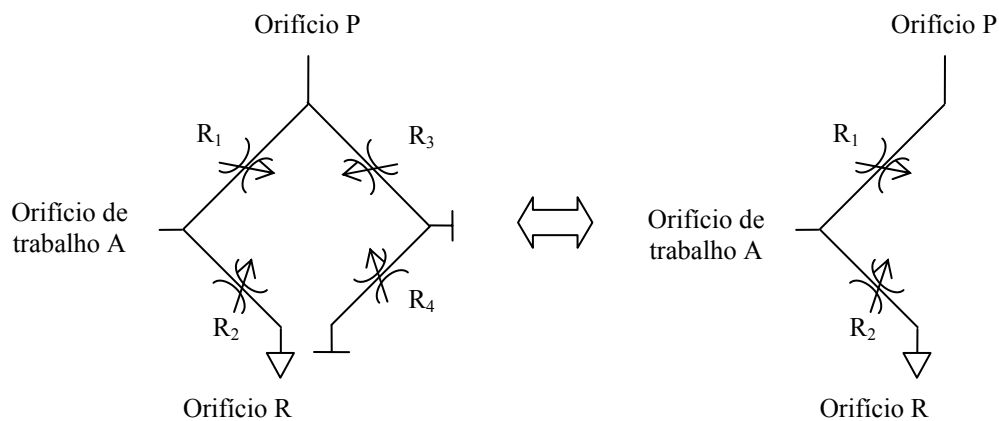


Fig. 31 – Esquema dos orifícios da servoválvula Festo

Para efectuar a medição dos caudais mássicos foram utilizados dois caudalímetros: um fabricado pela Hastings (Modelo HFM 201) para caudais até 100 slpm e um outro do tipo placa orifício, projectado de acordo com a norma ISO 5167, para caudais até 700

slpm [7]. Note-se que a forma mais simples de obter dados experimentais para aproximação das equações (47) e (48) seria medir directamente os caudais mássicos no orifício de trabalho. No entanto, como o caudalímetro por placa orifício não pode ser pressurizado, não é possível utilizá-lo na medição directa dos caudais a entrar nas válvulas. Por este motivo, cada restrição foi caracterizada individualmente. O principal inconveniente desta aproximação é o de obrigar a medir/estimar as fugas da válvula para a atmosfera, como será explicado na secção 2.6.1, e a um pós-processamento dos dados para obter  $\dot{m}$  a partir de  $\dot{m}_1$  e  $\dot{m}_2$ . A principal vantagem é que cada restrição pode ser caracterizada pelas equações ISO 6358 e, portanto, não é necessário repetir medições caso as condições de funcionamento sejam alteradas, como será explicado na secção 2.6.4.

Obtiveram-se experimentalmente dois grandes grupos de dados: dados de caudal e dados de ganho de pressão com caudal nulo. Os dados de caudal são constituídos pelo valor do caudal mássico para diferentes combinações de pressões de trabalho e acções de controlo. Para obter estes dados cada restrição foi caracterizada na situação de funcionamento normal: na restrição  $R_1$  a pressão a montante é constante (pressão de alimentação) e a pressão a jusante é variável (pressão de trabalho) enquanto na restrição  $R_2$  a pressão a jusante é constante (pressão atmosférica) e a pressão a montante é variável (pressão de trabalho). Em ambos os casos o caudal mássico foi medido para diferentes pressões de trabalho e acções de controlo. A pressão de trabalho foi variada de  $P = P_{\text{atm}}$  até  $P = P_s$  com passos de 0.5 bar. No sentido de obter uma grelha de pontos mais detalhada junto da posição central da servoválvula, a acção de controlo foi variada com passos de 0.1V para  $u \in [4,6]$  e com passos de 0.5V para  $u \in ]0,4]V$  e  $u \in [6,10[V$ .

No que diz respeito aos dados de ganho de pressão com caudal nulo, apesar de serem uma parte dos dados de caudal, costumam obter-se num ensaio distinto. Esta separação de dados é justificada pela importância do ganho de pressão: em torno de posições de equilíbrio, as servoválvulas funcionam em torno da posição central da gaveta e nesta zona uma pequena alteração na posição da gaveta conduz a grandes alterações na pressão à saída da válvula. As tarefas de posicionamento são assim extremamente dependentes de um bom modelo do ganho de pressão da válvula.



### 2.6.1 Dados de caudal inferior a 100 slpm

Considere-se a Fig. 32, onde está representada a montagem para medição do caudal da restrição  $R_1$ ,  $\dot{m}_1$ . A pressão a montante de  $R_1$  é a pressão de alimentação e a pressão a jusante de  $R_1$  é ajustada manualmente no estrangulador variável  $R_v$ . Nesta figura apresenta-se também o modelo de fugas utilizado, que consiste em duas fugas da válvula para a atmosfera, uma a montante de  $R_1$  e outra a jusante de  $R_2$  ( $\dot{m}_{lu1}$  e  $\dot{m}_{ld2}$  respectivamente).

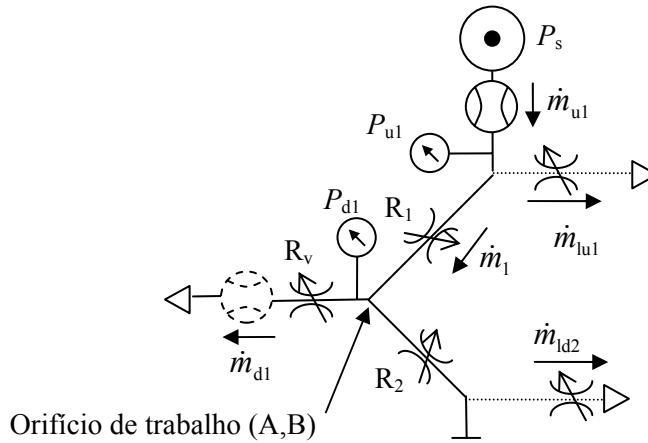


Fig. 32 – Montagem para determinação experimental do caudal que flui por  $R_1$ , com pressão a montante fixa e caudais inferiores a 100 slpm

Com base no esquema da Fig. 32 é possível estabelecer as seguintes relações:

$$\dot{m}_{u1} = \dot{m}_1 + \dot{m}_{lu1} \quad (54)$$

$$\dot{m}_{d1} = \dot{m}_1 - \dot{m}_{ld2} \quad (55)$$

Analisando a Fig. 32 é possível verificar que há duas possibilidades para colocação do caudalímetro: a jusante de  $R_1$  – caudalímetro a tracejado – e a montante de  $R_1$  – caudalímetro a traço cheio. Em qualquer uma das situações não é possível medir unicamente o caudal pretendido,  $\dot{m}_1$ : se o caudalímetro estiver a jusante de  $R_1$ , o caudal medido ( $\dot{m}_{d1}$ ) não inclui a fuga  $\dot{m}_{ld2}$ ; se o caudalímetro estiver a montante de  $R_1$  o caudal medido ( $\dot{m}_{u1}$ ) inclui a fuga  $\dot{m}_{lu1}$ . Uma vez que a fuga  $\dot{m}_{ld2}$  tem de ser

contabilizada, pois passa por  $R_1$ , o caudalímetro foi colocado a montante de  $R_1$ . Esta situação obriga, no entanto, a compensar a fuga  $\dot{m}_{lu1}$ .

Para verificar se a fuga  $\dot{m}_{lu1}$  é significativa, foram realizadas as montagens apresentadas na Fig. 33, que são idênticas a menos da localização do caudalímetro. Na montagem a) o caudalímetro está a montante de  $R_1$  e na b) a jusante de  $R_2$ . Em ambos os casos foi aplicada uma tensão em escada à servoválvula, de 0 a 10V, com passo de 0.02V, e para cada valor de tensão o caudal mássico foi registado. O tempo de permanência em cada valor de tensão foi suficientemente longo para garantir uma medição em regime estacionário. O caudal medido com a montagem a) é dado pela equação (54) e o caudal medido com a montagem b) é  $\dot{m}_1$  pois  $\dot{m}_{ld2}$  é nulo (o orifício R da válvula encontra-se à pressão atmosférica). Desta forma, a diferença entre os caudais medidos na montagem a) e b) da Fig. 33 é uma estimativa da fuga  $\dot{m}_{lu1}$ . A Fig. 34 apresenta os resultados desta diferença para a servoválvula A. Como se pode verificar, o valor de  $\dot{m}_{lu1}$  situa-se entre 4 a 5 slpm. Uma vez que para a gama de 0 a 100 slpm estes valores de fuga podem ser significativos, procedeu-se à sua correcção.

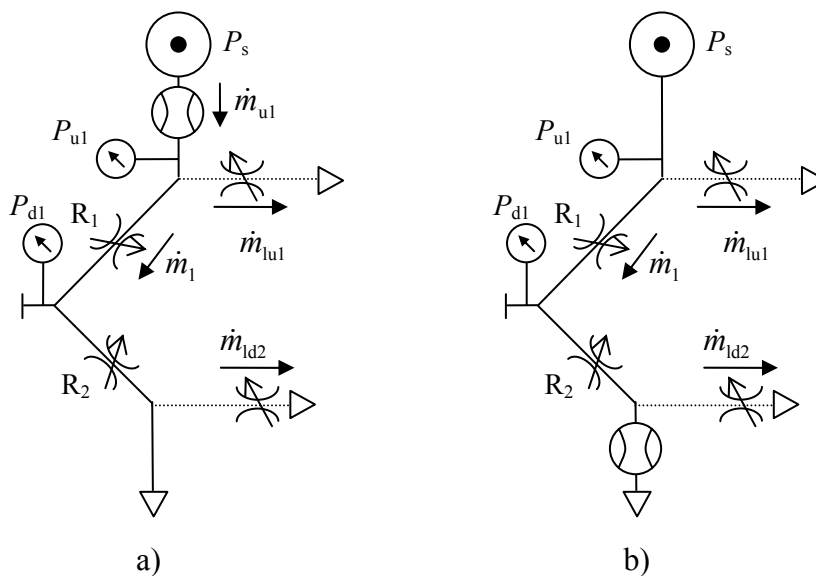


Fig. 33 – Montagens experimentais para medição das fugas na válvula

Regressando à Fig. 32, é possível observar que quando  $P_{d1}$  é a pressão atmosférica, a fuga  $\dot{m}_{ld2}$  é nula. Nesta situação, o caudal medido a jusante de  $R_1$  é igual ao caudal medido a montante de  $R_1$  menos a fuga  $\dot{m}_{lu1}^*$ :

$$\dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=latm, u, P_{u1}=P_s} = \dot{m}_{u1}|_{P_{d1}=latm, u, P_{u1}=P_s} - \dot{m}_{lu1}|_{u, P_{u1}=P_s} \quad (56)$$

Resolvendo esta equação em ordem ao caudal de fugas  $\dot{m}_{lu1}|_{u, P_s}$  obtém-se:

$$\dot{m}_{lu1}|_{u, P_{u1}=P_s} = \dot{m}_{u1}|_{P_{d1}=latm, u, P_{u1}=P_s} - \dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=latm, u, P_{u1}=P_s} \quad (57)$$

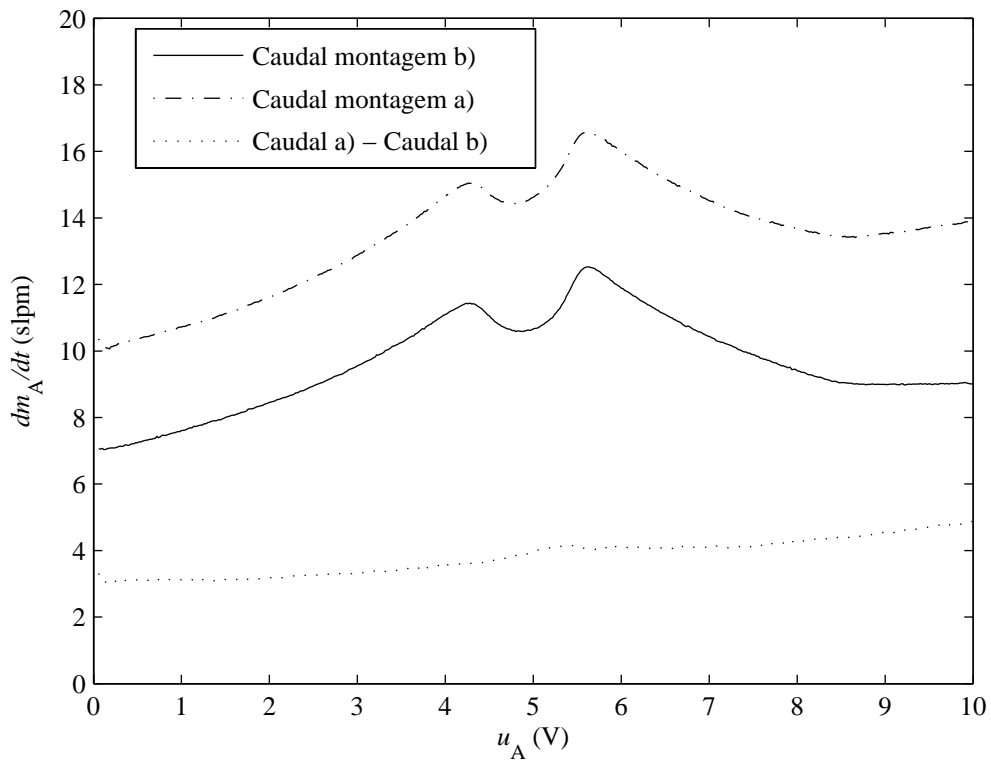


Fig. 34 – Medição do caudal de fugas  $\dot{m}_{lu1}$

---

\* Note-se que  $\dot{m}_{lu1}|_{u, P_s}$  não depende de  $P_{d1}$

Por outro lado, da equação (54) o caudal mássico  $\dot{m}_1$  pode ser determinado como:

$$\dot{m}_1|_{P_{d1},u,P_{u1}=P_s} = \dot{m}_{u1}|_{P_{d1},u,P_{u1}=P_s} - \dot{m}_{lu1}|_{u,P_{u1}=P_s} \quad (58)$$

A substituição de (57) em (58) conduz à expressão que permite determinar o caudal  $\dot{m}_1$  corrigido das fugas:

$$\dot{m}_1|_{P_{d1},u,P_{u1}=P_s} = \dot{m}_{u1}|_{P_{d1},u,P_{u1}=P_s} - \left( \dot{m}_{u1}|_{P_{d1}=1atm,u,P_{u1}=P_s} - \dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=1atm,u,P_{u1}=P_s} \right) \quad (59)$$

Pela expressão (59), o valor de  $\dot{m}_1$  em diferentes condições de funcionamento (diferentes  $P_{d1}$  e  $u$ ) é dado pela diferença entre duas parcelas: o valor de  $\dot{m}_{u1}$  medido nessas condições e a diferença entre  $\dot{m}_{u1}$  e  $\dot{m}_{d1}$  quando a pressão  $P_{d1}$  é a pressão atmosférica, para diferentes valores de  $u$ . Para obter os valores de  $\dot{m}_{u1}$  e de  $\dot{m}_{d1}$  é necessário alterar a montagem experimental, o que provoca inevitavelmente pequenas diferenças na pressão a montante de  $R_1$ . Por este motivo, os valores de  $\dot{m}_{d1}$  foram obtidos com uma pressão  $P_{u1} = P'_s$  que é ligeiramente diferente de  $P_s$ . No entanto, para aplicar correctamente a equação (59), é necessário garantir que as pressões a montante de  $R_1$  são as mesmas ( $P_{u1} = P_s$ ), pelo que foi necessário compensar o erro introduzido por essa diferença nas pressões  $P_{u1}$ . Para isso foram medidos valores de  $\dot{m}_{d1}$  para diferentes pressões  $P_{u1}$  e o modelo dado pela equação (60) foi ajustado, por mínimos quadrados, aos valores experimentais – ver Fig. 35 para os resultados obtidos na servoválvula A com  $u_A = 0$ .

$$\dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=1atm,u=0,P_{u1}} = \kappa \sqrt{P_{u1}} (P_{u1} - P_{atm}) \quad (60)$$

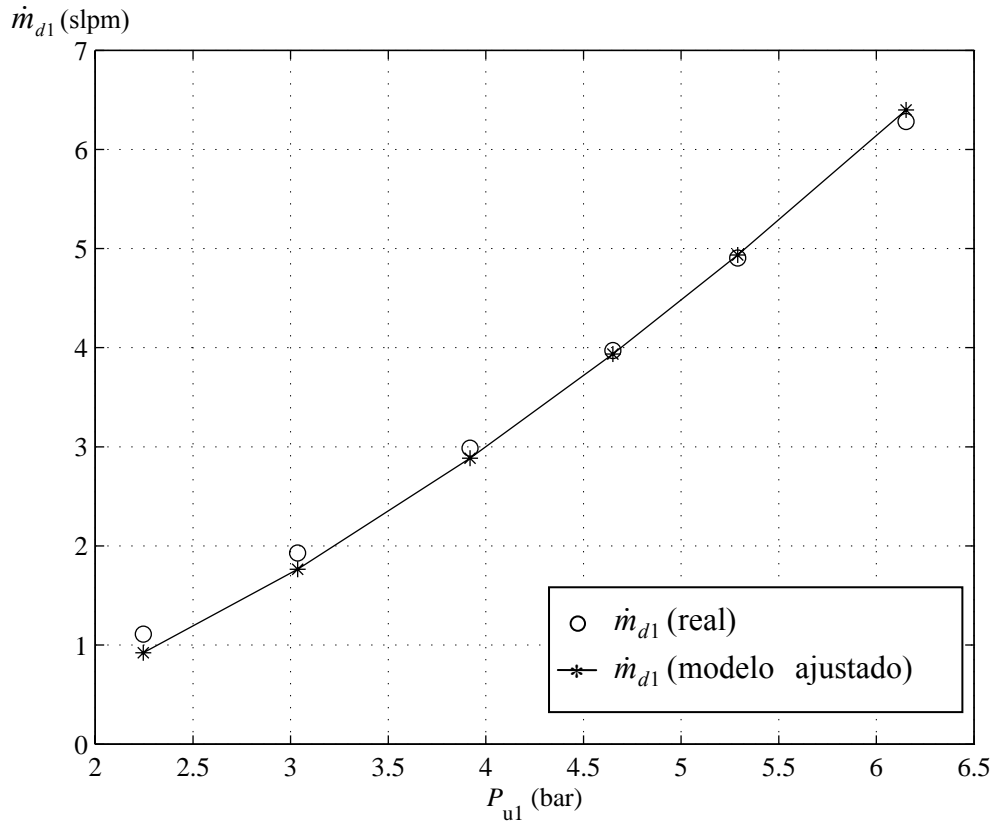


Fig. 35 – Ajuste do modelo dado pela equação (60) ao caudal de fugas a jusante de  $R_1$  ( $u_A = 0$ )

Aplicando a equação (60) com  $P_{u1} = P_s$  e  $P_{u1} = P'_s$ , chega-se à expressão que permite compensar a diferença entre caudais devida ao facto de  $P_s$  e  $P'_s$  serem distintas:

$$\frac{\dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=1\text{atm}, u=0, P_{u1}=P_s}}{\dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=1\text{atm}, u=0, P_{u1}=P'_s}} = \frac{\sqrt{P_s}(P_s - P_{\text{atm}})}{\sqrt{P'_s}(P'_s - P_{\text{atm}})} \quad (61)$$

Note-se que uma vez que na equação (61) o valor da constante  $\kappa$  é anulada e que, para além disso, se constatou que a relação (60) permite um ajuste correcto para diferentes valores de  $u$ , o raciocínio seguido para  $u = 0$  pode ser aplicado para qualquer valor de  $u$ . Desta forma, é possível escrever que:

$$\dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=1atm, u, P_{u1}=P_s} = \frac{\sqrt{P_s}(P_s - P_{atm})}{\sqrt{P'_s}(P'_s - P_{atm})} \dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=1atm, u, P_{u1}=P'_s} \quad (62)$$

Substituindo a equação (62) na equação (59) é possível chegar à expressão final utilizada no cálculo do caudal mássico que atravessa a restrição  $R_1$ :

$$\dot{m}_1|_{P_{d1}, u, P_{u1}=P_s} = \dot{m}_{u1}|_{P_{d1}, u, P_{u1}=P_s} - \left( \dot{m}_{u1}|_{P_{d1}=1atm, u, P_{u1}=P_s} - \frac{\sqrt{P_s}(P_s - P_{atm})}{\sqrt{P'_s}(P'_s - P_{atm})} \dot{m}_{d1}|_{P_{d1}=1atm, u, P_{u1}=P'_s} \right) \quad (63)$$

A montagem utilizada para medição da restrição  $R_2$  está apresentada na Fig. 36. Neste caso a fuga  $\dot{m}_{ld2}$  é negligenciável uma vez que  $P_{d2}$  é essencialmente a pressão atmosférica e  $\dot{m}_{lu1}$  não flui por  $R_2$ . O caudalímetro foi portanto colocado a jusante de  $R_2$ , como representado na Fig. 36, e não foi necessário efectuar compensação de fugas.

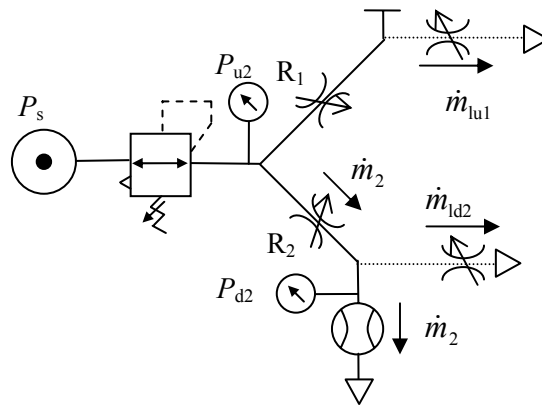


Fig. 36 – Montagem experimental para medição do caudal na restrição  $R_2$

### 2.6.2 Dados de caudal superior a 100 slpm

Pelas mesmas razões avançadas na secção anterior, para esta gama de caudais também não é necessário efectuar compensação de fugas para a restrição  $R_2$ . A montagem utilizada para  $R_2$  nesta gama de caudais foi assim a montagem da Fig. 36.

No que diz respeito à restrição  $R_1$ , o procedimento utilizado na secção anterior não pode ser aplicado para caudais superiores a 100 slpm pois o caudalímetro disponível (placa orifício) não é pressurizável e como tal só pode ser colocado a jusante de  $R_1$ , tal como representado a traço cheio na Fig. 37. No entanto, como já foi referido anteriormente, nesta posição o caudalímetro não mede a fuga  $\dot{m}_{ld2}$ , que deveria ser contabilizada pois flui por  $R_1$ . Para estimar o erro introduzido com este procedimento, foi determinada uma estimativa de  $\dot{m}_{ld2}$  utilizando as montagens apresentadas na Fig. 38\*. No procedimento experimental a pressão de alimentação foi mantida constante e uma tensão em escada de 0 a 10V (passo de 0.02V) foi aplicada à válvula, mantendo-se cada patamar o tempo suficiente para garantir uma medição em regime estacionário. Uma vez que a fuga  $\dot{m}_{lu1}$  é desprezável pois  $P_{u1}$  é a pressão atmosférica, pode-se obter uma estimativa da fuga  $\dot{m}_{ld2}$  subtraindo o caudal mássico medido a montante de  $R_1$  (Fig. 38 a)) do caudal medido a jusante de  $R_1$  (Fig. 38 b)). A Fig. 39 apresenta os resultados obtidos para a servoválvula A. É possível constatar nesta figura que o valor máximo de  $\dot{m}_{ld2}$  não excede 5 slpm. Uma vez que para caudais superiores a 100 slpm este valor representa um erro máximo de 5%, o erro introduzido por  $\dot{m}_{ld2}$  será desprezado. Desta forma, não será efectuada qualquer compensação de fugas para caudais superiores a 100 slpm. As montagens utilizadas para esta gama de caudais e para  $R_1$  e  $R_2$  são apresentadas na Fig. 40.

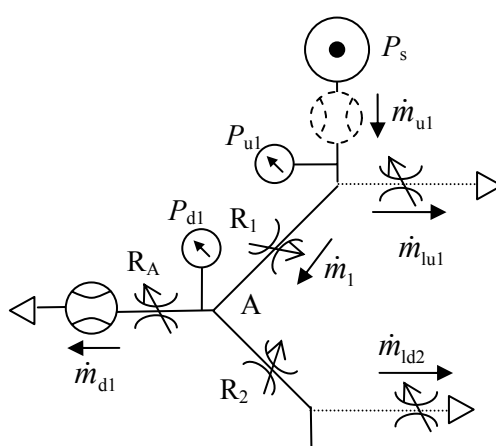
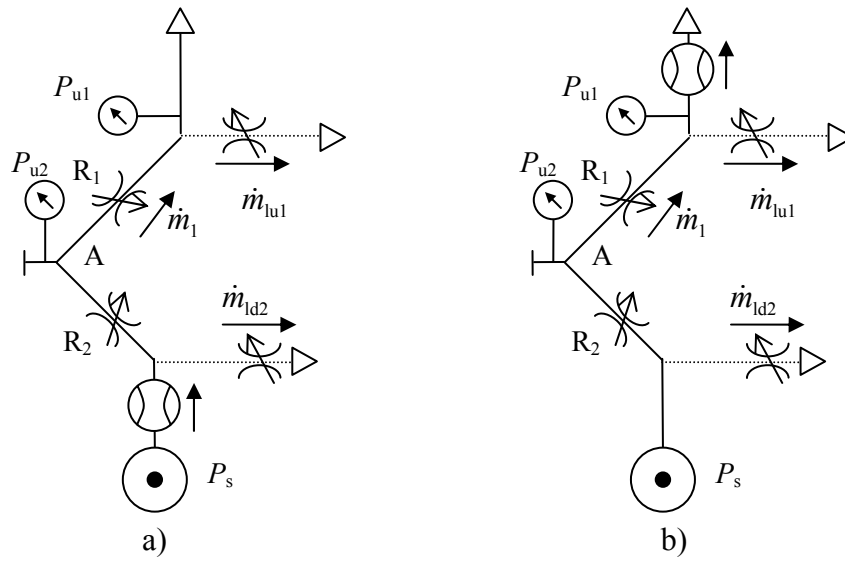
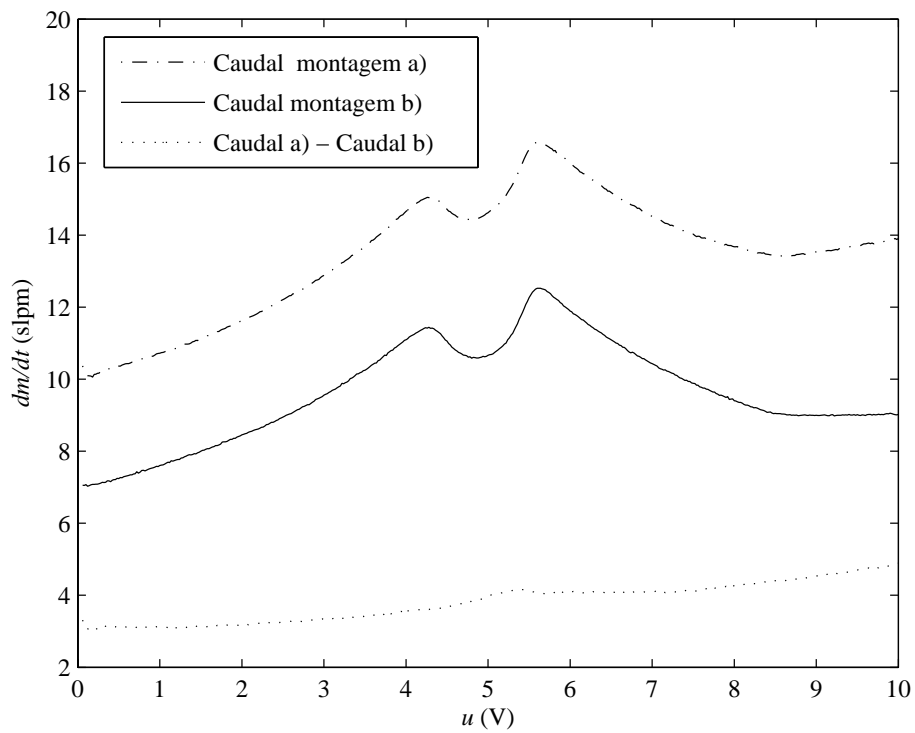


Fig. 37 – Montagem para determinação experimental do caudal que flui por  $R_1$ , com pressão a montante fixa e caudais superiores a 100 slpm

\* Apesar de nesta figura os sentidos do escoamento serem contrários aos que têm vindo a ser utilizados, optou-se por não alterar a nomenclatura.

Fig. 38 – Montagem experimental para medição da fuga  $\dot{m}_{ld2}$ Fig. 39 – Resultados da medição da fuga  $\dot{m}_{ld2}$



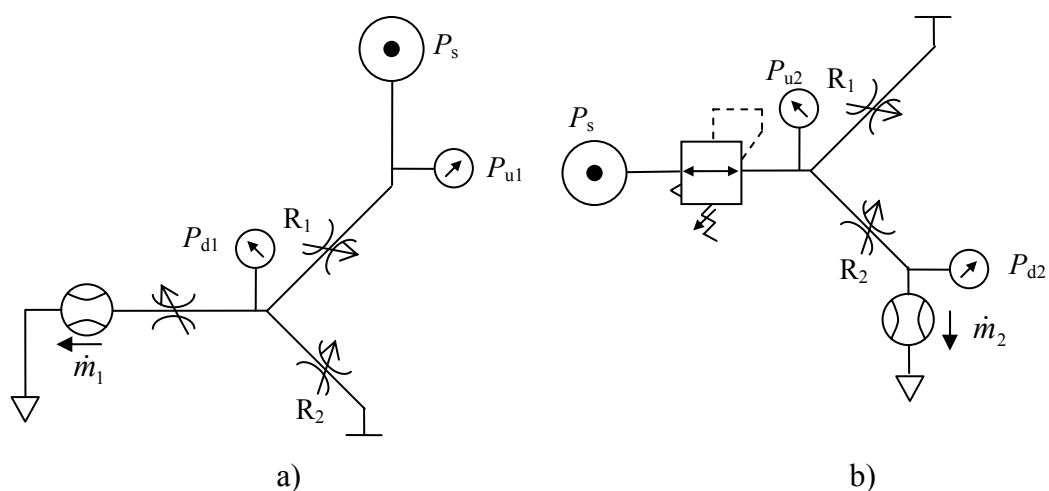


Fig. 40 – Montagem para determinação experimental do caudal que flui pelas duas restrições, para caudais superiores a 100 slpm: a)  $R_1$  com pressão a montante fixa b)  $R_2$  com pressão a montante variável

### 2.6.3 Dados de ganho de pressão

A montagem experimental utilizada na medição do ganho de pressão é apresentada na Fig. 41. Com esta montagem aplicou-se uma tensão em escada à válvula, de 0 a 10 V e com passo variável: na zona central da posição de gaveta ( $4\text{ V} \leq u \leq 6\text{ V}$ ) o passo foi de 0.02 V e, fora dessa zona, de 0.16V. Para cada valor de tensão foi aguardado algum tempo de forma a permitir a estabilização da pressão e só nessa altura foi a pressão  $P_{d1}$  registada. Para além disso, para verificar a existência ou não de um efeito de histerese significativo, a tensão foi aplicada no sentido crescente (0 a 10V) e decrescente (10 a 0V). Apesar de ter sido concluído que o efeito de histerese é insignificante, os dados de ganho de pressão retidos são a média das aquisições realizadas nos dois sentidos.

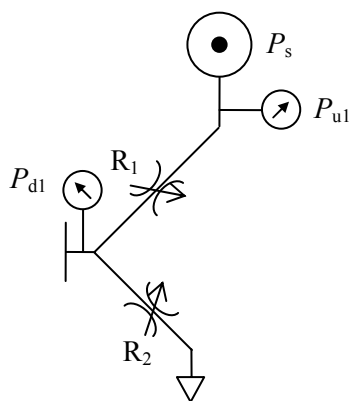


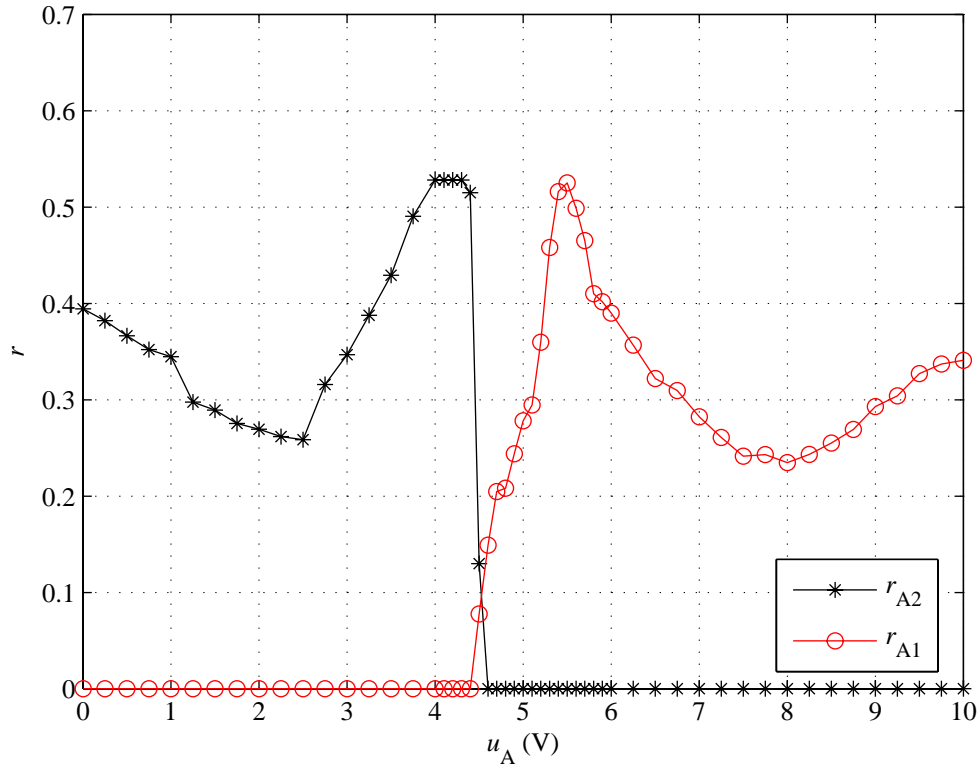
Fig. 41 – Montagem experimental para medição do ganho de pressão com caudal nulo

### 2.6.4 Ajuste de curvas ISO 6358 aos dados experimentais

Como já referido anteriormente, como a recolha de dados foi realizada restrição a restrição, é necessário um pós processamento dos dados para obter o caudal mássico no orifício de trabalho da válvula. O modelo utilizado para esse efeito foi o modelo ISO 6358, anteriormente apresentado na secção 2.3.

A caracterização individual das restrições tem a vantagem de não obrigar à repetição das medições quando as condições de funcionamento são alteradas. Exemplificando com a servóválvula A, este facto fica claro por observação da equação (29): depois de determinados os parâmetros ISO 6358 para uma determinada pressão de alimentação, podem ser gerados dados para uma qualquer outra pressão de alimentação recorrendo unicamente à equação (29). Para além disso, há uma situação adicional em que a utilização do modelo ISO 6358 é benéfica e que se prende com a limitação de potência da fonte de pressão disponível: à medida que os caudais medidos foram aumentados, a pressão de alimentação foi descendo, pelo que não foi possível obter pontos experimentais correspondentes a pressões e caudais elevados. Esses pontos foram estimados utilizando a equação (29).

A Fig. 42 e a Fig. 44 apresentam, para a servóválvula A, os valores de  $r_i$  e  $C_i$  obtidos para cada restrição e acção de controlo. Estes valores foram obtidos através do ajuste, por mínimos quadrados, da equação (29) aos dados experimentais de caudal obtidos como indicado nas secções 2.6.1 e 2.6.2. No que diz respeito ao valor da razão de pressões crítica e tomando  $R_{A1}$  como exemplo, o seu valor para pequenas aberturas da válvula não tem significado pois nessa situação não existe caudal. À medida que a abertura da válvula vai aumentando,  $r_{A1}$  aproxima-se inicialmente do valor teórico e depois varia de forma não linear. Apesar de teoricamente o valor de  $r_{A1}$  ser independente de  $u_A$ , na prática isso não sucede pois, para além da restrição principal existente entre a gaveta e a camisa, existem mais restrições no interior da válvula.

Fig. 42 – Valores de  $r$  para diferentes acções de controlo

Para ilustrar esta ideia, considere-se a montagem apresentada na Fig. 43 a), utilizada para a medição do caudal que flui por  $R_1$ . Esta figura é diferente da apresentada na Fig. 40 a) pois existem duas restrições adicionais  $R_{11}$  e  $R_{12}$  que representam todas as restrições devidas a tubagens e/ou canais de passagem no interior da válvula. Considere-se também o esquema da Fig. 43 b), que representa o ar a fluir pelas restrições  $R_{11}$ ,  $R_1$  e  $R_{12}$ . A razão de pressões na restrição  $R_1$  é dada por  $P_{12}/P_{11}$ . Quando a área desta restrição é pequena se comparada com a das restrições  $R_{11}$  e  $R_{12}$ ,  $P_{11} \approx P_s$  e  $P_{12} \approx P_{d1}$ , pelo que  $P_{12}/P_{11} \approx P_{d1}/P_s$ . Esta situação ocorre quando a gaveta da válvula se encontra junto da posição central – a restrição  $R_1$  é dominante. No entanto, à medida que a gaveta se afasta da posição central no sentido de aumentar a área de  $R_1$ ,  $R_{11}$  e  $R_{12}$  deixam de ser negligenciáveis e logo  $P_{11}$  e  $P_{12}$  afastam-se de  $P_s$  e de  $P_{d1}$  respectivamente. Nesta situação, como os transdutores de pressão estão colocados em  $P_s$  e  $P_{d1}$ , a razão de pressões medida não é a razão de pressões em  $R_1$ .

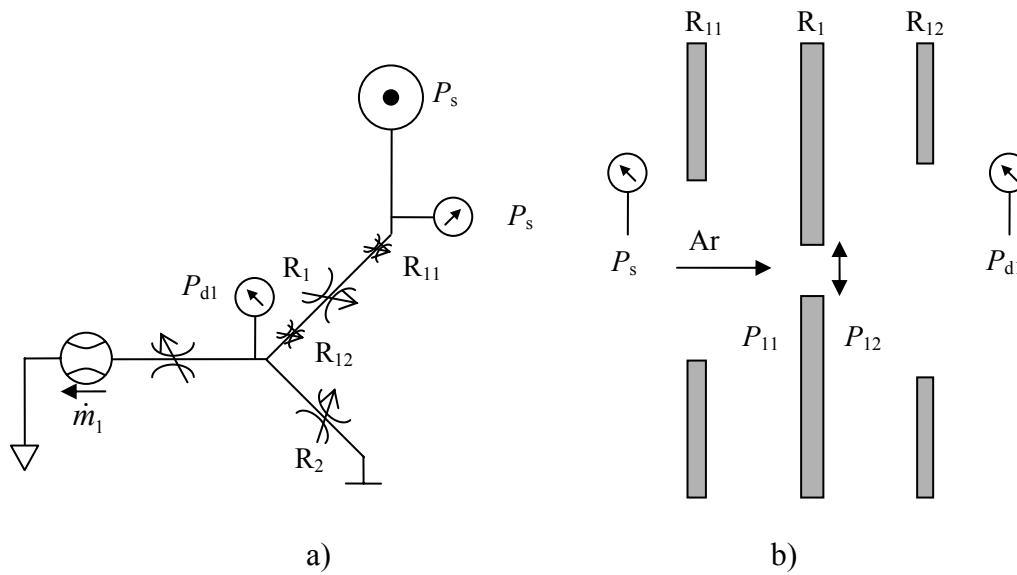
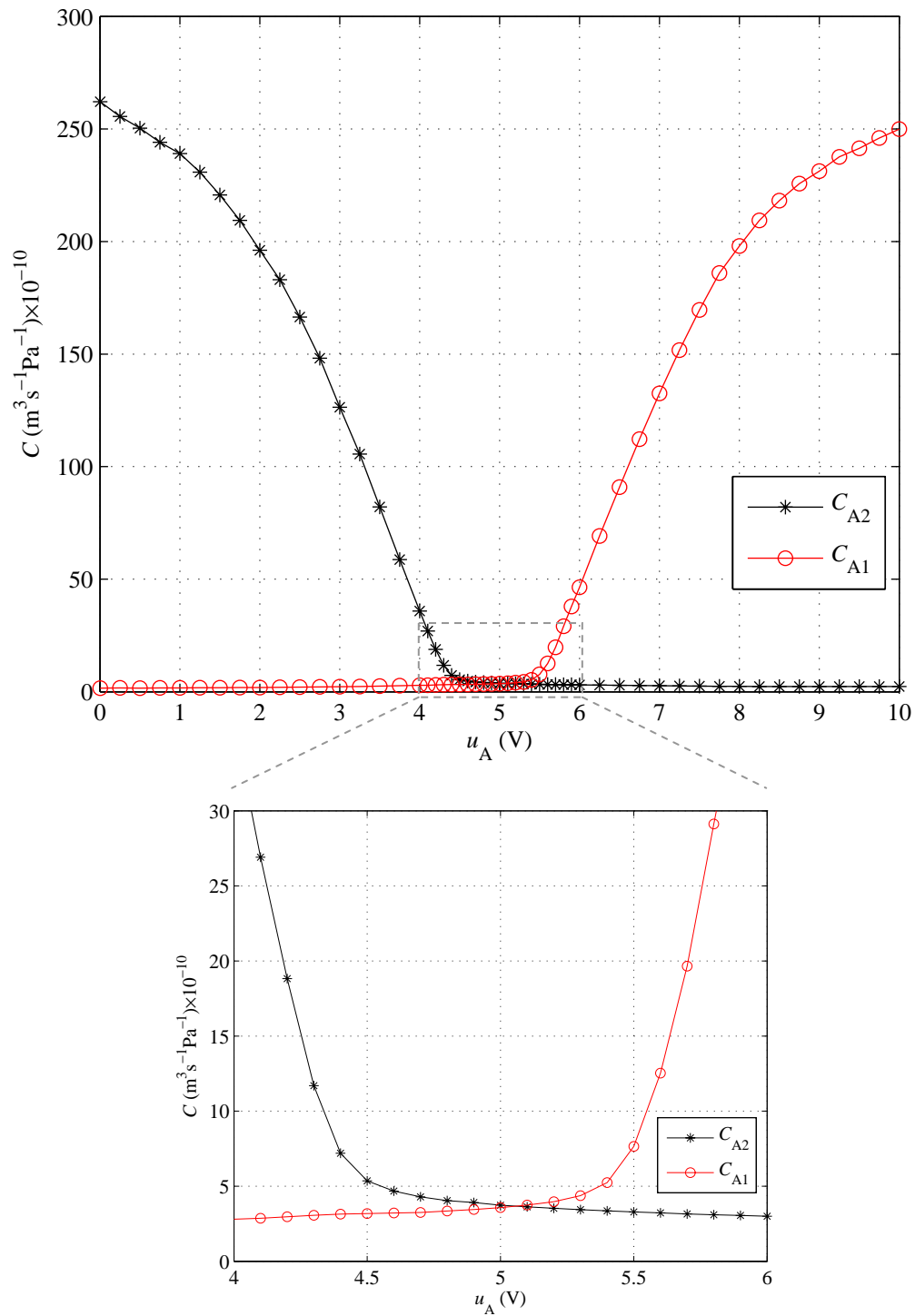


Fig. 43 – Montagem para caracterização de  $R_1$ : detalhe das várias restrições existentes

No que diz respeito à condutância sónica, e tomando como exemplo a restrição  $R_1$ , é possível verificar, na Fig. 44, que toma valores nulos para acções de controlo baixas (não há passagem de caudal) e valores progressivamente maiores à medida que a acção de controlo aumenta. O valor de  $C$  varia de forma não linear para pequenas aberturas da válvula (tal como referido no início deste capítulo), é aproximadamente linear numa zona de abertura intermédia e para grandes aberturas apresenta novamente um comportamento não linear.

Sendo conhecidos os valores de  $C(u)$  e  $r(u)$ , é possível comparar os dados reais com os fornecidos pelos modelos ISO 6358 de cada restrição. Esta comparação é apresentada, para a servoválvula A, na Fig. 45 e na Fig. 46. Na Fig. 45 apresentam-se os resultados para a restrição  $R_{A1}$  e na Fig. 46 para a restrição  $R_{A2}$ . Na parte a) destas figuras pode-se observar o valor medido e o previsto pelo modelo ISO 6358; na parte b) a variação do erro quadrático médio com a acção de controlo. A análise destas figuras permite concluir que o modelo ISO 6358 reproduz correctamente o comportamento individual das restrições para a servoválvula A, tendo sido obtidos resultados semelhantes com a servoválvula B. O caudal mássico nos orifícios de trabalho A e B foi assim determinado utilizando o modelo ISO para cada válvula (equações (29) e (32) respectivamente).

Fig. 44 – Valores de  $C$  para diferentes acções de controlo

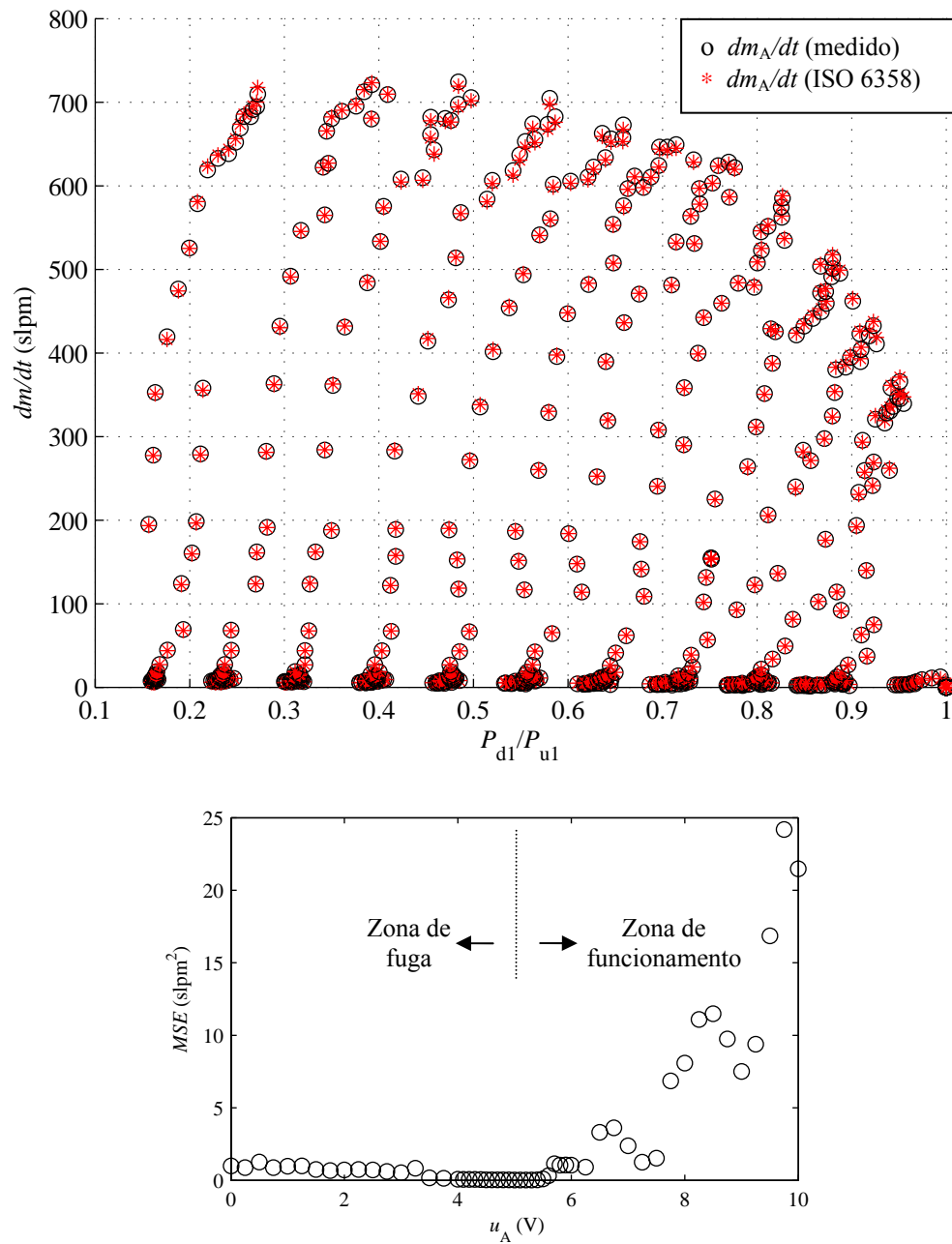


Fig. 45 – Comparação entre os dados reais e os fornecidos pelo modelo ISO 6358 na restrição  $R_1$ : a) valores medidos e ajustados; b) erro quadrático médio (MSE)

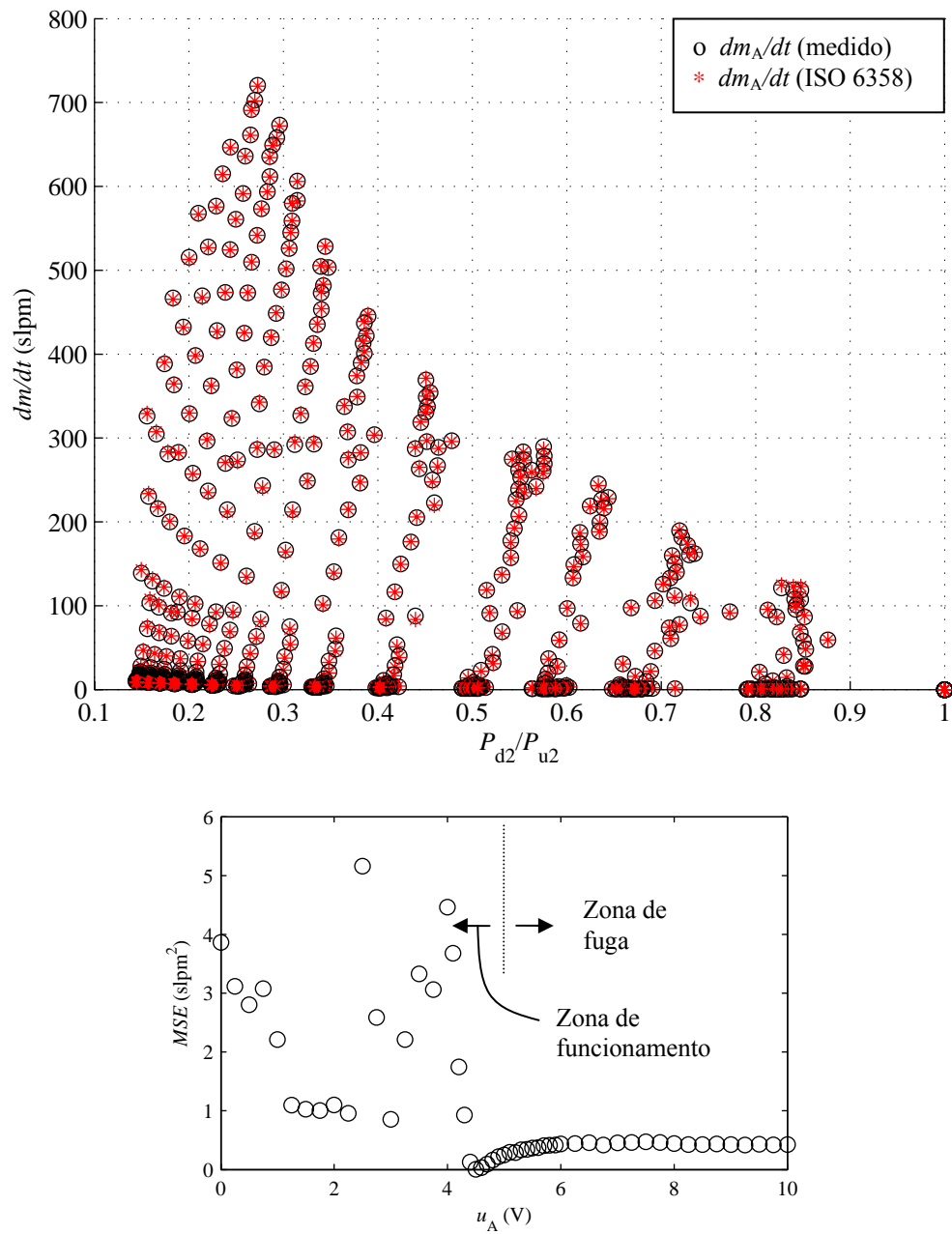


Fig. 46 – Comparação entre os dados reais e os fornecidos pelo modelo ISO 6358 na restrição  $R_2$ : a) valores medidos e ajustados; b) erro quadrático médio (MSE)

### 2.6.5 Validação dos dados experimentais

Na secção anterior cada restrição da servoválvula foi caracterizada através do modelo ISO 6358. Esta caracterização foi validada experimentalmente, comparando o caudal medido com o previsto pelo modelo. De seguida, utilizou-se o modelo ISO para obter os caudais mássicos nos orifícios de trabalho das servoválvulas ( $\dot{m}_A$  e  $\dot{m}_B$ ). Nesta secção procede-se à validação dos resultados obtidos com o modelo ISO, através da análise dos resultados de dois ensaios experimentais. No primeiro compara-se o caudal  $\dot{m}$  medido com o do modelo ISO; no segundo compara-se o ganho de pressão do modelo ISO com o ganho de pressão experimental. A validação será realizada com base nos dados experimentais da servoválvula A.

O primeiro ensaio foi efectuado com o caudalímetro Hastings e com as montagens apresentadas na Fig. 47. A medição de valores de  $\dot{m}_A$  positivos – Fig. 47 a) – foi efectuada mantendo a pressão de alimentação constante e variando  $P_{d1}$  através do estrangulador  $R_A$ . A medição de valores de  $\dot{m}_A$  negativos – Fig. 47 b) – foi efectuada mantendo  $P_{d2}$  constante ( $P_{d2} = P_{atm}$ ) e variando  $P_{u2}$  através de  $R_A$ . As pressões  $P_{u2}$  e  $P_{d1}$  foram variadas de  $P = P_{atm}$  até  $P = P_s$  com passo de 0.5 bar. A acção de controlo foi variada de 4 a 6V com passo de 0.1V.

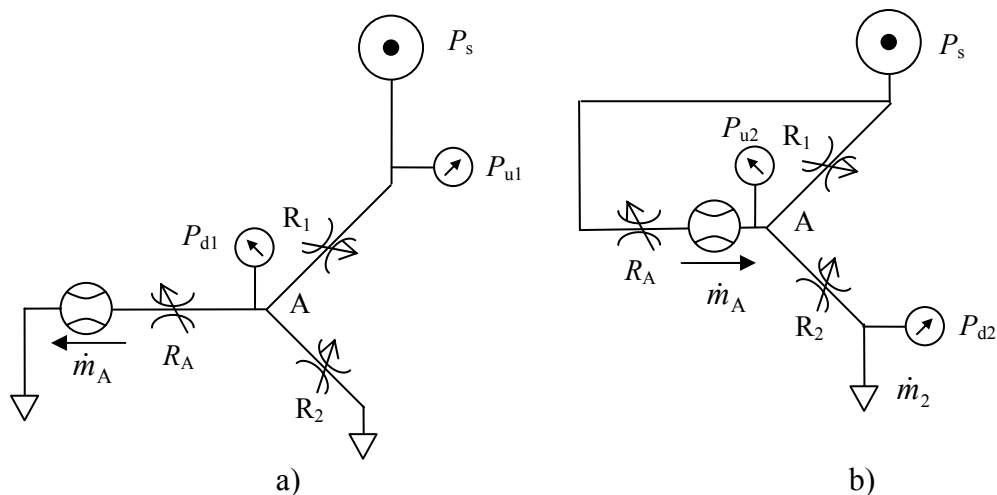


Fig. 47 – Montagens experimentais para determinação do caudal mássico no orifício de trabalho (caudais inferiores a 100 slpm)

Na Fig. 48 a) são apresentados num mesmo gráfico os valores de  $\dot{m}_A$  medidos e os valores de  $\dot{m}_A$  determinados pelo modelo ISO. Na Fig. 48 b) apresenta-se o erro



quadrático médio entre estes dois resultados. A análise destas figuras permite concluir que o procedimento experimental adoptado para determinação do modelo ISO é um procedimento válido, pois o erro quadrático médio máximo entre este modelo e os valores experimentais é de apenas 9  $\text{slpm}^2$ .

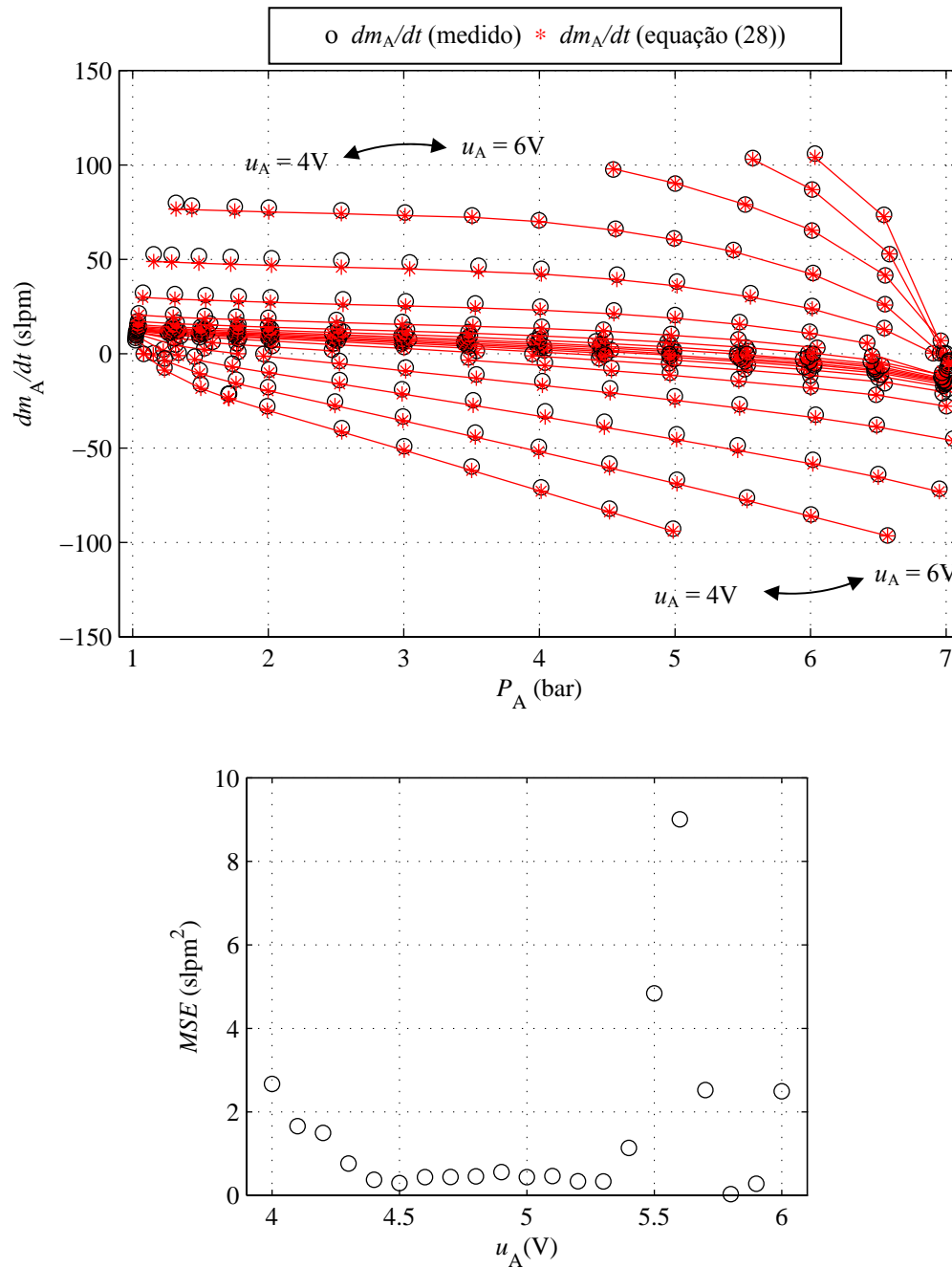


Fig. 48 – Validação dos dados experimentais de caudal mássico no orifício de trabalho:  
a) caudal medido e caudal estimado; b) erro quadrático médio entre valor medido e estimado

No segundo teste efectuado comparou-se o ganho de pressão do modelo ISO com o ganho de pressão experimental. Determinou-se o ganho de pressão do modelo ISO através de uma simulação em que este foi utilizado para estimar os caudais de uma válvula durante o enchimento um reservatório fechado, tal como apresentado na Fig. 49.

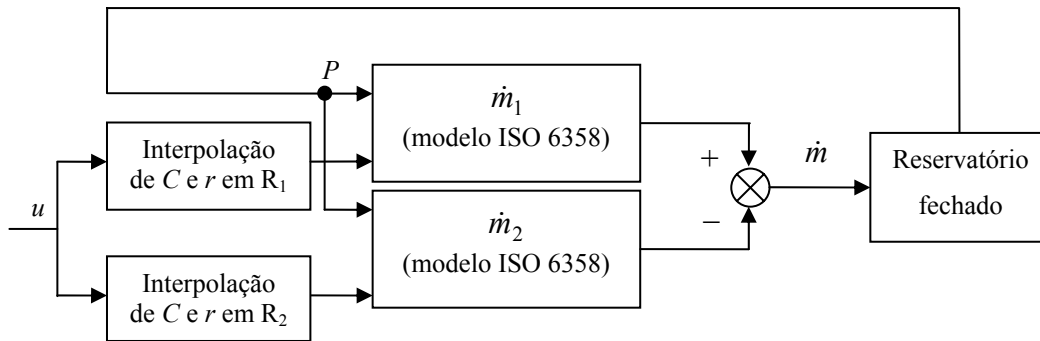


Fig. 49 – Teste do ganho de pressão do modelo ISO

Nesta simulação a acção de controlo varia de forma idêntica à utilizada na determinação experimental do ganho de pressão. Para cada valor de  $u$  os parâmetros  $C$  e  $r$  de cada restrição são determinados por uma rotina de interpolação. O valor de  $\dot{m}$  é então calculado pela diferença entre o caudal que flui pela restrição 1 ( $\dot{m}_1$ ) e o que flui pela restrição 2 ( $\dot{m}_2$ ). O tempo de permanência em cada valor de tensão foi suficientemente longo para garantir uma medição estacionária. Os resultados desta experiência para a servoválvula A são apresentados na Fig. 50, sendo possível constatar que o ganho de pressão experimental é correctamente reproduzido pelo modelo ISO.

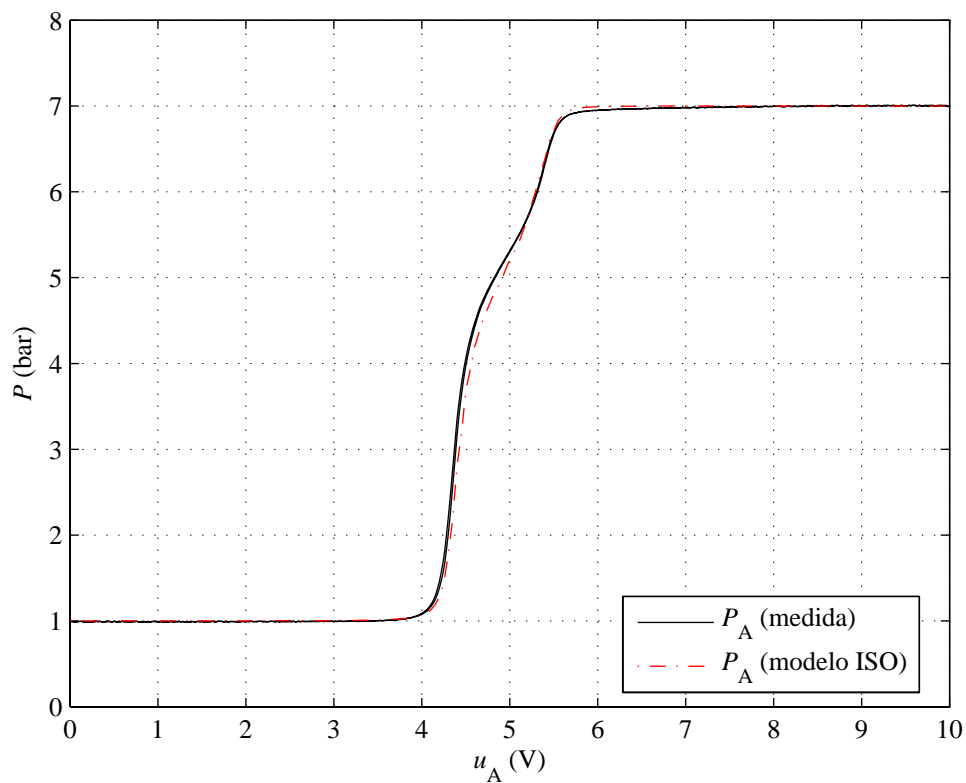


Fig. 50 – Comparação entre a curva de ganho de pressão medida e a que resulta do modelo ISO

### 2.6.6 Dados experimentais para treino das redes neuronais

No final deste procedimento de recolha e tratamento de dados foram obtidos três conjuntos de dados para cada servoválvula:

D<sub>1</sub>: Dados de ganho de pressão experimentais;

D<sub>2</sub>: Dados de caudal medidos directamente (para caudais inferiores a 100 slpm, cf. Fig. 47);

D<sub>3</sub>: Dados de caudal estimados pelo modelo ISO (para toda a gama de caudais);

Para realizar o treino das redes neuronais foram utilizados todos os dados dos conjuntos D<sub>1</sub> e D<sub>2</sub> mas nem todos os dados de D<sub>3</sub>. De facto, uma vez que para caudais inferiores a 100 slpm foram recolhidos dados experimentais de caudal mássico medidos directamente, não faria sentido utilizar os dados fornecidos pelo modelo ISO para

caudais inferiores a 100 slpm. Por outro lado, em  $D_3$  foram retirados os dados correspondentes a pressões superiores a 6.8 bar para caudais positivos e inferiores a 1.05 bar para caudais negativos. Efectivamente, e como se verá de seguida, nestas zonas a aprendizagem dos dados é muito difícil, podendo comprometer o treino da rede nas restantes zonas.

Resta ainda referir que o valor nominal do caudal das servoválvulas (700 slpm) é definido pelo fabricante, para valores positivos, com a abertura máxima da gaveta, com uma pressão de alimentação  $P_s = 7$  bar e com uma pressão de trabalho bastante alta ( $P = 6$  bar). Desta forma, o valor máximo que as válvulas debitam é superior ao valor nominal, situando-se entre os 1000 slpm para a válvula A e os 1200 slpm para a válvula B. Uma vez que o caudal máximo mensurável pelos caudalímetros disponíveis é de apenas 700 slpm, caudais acima desse valor foram estimados pelo modelo ISO.

A Fig. 51 apresenta a superfície característica da servoválvula A,  $\dot{m}_A = f_A(u_A, P_A)$ , e a Fig. 52 a superfície característica da servoválvula B,  $\dot{m}_B = f_B(u_B, P_B)$ . Os dados de caudal são representados a cinzento claro e os dados de ganho de pressão a negro. É de realçar que os dados de caudal são obtidos impondo  $u_{A,B}$  e  $P_{A,B}$  enquanto os dados de ganho de pressão são obtidos numa direcção ortogonal, i.e., impondo  $\dot{m}_{A,B}$  e  $u_{A,B}$ . Mais concretamente, a curva de ganho de pressão com caudal nulo representa a intersecção da superfície  $\dot{m}_{A,B} = f_{A,B}(u_{A,B}, P_{A,B})$  com o plano  $\dot{m}_{A,B} = 0$ . Este facto justifica a importância da determinação experimental da curva de ganho de pressão com caudal nulo: a curva de ganho de pressão junto da posição central da gaveta como que suporta os dados de caudal. Note-se também que quando a acção de controlo e a pressão de trabalho são simultaneamente elevadas ou baixas, a superfície tem uma inclinação muito elevada que é muito difícil de mapear. Daí que os dados nesta zona tenham sido parcialmente eliminados, de forma a não influenciar negativamente o mapeamento do resto da superfície. É também de salientar que as superfícies características das duas válvulas são muito semelhantes mas não são exactamente iguais; a válvula B tem um caudal máximo ligeiramente superior ao da válvula A e os ganhos de pressão apresentam alguma diferença, tal como representado na Fig. 53.

Por último, resta referir ainda que foi constituído um conjunto de dados de validação para treino das redes neuronais. Estes dados foram gerados aplicando o modelo ISO a 300 pares de pontos (pressão, acção de controlo) gerados aleatoriamente.

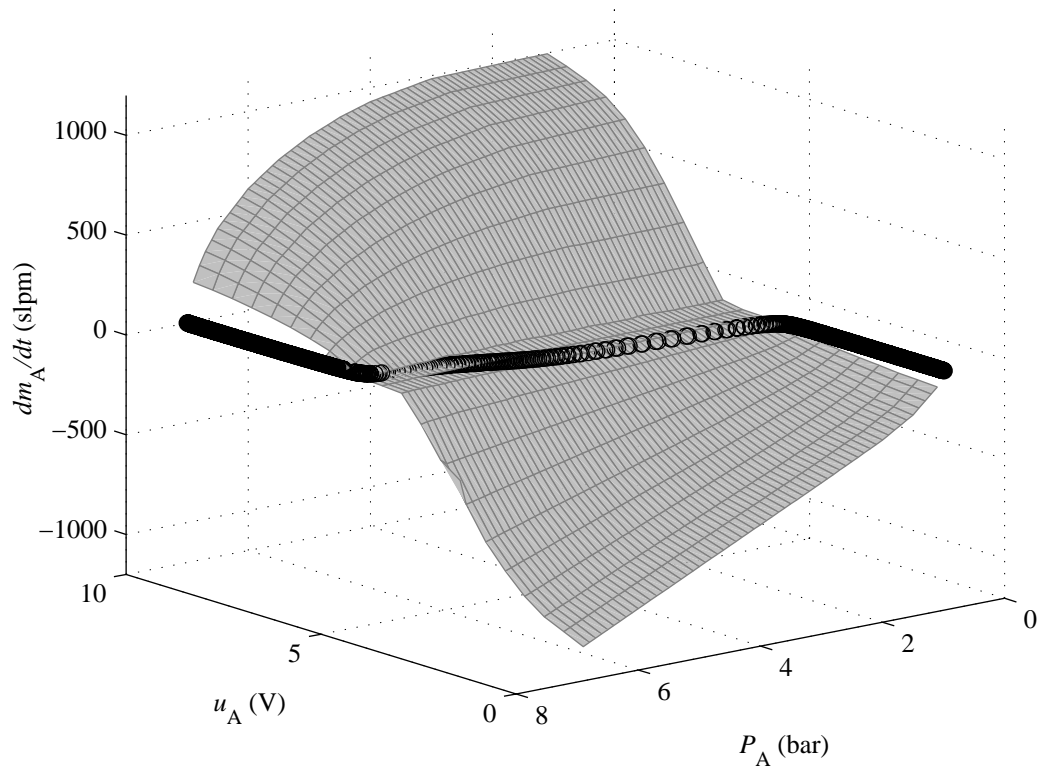


Fig. 51 – Superfície característica da servoválvula A

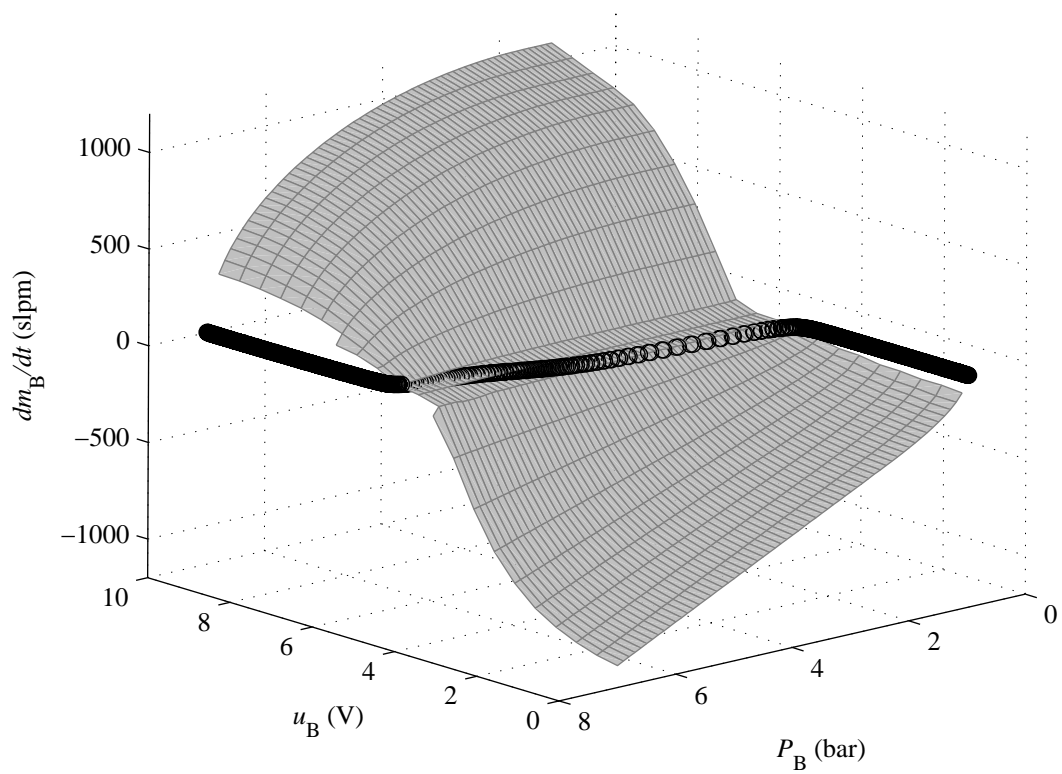


Fig. 52 – Superfície característica da servoválvula B

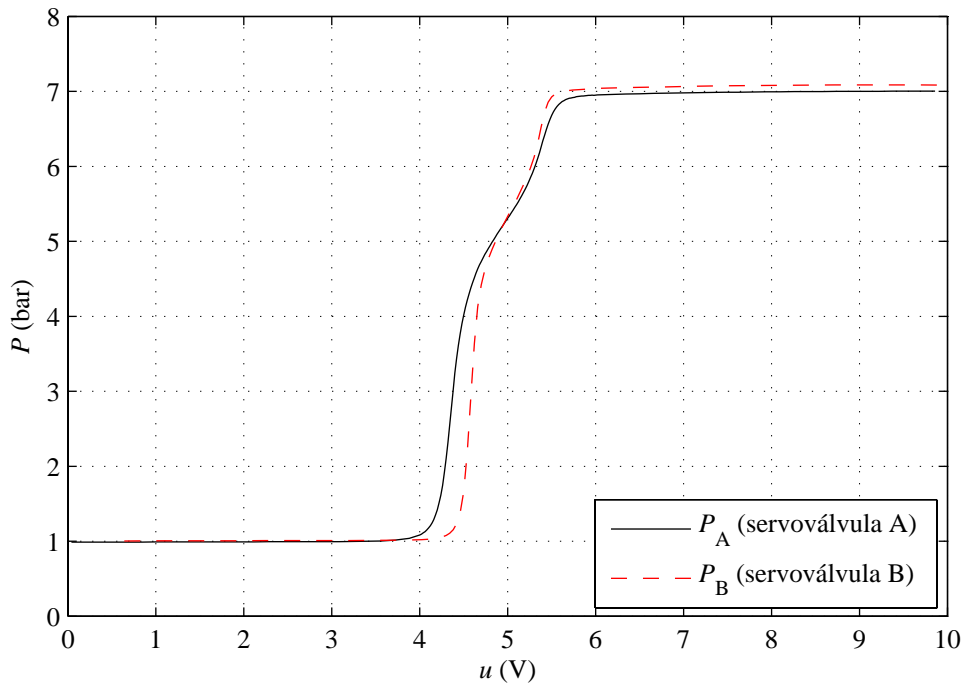


Fig. 53 – Comparação entre os ganhos de pressão das servoválvulas A e B

## 2.7 Modelos das servoválvulas com redes neuronais artificiais

As superfícies representadas na Fig. 51 e na Fig. 52 constituem superfícies de referência pois será com base nelas que as redes neuronais artificiais que modelam as servoválvulas são treinadas nesta secção. Os modelos directos fazem o mapeamento destas superfícies de  $u$  e  $P$  para  $\dot{m}$  enquanto os modelos inversos fazem o mapeamento de  $P$  e  $\dot{m}$  para  $u$ . Tal como tem vindo a ser realizado, os resultados experimentais apresentados nesta secção são os correspondentes à servoválvula A.

### 2.7.1 Modelos directos

Como foi acima referido, a rede neuronal artificial do modelo directo (DANN) deve mapear a função  $f$  da equação (47), repetida de seguida por conveniência:

$$\dot{m} = f(u, P) \quad (64)$$

Para efectuar esse mapeamento foi utilizada uma rede neuronal artificial MLP, totalmente ligada, com três camadas  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  – ver Fig. 54.  $L_1$  tem 10 neurónios *tansig*,  $L_2$  tem 6 neurónios *tansig* e  $L_3$  tem um neurónio linear.

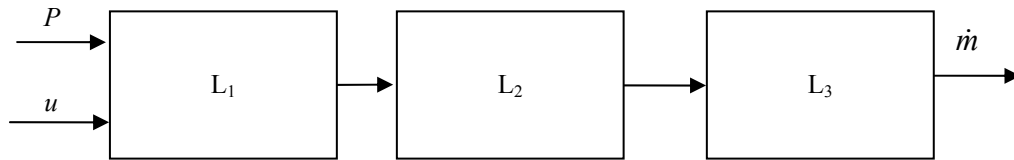


Fig. 54 – Arquitectura da rede DANN

A Fig. 55 ilustra o procedimento de treino para as redes DANN. Os parâmetros de cada camada foram ajustados com o algoritmo de Levenberg-Marquandt e o critério de erro utilizado foi o MSE regularizado (função *msereg* no Matlab®). No sentido de evitar soluções correspondentes a mínimos locais do valor do critério de erro, foram efectuadas 50 sessões de treino para cada rede, partindo em cada uma delas de parâmetros iniciais diferentes. As sessões de treino foram paradas quando foi detectado um aumento do erro no conjunto de dados de validação.

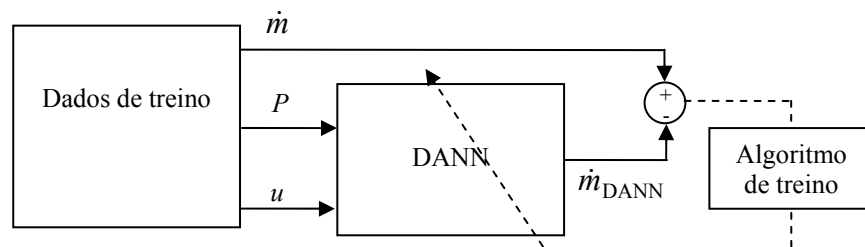
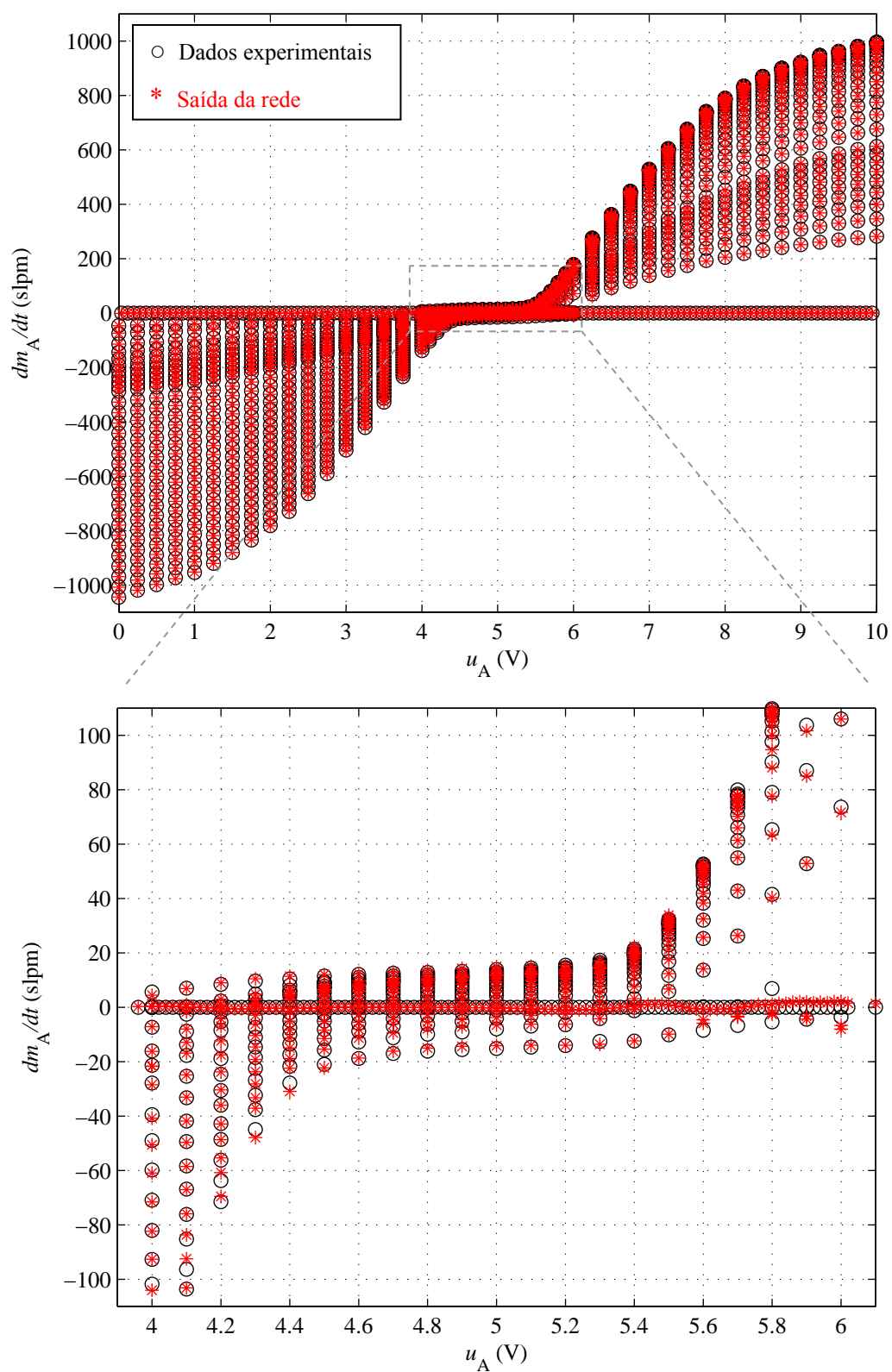


Fig. 55 – Procedimento de treino das redes DANN

Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 56. Como se pode verificar nesta figura, há um excelente ajuste entre os dados de treino e a saída da rede, mesmo para valores baixos de caudal. Este facto é traduzido no baixo MSE de treino,  $1.67 \text{ slpm}^2$ , bem como no valor máximo de erro no treino:  $8.77 \text{ slpm}$ .

Fig. 56 – Resultados do treino da rede DANN<sub>A</sub>



Com vista a determinar o comportamento da rede DANN com dados não utilizados no treino, foi efectuado o teste apresentado na Fig. 57.

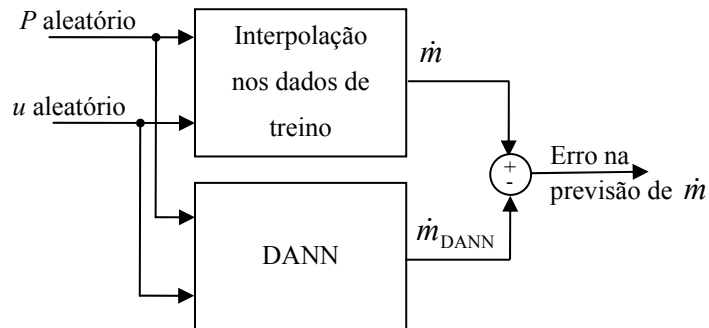


Fig. 57 – Teste para determinação da capacidade de generalização da DANN

Neste teste foram gerados 5000 pontos aleatórios de  $u$  e de  $P$ , que foram aplicados à rede DANN e a uma rotina de interpolação dos dados de teste. Esta rotina determina o caudal mássico correspondente aos valores aleatórios de  $u$  e de  $P$  e funciona da seguinte forma: para caudais mássicos abaixo de 100 slpm (conjunto de dados  $D_2$ ), utiliza-se a função de interpolação não linear *griddata* do Matlab®. Para caudais mássicos acima de 100 slpm, (conjunto de dados  $D_3$ ), os coeficientes  $C$  e  $r$  do modelo ISO 6358 de cada restrição foram interpolados com a função *interp1* do Matlab® e seguidamente  $\dot{m}$  foi calculado com o modelo ISO. A superfície do erro obtido neste teste encontra-se representada na Fig. 58. O erro absoluto máximo é de 20 slpm, com valor médio de  $\mu=0.027$  slpm e desvio padrão  $DP = 1.41$ slpm. Note-se que este teste tem um carácter indicativo pois existe um erro associado à determinação de  $\dot{m}$  por interpolação nos dados treino. Apesar disso, os valores bastante baixos de erro apontam para que a DANN possua uma boa capacidade de generalização.

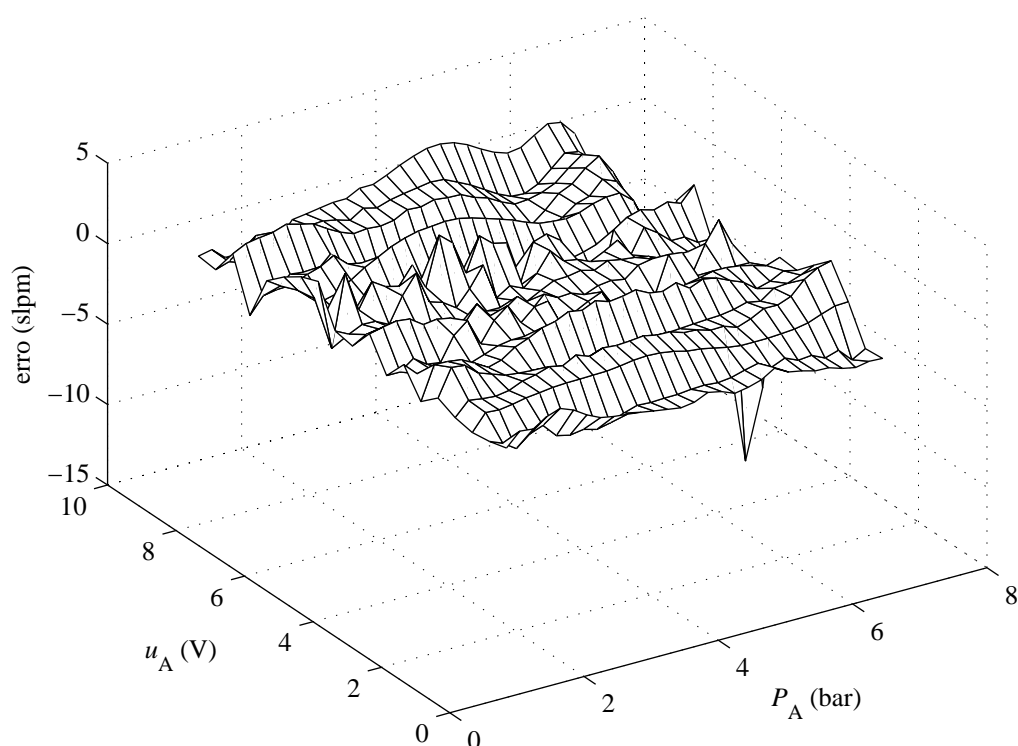


Fig. 58 – Erro da rede  $DANN_A$  com dados aleatórios não utilizados no treino

O segundo teste efectuado ao modelo directo trata-se de uma comparação entre o ganho de pressão da rede DANN e o ganho de pressão medido. Para determinar o ganho de pressão da rede DANN foi feita uma simulação idêntica à utilizada no modelo ISO, onde a rede DANN foi utilizada para estimar os caudais de uma válvula durante o enchimento um reservatório fechado – Fig. 59. A Fig. 60 apresenta o resultado desta comparação; como se pode verificar, há um excelente ajuste entre as duas curvas, sendo o erro máximo de apenas 2.44% da pressão de alimentação.

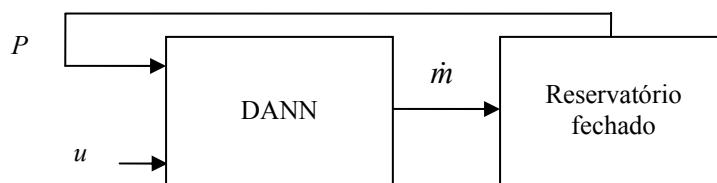


Fig. 59 – Teste de ganho de pressão da rede DANN

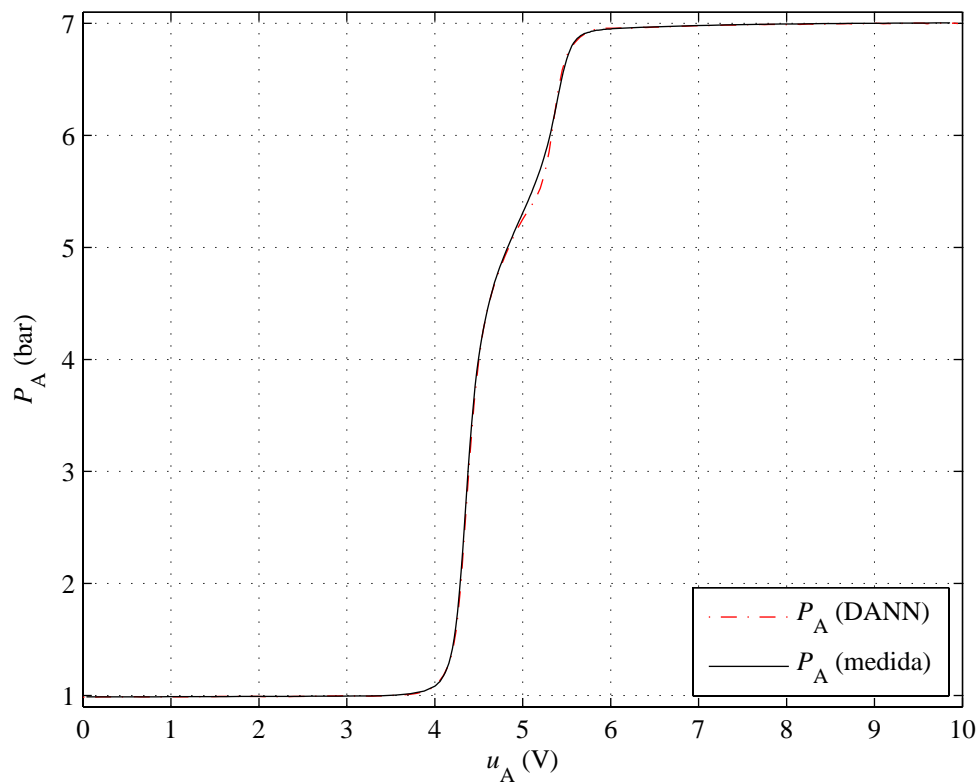


Fig. 60 – Resultados de ganho de pressão da rede DANN<sub>A</sub>

Para além de reproduzir correctamente o comportamento das servoválvulas, um requisito importante dos modelos é que sejam computacionalmente rápidos pois só desta forma é possível utilizá-los em aplicações de tempo real. Nos testes efectuados à rede DANN concluiu-se que a execução desta rede é realizado em menos de  $100 \mu s$  num processador Intel Pentium III com 1 Ghz de velocidade de relógio.

### 2.7.2 Modelos inversos

Para a determinação do modelo inverso IANN foram utilizadas redes neuronais artificiais MLP com uma arquitectura e dimensão semelhantes à das redes DANN: redes totalmente ligadas, três camadas  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  com respectivamente 10 e 6 neurónios *tansig* e um neurónio linear.

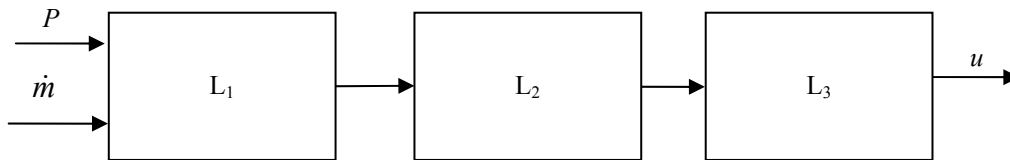


Fig. 61 – Arquitectura das redes IANN

O treino das redes IANN foi efectuado de acordo com os mesmos procedimentos que o treino das redes DANN, sendo que no caso das redes IANN as entradas da rede são pressão e caudal mássico e a saída é a acção de controlo – Fig. 62.

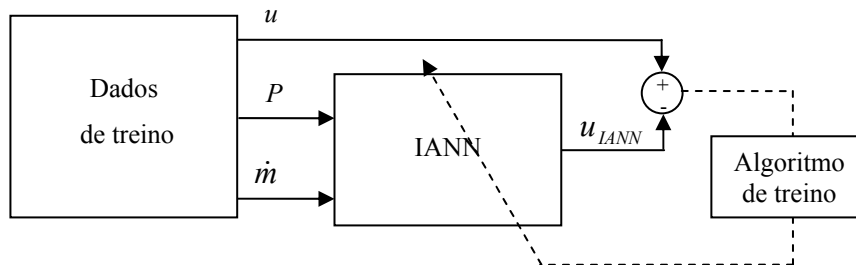
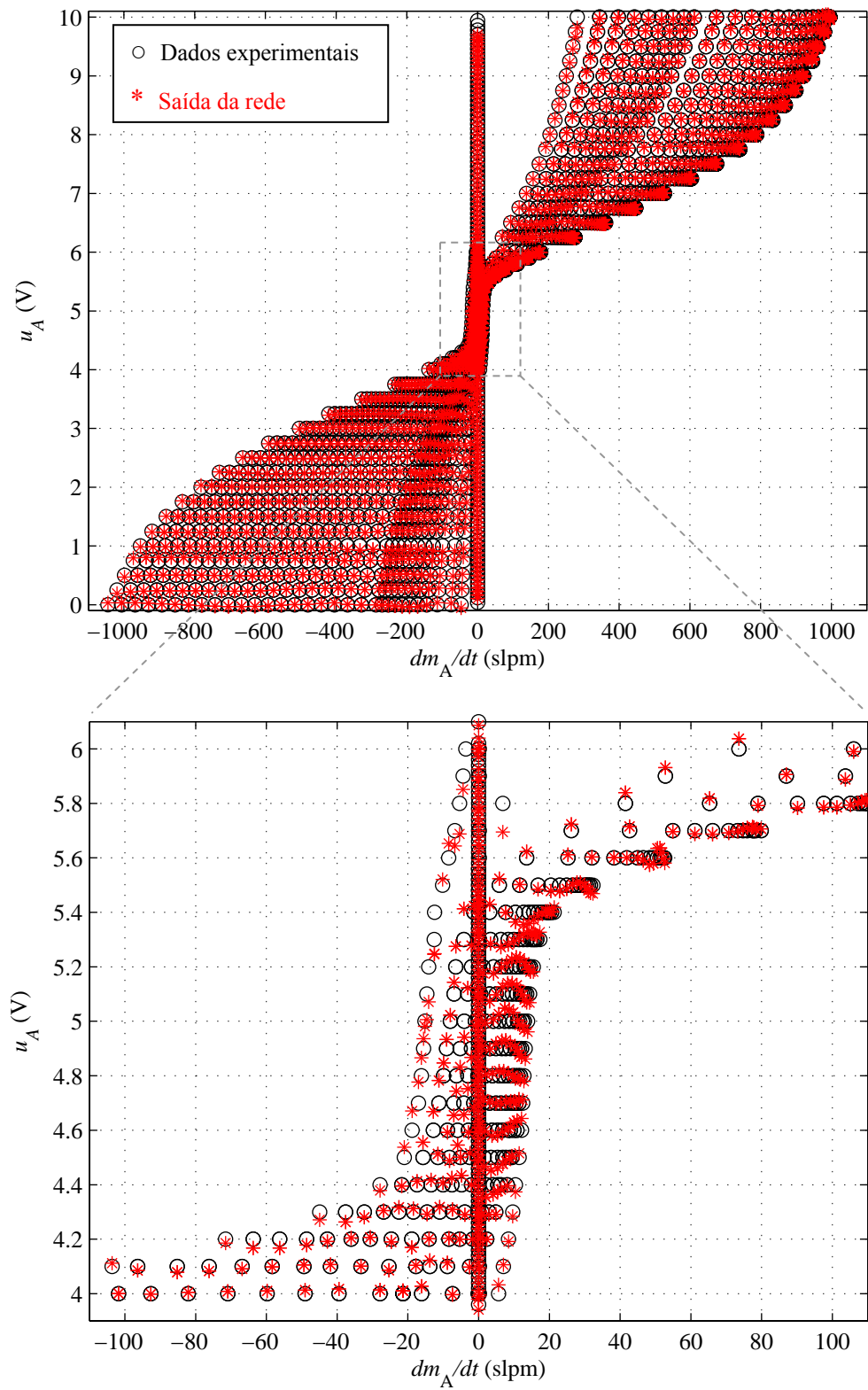


Fig. 62 – Procedimento de treino da rede IANN

Os resultados do treino são apresentados na Fig. 63. Como se pode verificar, o treino da rede é bem sucedido pois existe um bom ajuste entre os valores medidos e os previstos pela rede. O MSE do treino é de apenas  $1 \times 10^{-3} \text{ V}^2$ .

É naturalmente desejável que o erro de treino da rede IANN seja baixo. No entanto, mais importante do que conhecer o erro na previsão da acção de controlo, é saber como é que esse erro se reflecte no caudal mássico fornecido pela válvula. De facto, as redes IANN foram desenvolvidas segundo uma filosofia na qual a variável de controlo calculada pelo controlador é um caudal mássico desejado (cf. secção 2.5). A função da rede IANN é fornecer a acção de controlo que garante que esse caudal mássico desejado é atingido. É portanto interessante verificar se a função das redes IANN está ou não a ser correctamente cumprida. O erro entre o caudal mássico desejado e o obtido quando aplicada a acção de controlo fornecida pela rede IANN será chamado erro de caudal da rede IANN.

Fig. 63 – Resultados do treino da rede IANN<sub>A</sub>

O primeiro teste do erro de caudal das redes IANN encontra-se ilustrado na Fig. 64: utilizando os dados de treino, calcula-se por interpolação o caudal mássico que a acção de controlo fornecida pela rede IANN provoca. A diferença entre o caudal mássico dos dados de treino e esse caudal é o erro apresentado na Fig. 65. Em condições normais de trabalho, o erro máximo é de 9.11 slpm com uma média de  $\mu = 0.055$  slpm e um desvio padrão de  $DP = 2.21$  slpm.

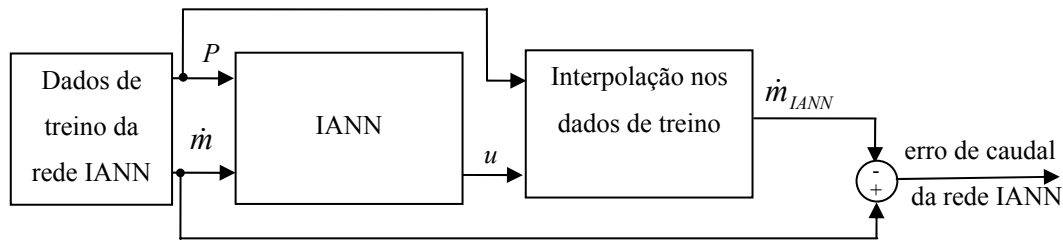


Fig. 64 – Teste do erro de caudal da rede IANN com dados de treino

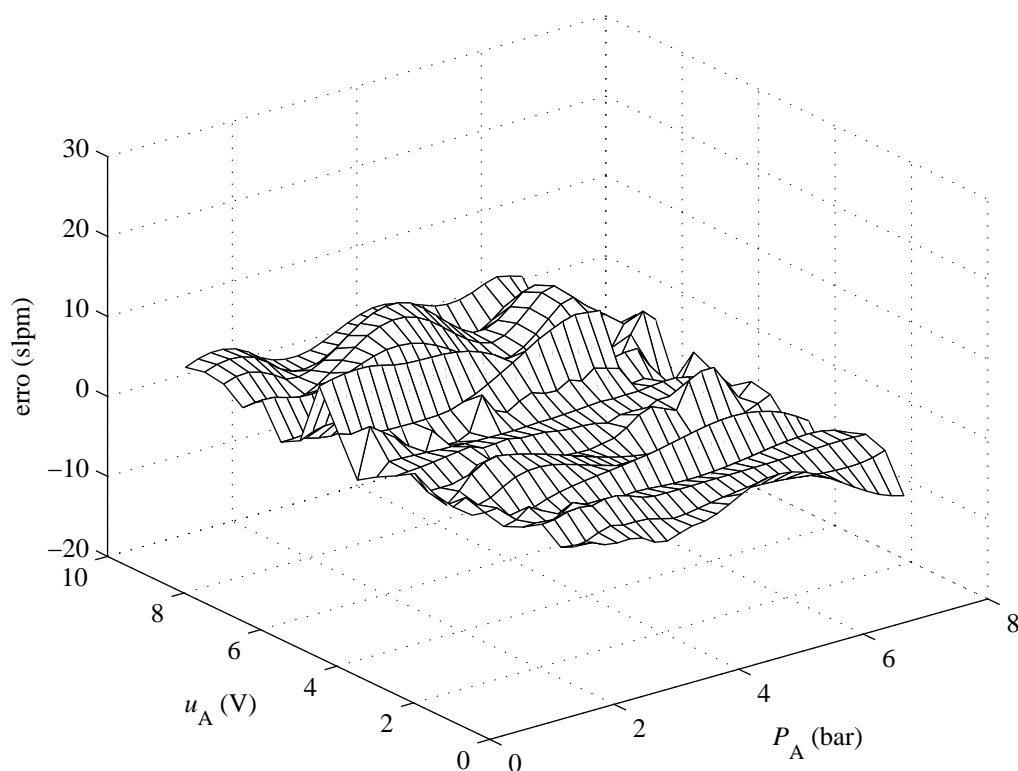


Fig. 65 – Erro de caudal da rede IANN<sub>A</sub> com dados de treino

O segundo teste realizado baseia-se na simulação representada na Fig. 66. Este teste é idêntico ao da Fig. 65 mas neste caso os dados utilizados no teste são 5000 pares de

pontos (pressão/ acção de controlo) aleatórios. Tal como no teste efectuado à rede DANN, neste caso pretende-se avaliar o desempenho da rede IANN com dados previamente desconhecidos. O erro de caudal é apresentado na Fig. 67. O seu valor máximo é de apenas 29.55 slpm, com média de  $\mu = -0.043$  slpm e desvio padrão de  $DP = 2.67$  slpm

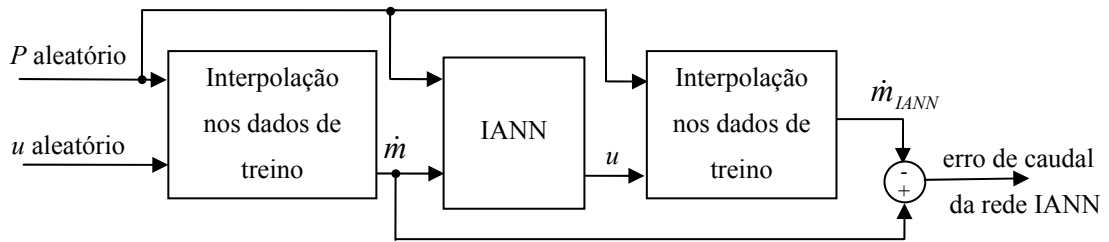


Fig. 66 – Teste do erro de caudal da rede IANN com dados aleatórios

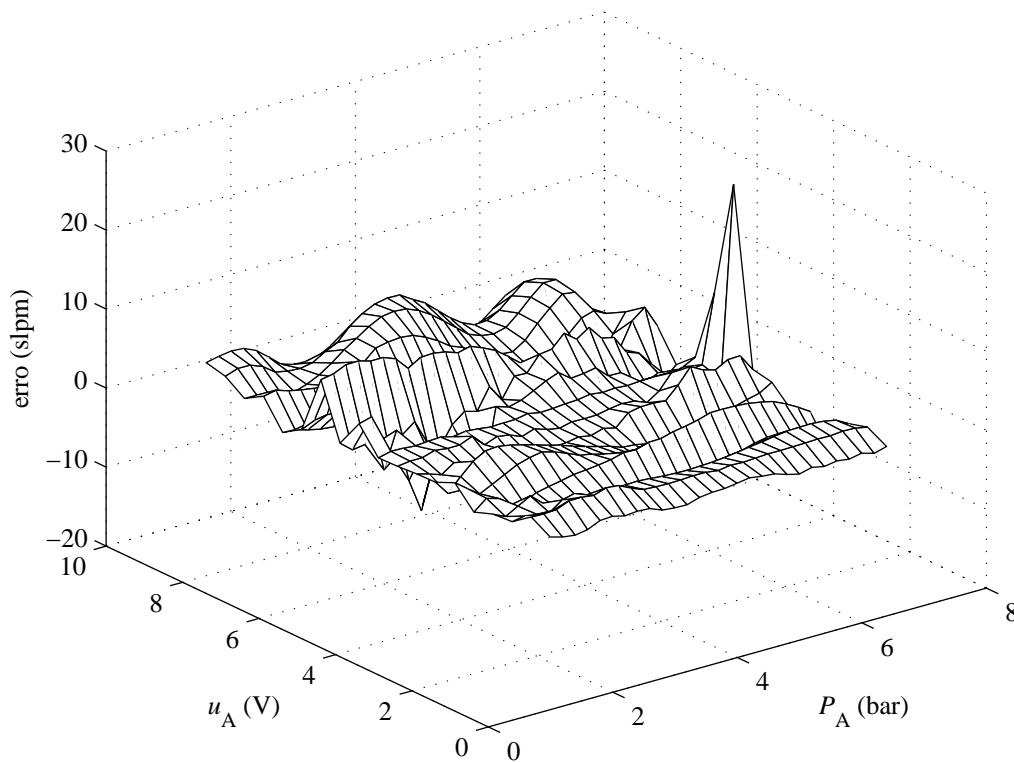


Fig. 67 – Erro de caudal da rede IANN<sub>A</sub> com dados aleatórios

Nas duas experiências anteriormente efectuadas, o caudal mássico causado pela acção de controlo da rede IANN foi determinado por rotinas de interpolação nos dados de treino. Apesar de a grelha de pontos experimentais ser uma grelha apertada, e portanto o erro de interpolação nessa grelha ser em princípio baixo, foi efectuada uma terceira

experiência onde o caudal mássico causado pela acção de controlo da rede IANN foi determinado experimentalmente. Dada a limitação do caudalímetro Hastings (cf. secção 2.6) esta experiência só foi realizada para valores de caudal inferiores a 100 slpm. Utilizando dados do conjunto  $D_2$ , a acção de controlo fornecida pela rede IANN para cada par de pontos  $(P, \dot{m})$  foi determinada. De seguida, esta acção de controlo e a correspondente pressão foram impostas experimentalmente à válvula e o caudal no orifício A,  $\dot{m}_A$ , foi medido – ver Fig. 68. A diferença entre o caudal utilizado no treino da rede e o valor medido  $\dot{m}_A$  constitui o erro de caudal da rede IANN, representado na Fig. 69. O seu valor máximo é de apenas 5.76 slpm, sendo a média  $\mu = -0.05$  slpm e o desvio padrão  $DP = 2.2$  slpm.

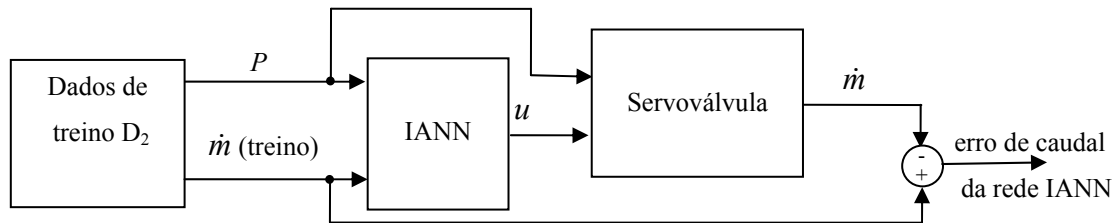


Fig. 68 – Teste experimental do erro de caudal da rede IANN com dados de treino

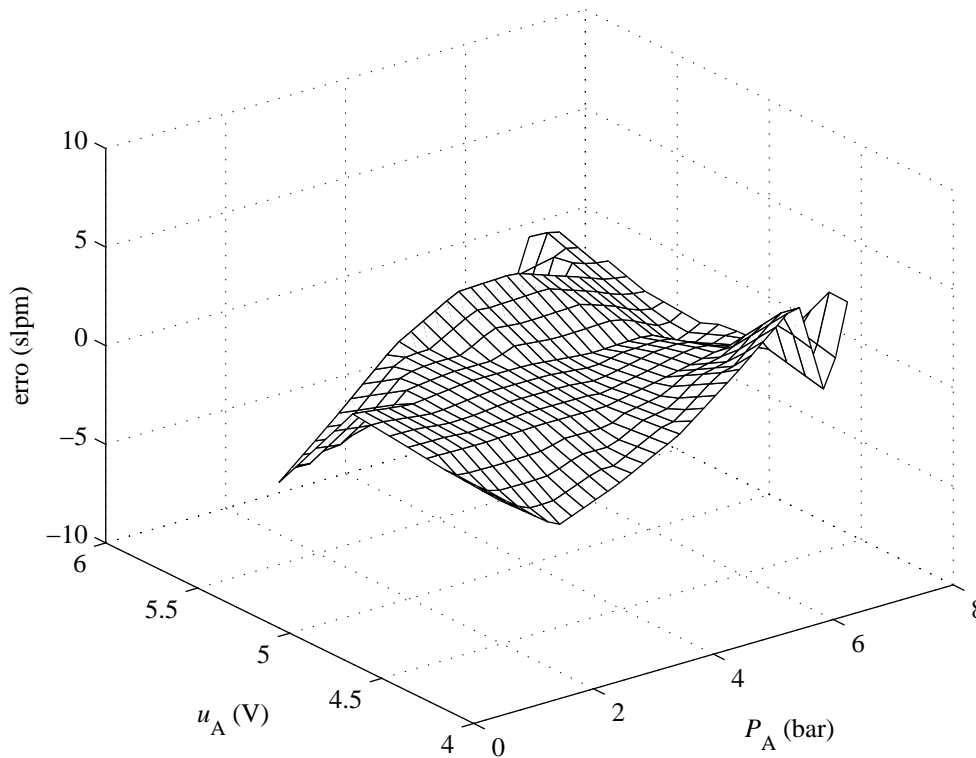


Fig. 69 – Erro de caudal da rede IANN<sub>A</sub>: comparação directa com dados experimentais



Foi ainda realizado um último teste que consistiu numa comparação entre o ganho de pressão da rede IANN com o ganho de pressão experimental. O ganho de pressão da rede IANN foi determinado através do conjunto de pontos  $(\hat{u}, P)$ , em que  $\hat{u}$  é dado pela simulação representada na Fig. 70 e  $P$  é a pressão medida durante o ensaio experimental de ganho de pressão. A Fig. 71 apresenta um gráfico onde se efectua uma comparação entre o ganho de pressão real e o ganho de pressão da rede IANN. Como se pode constatar há, mais uma vez, um bom ajustamento entre as duas curvas, sendo o erro máximo em pressão de aproximadamente 1.72% da pressão de alimentação. Note-se que, tal como a rede DANN, a rede IANN é executada em menos de 100  $\mu\text{s}$  num processador Pentium III com 1 Ghz de velocidade de relógio.

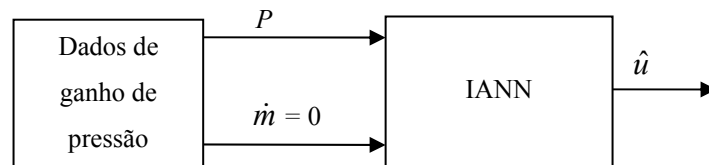


Fig. 70 – Determinação do ganho de pressão da rede IANN

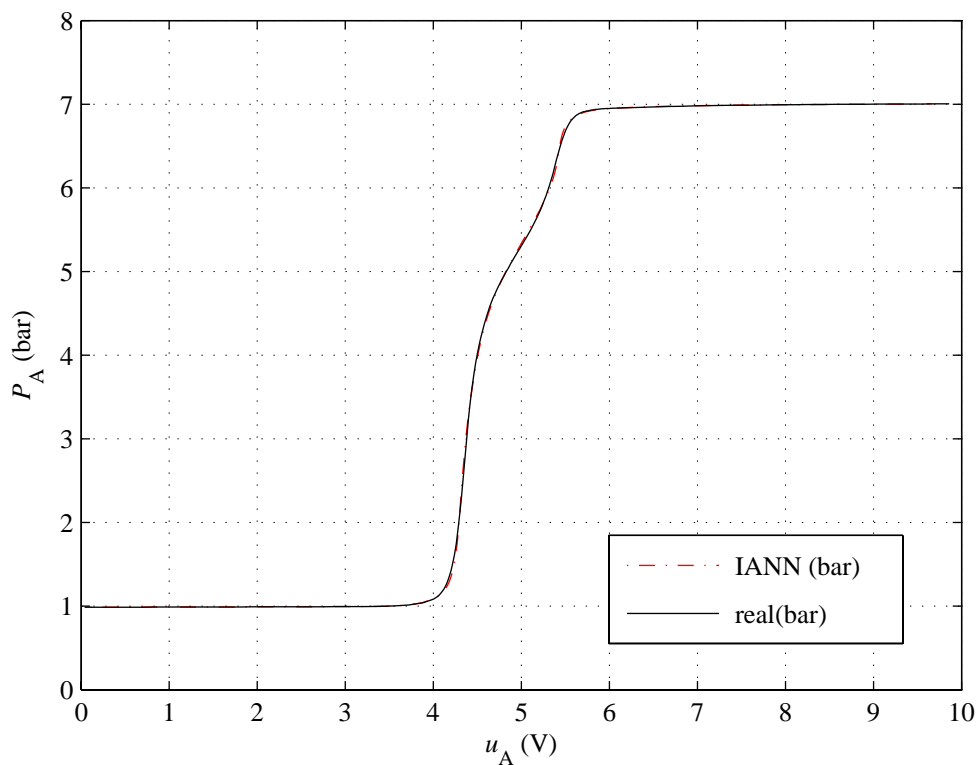


Fig. 71 – Resultados de ganho de pressão para a rede IANN<sub>A</sub>

## ***2.8 Conclusões do capítulo 2***

Neste capítulo foi estudado o elemento modulador do caudal que entra e sai das câmaras do cilindro pneumático: a servóválvula. Após apresentar o modelo teórico e o modelo baseado na norma ISO 6358 de uma servóválvula de três orifícios, foi justificada a utilidade de tornar o modelo do sistema pneumático afim na acção de controlo. Foram apresentadas e discutidas algumas soluções existentes na literatura para atingir esse objectivo.

De seguida foram propostos novos modelos de servóválvulas pneumáticas de três orifícios, baseados em redes neuronais artificiais. A solução apresentada compreende dois modelos distintos: um modelo directo, para utilizar em tarefas de simulação do comportamento da servóválvula (DANN), e um modelo inverso, para utilizar em tarefas de controlo (IANN). Em condições de trabalho normais, ambos os modelos reproduzem correctamente o comportamento das servóválvulas. Exemplificando com os resultados referentes à servóválvula A, e utilizando os dados de treino, o modelo directo apresenta um erro máximo de apenas 1.25% do caudal mássico nominal (CMN). Quando a saída do modelo inverso é aplicada à servóválvula para se obter um determinado caudal mássico, o erro máximo é de apenas 1.3% do CMN. No que diz respeito ao ganho de pressão os resultados obtidos são igualmente satisfatórios: os erros máximos dos modelos directo e inverso são, respectivamente, 2.44% e 1.72% da pressão de alimentação. Quer o modelo directo quer o inverso são modelos computacionalmente rápidos: ambos são executados em menos de  $100\mu s$  num processador Pentium III com 1Ghz de velocidade de relógio. Refira-se ainda que os modelos propostos conduzem a bons resultados não só com as válvulas utilizadas neste trabalho [47], mas também com outro tipo de válvulas [48].

Deste capítulo resultam três modelos de servóválvulas que serão utilizados para fins distintos nos próximos capítulos: o modelo teórico será utilizado no capítulo 3, secção 3.5.3, o modelo ISO será utilizado no capítulo 4, secção 4.1, e os modelos IANN serão utilizados para controlo não linear no Capítulo 5.

# CAPÍTULO 3

## Modelação do actuador

Neste capítulo desenvolve-se o modelo do actuador do sistema, um cilindro pneumático. Este modelo é composto por duas partes distintas: a componente mecânica, que descreve o movimento do pistão, e a componente termodinâmica, que descreve o comportamento do ar no interior das câmaras do cilindro. O modelo mecânico é obtido pela aplicação da segunda lei de Newton e relaciona as diversas forças que agem sobre o pistão com o estado de movimento resultante. O modelo termodinâmico relaciona a pressão e a temperatura do ar no interior de cada câmara com os caudais de ar que nela entram ou saem, com o movimento do pistão e com a transferência de calor entre o ar e as paredes do cilindro. Ambos são modelos não lineares.

No modelo mecânico a maior dificuldade reside na determinação das forças de atrito, pelo que se apresenta uma breve descrição dos regimes de atrito presentes em contactos lubrificados. De seguida, apresentam-se os modelos mais comuns na literatura e efectua-se a identificação, baseada em dados experimentais, de três modelos de atrito.

Quanto ao modelo termodinâmico, na literatura existente são normalmente realizadas duas simplificações: a transferência de calor entre o ar no interior do cilindro e as suas paredes é desprezada (ou só é tida em conta indirectamente) e a variável de estado temperatura é eliminada. Neste capítulo estas duas simplificações são analisadas em detalhe. Após apresentar o modelo termodinâmico completo, é proposta uma nova metodologia para estimar a transferência de calor, baseada na constante de tempo térmica do cilindro. A eficácia desta nova metodologia é comprovada em simulação e experimentalmente. De seguida, analisam-se diversos modelos de ordem reduzida existentes na literatura e propõem-se novos modelos que incorporam explicitamente a transferência de calor. O desempenho de todos os modelos é então comparado, concluindo-se que os novos modelos propostos podem melhorar significativamente a previsão de pressão no interior das câmaras.

### 3.1 Modelo mecânico

#### 3.1.1 Equações gerais

A Fig. 72 apresenta esquematicamente a parte mecânica do sistema servopneumático. Existem diversas forças a actuar sobre a massa móvel  $M$ , nomeadamente as devidas às pressões na câmara A ( $F_A$ ) e na câmara B ( $F_B$ ), a causada pela pressão atmosférica  $F_{atm}$ , as forças exteriores  $F_{ext}$  e a força de atrito  $F_{atr}$ .

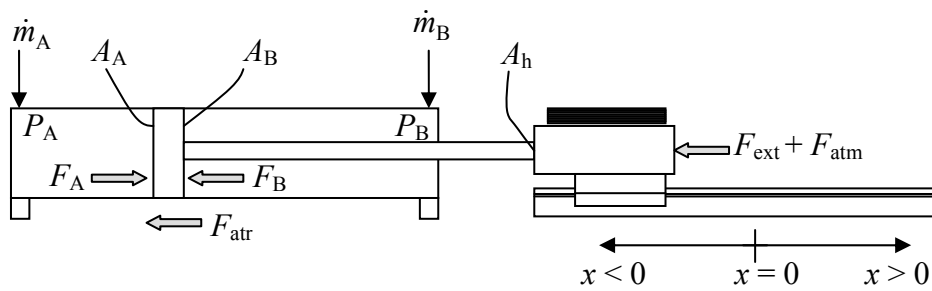


Fig. 72 – Esquema da parte mecânica do sistema servopneumático

As equações (65), (66) e (67) definem as forças devidas às várias pressões no sistema. Neste trabalho considera-se que não há forças exteriores a actuar no pistão; apesar disso, o termo  $F_{ext}$  será mantido nas equações pois, como se verá no capítulo 4, será útil no procedimento utilizado para a previsão de ciclos limite em alguns controladores lineares.

$$F_A = P_A A_A \quad (65)$$

$$F_B = P_B A_B \quad (66)$$

$$F_{atm} = P_{atm} (A_A - A_B) = P_{atm} A_h \quad (67)$$

Da aplicação da segunda lei de Newton à massa em movimento resultam as seguintes equações diferenciais:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{P_A A_A - P_B A_B - F_{\text{atm}} - F_{\text{atr}} - F_{\text{ext}}}{M} \quad (68)$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad (69)$$

Uma vez que as pressões  $P_A$  e  $P_B$  são medidas experimentalmente e que as dimensões do cilindro são fornecidas pelo fabricante do actuador, para conhecer todos os termos da equação (68), resta apenas determinar o valor de  $M$  e encontrar um modelo para a força de atrito. Estas duas tarefas são realizadas nas próximas secções.

### 3.1.2 Modelação da força de atrito

Neste trabalho não se pretende fazer uma descrição exaustiva dos modelos de atrito existentes na literatura, mas apenas uma curta descrição dos mais utilizados. Nesse sentido, faz-se de seguida uma descrição dos fenómenos físicos que provocam o atrito entre corpos. A descrição é baseada num estudo publicado em 1994 por Armstrong-Hélouvry *et al.* [50].

A força de atrito é uma força dissipativa que surge entre duas superfícies em contacto e que se opõe ao movimento entre elas. É uma força que tanto pode ser desejada, como no caso dos travões mecânicos, como indesejada, como no caso em estudo neste trabalho. De facto, para além de dissipar parte da energia pneumática disponível, o comportamento não linear da força de atrito dificulta bastante a análise e o controlo do sistema em estudo, podendo mesmo provocar, como se verá no capítulo 4, oscilações no carro guiado. Para compreender o fenómeno do atrito e os modelos que o descrevem, é necessário analisar o que se passa, de um ponto de vista microscópico, entre duas superfícies em contacto. Tal como apresentado na Fig. 73, o contacto entre dois corpos é feito através de pequenas rugosidades. Uma imagem interessante sugerida por F.P.Bowden, retirada de [50], p.1085, é a de que “colocar dois sólidos em contacto é

como virar a Suíça ao contrário e colocá-la em cima da Áustria – a área de contacto efectiva será pequena”\* (em tradução livre do autor).

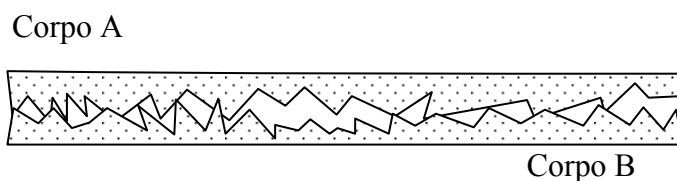


Fig. 73 – Contacto entre dois corpos

De facto, a compreensão de como se processa o contacto microscópico entre dois corpos é fundamental para uma correcta descrição da força de atrito. Considere-se a Fig. 74, que representa esquematicamente uma ampliação da Fig. 73, e onde se destacam os filmes superficiais de cada corpo, assinalados a tracejado. Estes filmes correspondem a camadas sólidas que têm uma espessura típica de  $10^{-7}$  m, uma tensão de corte inferior à do corpo respectivo e, em contactos lubrificados, são causados pela interacção entre o lubrificante e a superfície do corpo.

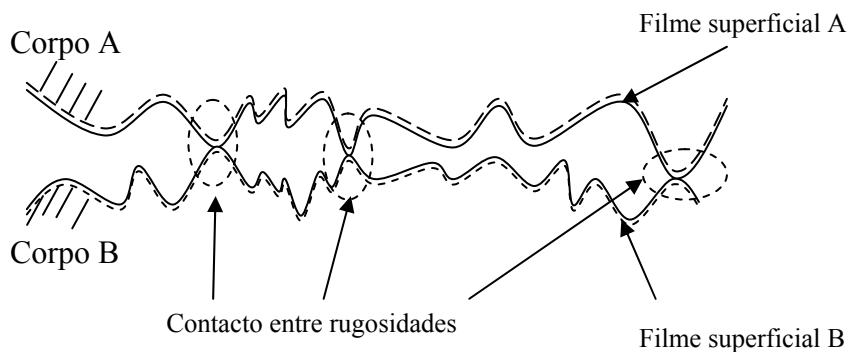


Fig. 74 – Contacto entre duas superfícies estáticas

Quando se aplica uma força reduzida, paralela à superfície de deslizamento, a um dos corpos da Fig. 74, o contacto entre as suas rugosidades pode ser modelado através de molas [50], tal como a Fig. 75 a) apresenta. Quer isto dizer que o deslocamento causado é proporcional à força aplicada e que se esta for retirada os dois corpos regressam à

---

\* “...putting two solids together is rather like turning Switzerland upside down and standing it on Austria – the area of intimate contact will be small.”

posição inicial. A constante de rigidez depende da geometria das rugosidades, da elasticidade do material e da força normal à superfície de deslizamento que esteja presente. Note-se que o comportamento descrito pressupõe que a força aplicada numa direcção perpendicular às duas superfícies é constante, pois caso contrário a análise torna-se mais complexa. Este primeiro regime é denominado de atrito estático pois o deslocamento que os dois corpos sofrem é tão pequeno que normalmente é desprezado. Há, aliás, quem sustente que as forças presentes neste regime não são propriamente de atrito visto não serem dissipativas (ver [50] para mais detalhes). À medida que a força aplicada aumenta, a tensão de rotura das rugosidades é vencida e as superfícies dos dois corpos começam a deslizar uma sobre a outra – Fig. 75b).

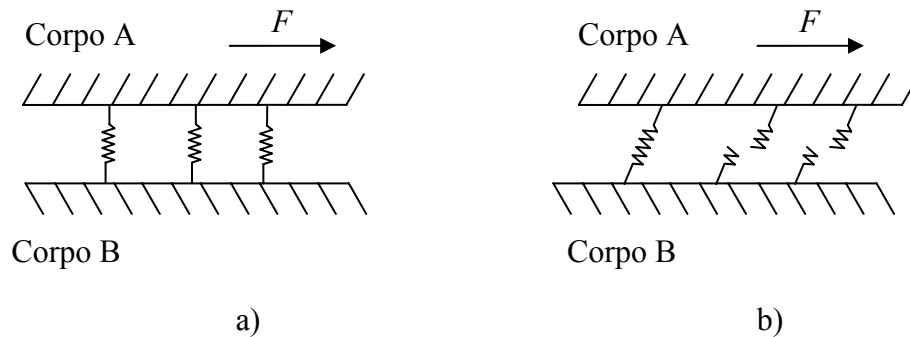


Fig. 75 – Contactos lubrificados: rugosidades modeladas por molas

Neste segundo regime de atrito, a velocidade é demasiado baixa para permitir a formação de um filme de lubrificante entre os dois corpos, pelo que o contacto entre eles é feito através dos filmes superficiais. Esta fase, como ocorre a velocidades muito baixas, pode ser imperceptível e depende muito do tipo de lubrificante e dos materiais em contacto.

À medida que a velocidade relativa entre os dois corpos aumenta, o lubrificante penetra na região de contacto, iniciando-se assim a formação de um filme de lubrificante que diminui a força de atrito. Esta tende portanto a ser mais baixa do que a existente no segundo regime, dando origem ao que é conhecido por efeito de Stribeck. O filme não se encontra no entanto totalmente desenvolvido, pelo que uma parte do contacto é realizada através das rugosidades e outra parte pelas forças hidrodinâmicas no lubrificante. Este terceiro regime, de lubrificação parcial, encontra-se esquematicamente representado na Fig. 76.

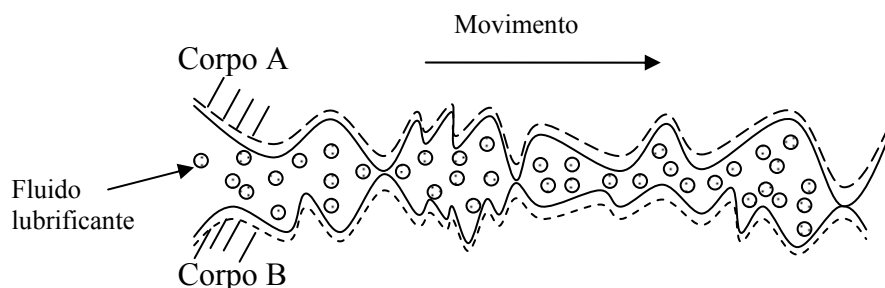


Fig. 76 – Terceiro regime de atrito num contacto lubrificado: lubrificação parcial

À medida que o filme lubrificante aumenta de espessura, deixa de existir contacto entre as rugosidades pelo que as forças hidrodinâmicas passam a desempenhar o papel principal. Atinge-se assim um quarto regime de atrito chamado de lubrificação total. Neste regime as forças de corte devidas ao deslizamento dos corpos são proporcionais à velocidade, pelo que a força de atrito aumenta com a velocidade de deslizamento. A Fig. 77 representa o quarto regime de deslizamento e a Fig. 78 resume, num gráfico da força de atrito *versus* velocidade, as quatro fases de deslizamento.

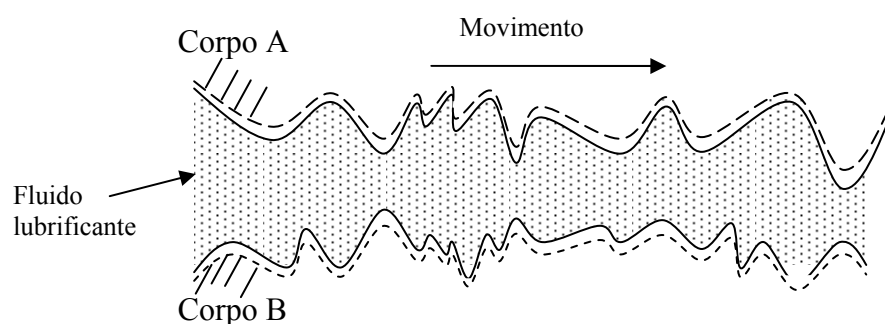


Fig. 77 – Quarto regime de atrito num contacto lubrificado: lubrificação total

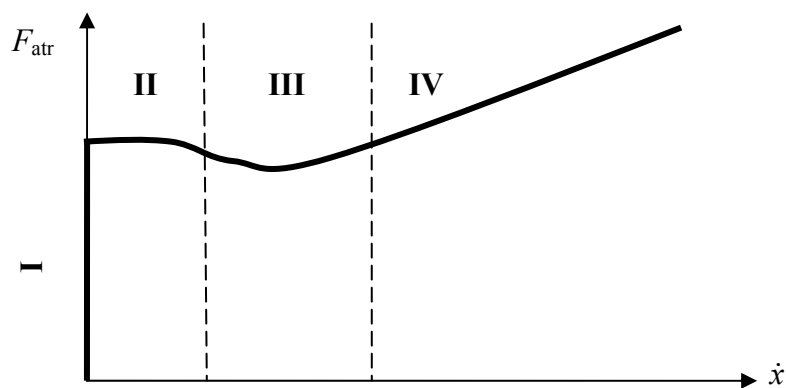


Fig. 78 – Os quatro regimes de atrito num contacto lubrificado



A Fig. 79 apresenta alguns dos modelos de atrito mais utilizados na literatura.

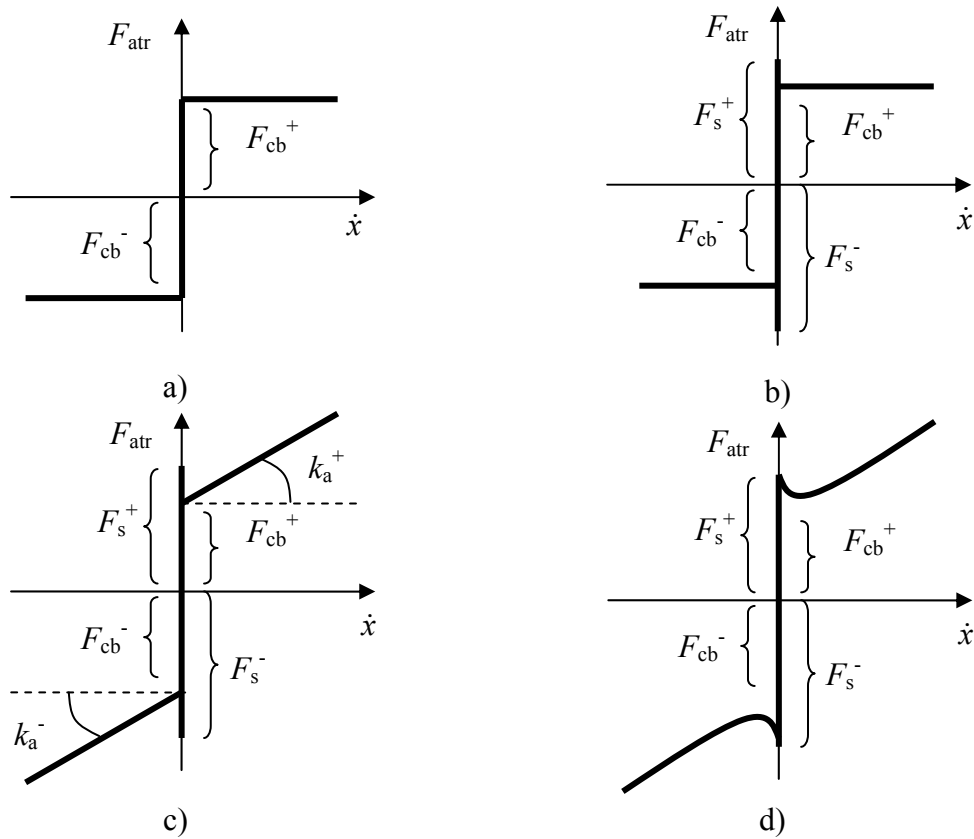


Fig. 79 – Alguns modelos da força de atrito em função da velocidade

Na Fig. 79 a) encontra-se representado o modelo de Coulomb, um modelo muito simples que contabiliza apenas o primeiro regime de deslizamento, o atrito estático. Neste modelo a força de atrito é uma função do sinal da velocidade:  $F_{\text{atr}} = F_{\text{cb}} \text{sgn}(\dot{x})$  e o seu valor quando a velocidade é nula não está definido [51], podendo ser zero ou outro valor qualquer, de acordo com a definição da função sinal ( $\text{sgn}$ ). Uma vez que há sistemas onde a força de atrito em repouso é maior do que a força de atrito a baixas velocidades, encontram-se também modelos como o representado na Fig. 79 b), onde há uma distinção entre a força de atrito estático ( $F_{\text{s}}$ ) e a força de Coulomb ( $F_{\text{cb}}$ ). Esta é uma forma simplificada de incluir o efeito de Stribeck num modelo de atrito. Um dos modelos mais utilizados na literatura [50] é o apresentado na Fig. 79 c), onde, para além das componentes  $F_{\text{cb}}$  e  $F_{\text{s}}$  anteriormente descritas, se contabilizam também os efeitos hidrodinâmicos que aparecem no quarto regime da Fig. 78, através de um termo dependente da velocidade: o produto desta pelo coeficiente de atrito viscoso  $k_a$ . Por último, apresenta-se na Fig. 79 d) um modelo mais complexo, onde o efeito de Stribeck

é incluído de forma mais detalhada. Existem diversos modelos na literatura que correspondem genericamente ao da Fig. 79 d) mas que diferem entre si pela forma como o efeito de Stribeck é modelado (ver as publicações [6] e [50] e referências nelas contidas). Registe-se ainda que nos modelos da Fig. 79 há a possibilidade de representar comportamentos assimétricos relativamente ao sinal da velocidade pois os parâmetros  $F_{cb}$ ,  $F_s$  e  $k_a$  podem ser definidos de forma independente para velocidades positivas (sufixo  $^+$ ) e negativas (sufixo  $^-$ ).

Em qualquer um dos modelos da Fig. 79, quando a velocidade é nula, pode ocorrer uma de duas situações: ou não existe uma relação única entre velocidade e força de atrito ou, por definição da função *senal*, a força toma um valor constante. Nenhuma destas situações corresponde a um comportamento fisicamente correcto, apesar de ser precisamente em torno de velocidades nulas que um bom modelo de atrito é útil em sistemas de posicionamento. De facto, a exactidão obtida é tanto melhor quanto maior for o conhecimento do modelo em torno da posição final, quando a velocidade é nula ou muito baixa.

O modelo de Karnopp [52] foi desenvolvido para resolver este problema e encontra-se representado na Fig. 80. Este modelo é semelhante ao apresentado na Fig. 79 c) mas contempla uma região de baixa velocidade  $[-\dot{x}_{\min}, \dot{x}_{\min}]$  onde se considera que o sistema está parado. Dentro dessa região o valor da força de atrito  $F_{\text{atr}}$  balança todas as outras forças de forma a manter o sistema em equilíbrio estático. Diz-se então que o sistema está “colado” (*stick*). Seja  $F_i$  o valor das “outras forças” quando o sistema está em repouso (cf. equação (68)):

$$F_i = P_A A_A - P_B A_B - F_{\text{atm}} \quad (70)$$

Como se pode constatar,  $F_i$  corresponde à força pneumática motora que está disponível para ser consumida em atrito e aceleração. Quando o valor de  $F_i$  é positivo e superior a  $F_s^+$  ou é negativo e inferior a  $F_s^-$ , então o valor da força estática é superado e o sistema deixa de estar “colado” e passa para a região “descolado” (*slip*). Nesta região não há nenhuma restrição quanto à função utilizada para modelar a força de atrito. O diagrama de blocos do modelo de Karnopp é apresentado na Fig. 81 e a equação que o caracteriza é dada por (71).

$$F_{\text{atr}} = \begin{cases} F_{\text{stick}} = \begin{cases} \min(F_i, F_s^+) & \text{se } -\dot{x}_{\min} < \dot{x} < \dot{x}_{\min} \text{ e } F_i \geq 0 \\ \max(F_i, F_s^-) & \text{se } -\dot{x}_{\min} < \dot{x} < \dot{x}_{\min} \text{ e } F_i \leq 0 \end{cases} \\ F_{\text{slip}} = \text{função arbitrária} & \text{se } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min} \text{ ou } \dot{x} \leq -\dot{x}_{\min} \end{cases} \quad (71)$$

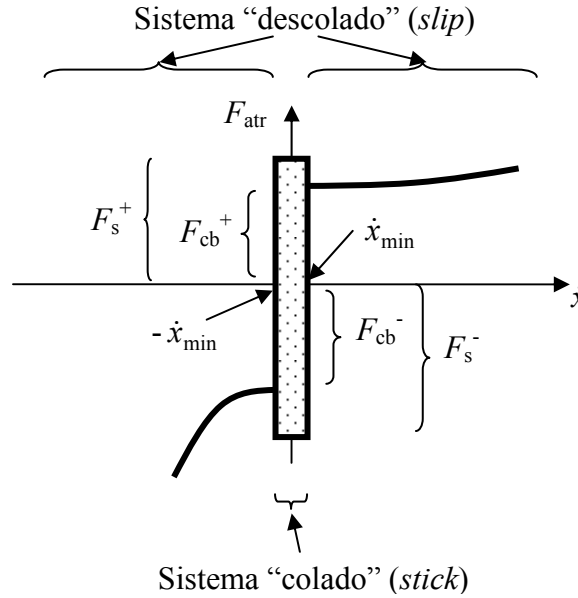
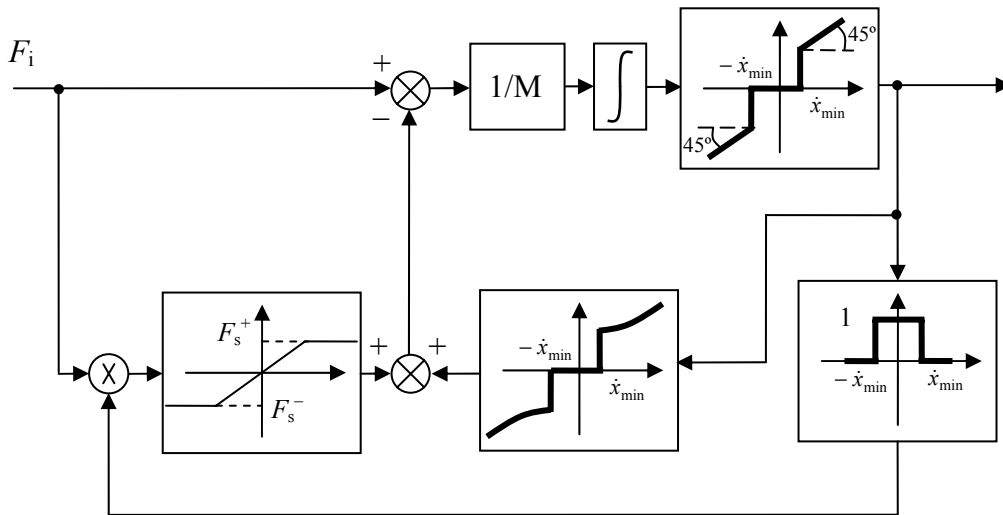
Fig. 80 – Modelo de Karnopp: gráfico da força de atrito *versus* velocidade

Fig. 81 – Diagrama de blocos do modelo de Karnopp

Os modelos apresentados até ao momento, apesar de serem amplamente utilizados na literatura, não permitem modelar determinado tipo de fenómenos. Por exemplo, constata-se que a força de atrito não depende apenas do valor instantâneo da velocidade

mas também da trajectória de velocidade seguida, dando origem a ciclos de histerese como o representado na Fig. 82. Constata-se também que a força de atrito estática varia com o tempo que o sistema esteve colado. Por outro lado, as deformações elásticas que foram descritas para o primeiro regime de atrito não podem ser modeladas com nenhum dos modelos acima apresentados.

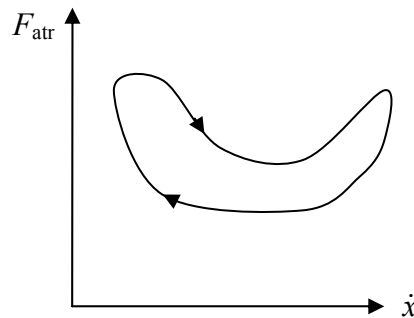


Fig. 82 – Ciclo de histerese na força de atrito

Estes aspectos podem ser contabilizados através da utilização de modelos de atrito dinâmicos. No entanto, estes modelos aumentam a ordem do modelo total do sistema e consequentemente a sua complexidade. Por este motivo, a utilização de modelos dinâmicos só se justifica quando os estáticos não descrevem de forma suficientemente correcta o comportamento da força de atrito. Como se verá na próxima secção, esse não é o caso do sistema em estudo neste trabalho. O leitor é assim remetido para [50], [51] e [53] para estudos sobre modelos de atrito dinâmicos.

### 3.1.3 Procedimento seguido na recolha de dados experimentais

O sistema servopneumático em estudo apresenta atrito em três zonas: nos vedantes do pistão, nos vedantes da haste e nos patins de esferas do guiamento mecânico. É um sistema do tipo 1, como se verá mais à frente neste capítulo, pelo que quando é solicitado em malha aberta há o risco de o pistão bater nos topos do cilindro. Por este motivo, quer na identificação do modelo de atrito, quer na identificação do modelo linear do sistema (cf. secção 4.1.4), os dados experimentais foram obtidos através de montagens onde existe realimentação da posição do pistão. A Fig. 83 a) exemplifica a montagem utilizada para determinação da força de atrito. A sua utilização é melhor compreendida à luz do modelo completo do actuador, pelo que uma justificação integral

só será adiantada na secção 4.1.4. Neste momento importa apenas referir que o sinal utilizado para  $u_p(t)$  é um sinal aleatório, ajustado de forma a evitar que o pistão toque nos extremos do cilindro – ver Fig. 83 b). As características deste sinal são apresentadas na Tabela 27 da página 198. O sinal de referência  $y_{\text{ref}}(t)$  varia de acordo com a Fig. 83 c) e o valor de  $k_{\text{pi}}$  é  $k_{\text{pi}} = 5$ .

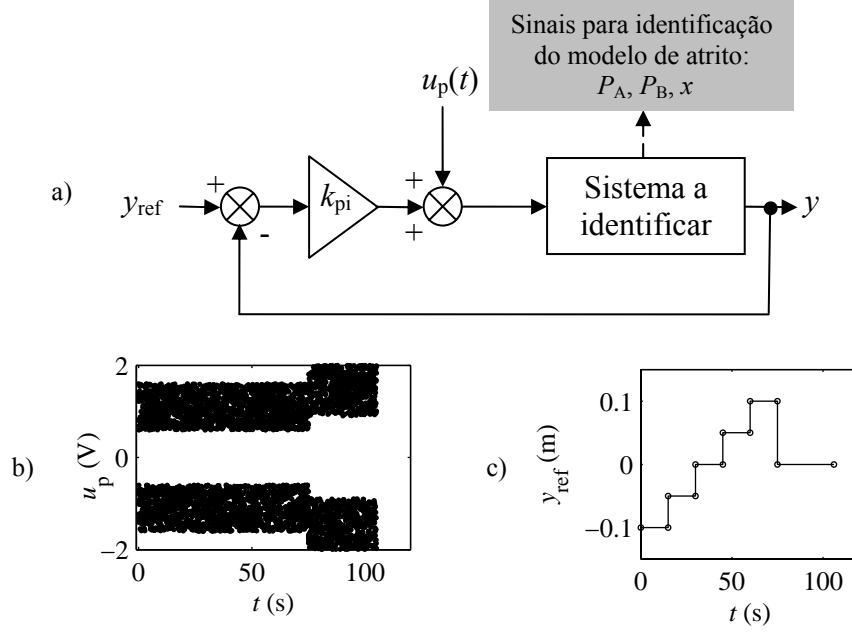


Fig. 83 – Montagem e sinais utilizados na identificação do modelo de atrito

Os dados experimentais de  $P_A$  e  $P_B$  foram medidos com os transdutores de pressão de cada câmara e a velocidade e a aceleração foram obtidas por derivação numérica dos dados de posição, utilizando diferenças finitas centradas:

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_i + \Delta) - x(t_i - \Delta)}{2\Delta} \quad (72)$$

$$\ddot{x}(t_i) = \frac{x(t_i + \Delta) - 2x(t_i) + x(t_i - \Delta)}{\Delta^2} \quad (73)$$

Nestas equações  $t_i$  é o instante em que se calcula a derivada e  $\Delta$  é o período de amostragem ( $\Delta = 1/200$  s). Será ainda de referir que, para evitar a influência do amortecimento regulável do fim de curso dos cilindros, apenas se consideraram os dados correspondentes a  $|x| < 0.18$  m.

Neste trabalho serão identificados e utilizados três modelos de atrito. O primeiro é o modelo de Karnopp com componente viscosa e de Coulomb, que servirá também para realizar a identificação da massa móvel do sistema. O segundo modelo utiliza redes neurais artificiais para mapear a função  $F_{\text{atr}} = f(\dot{x}, \ddot{x})$  e é utilizado no controlador não linear (cf. secção 5.2). O terceiro modelo, o mais simples de todos, será utilizado na linearização do modelo do actuador (cf. secção 4.1) e considera apenas uma componente viscosa. Estes três modelos são de seguida apresentados.

### 3.1.4 Identificação do modelo de atrito de Karnopp e da massa móvel

O modelo de Karnopp é utilizado com dois objectivos. Em primeiro lugar, permite a identificação dos parâmetros de atrito de Coulomb que são necessários na análise de ciclos limite realizada na secção 4.2.2. Em segundo lugar, a identificação experimental deste modelo, feita com base no procedimento proposto por Ravanbond-Shirazi e Besançon-Voda [54], permite também identificar a massa móvel do sistema. A componente “slip” do modelo de Karnopp considerado em [54] é puramente viscosa, sendo contemplada a possibilidade de coeficientes de atrito viscoso diferentes para velocidades maiores do que  $\dot{x}_{\min}$  ( $k_a^+$ ) e menores do que  $-\dot{x}_{\min}$  ( $k_a^-$ ). Por outro lado, não se considera a componente de Stribeck, pelo que a força de Coulomb é igual à força de atrito estática:  $F_s^+ = F_{cb}^+$  e  $F_s^- = F_{cb}^-$ . O modelo de Karnopp utilizado neste trabalho fica assim definido por:

$$F_{\text{atr}} = \begin{cases} F_{\text{stick}} = \begin{cases} \min(F_i, F_{cb}^+) & \text{se } -\dot{x}_{\min} < \dot{x} < \dot{x}_{\min} \text{ e } F_i \geq 0 \\ \max(F_i, F_{cb}^-) & \text{se } -\dot{x}_{\min} < \dot{x} < \dot{x}_{\min} \text{ e } F_i \leq 0 \end{cases} \\ F_{\text{slip}} = \begin{cases} k_a^+ \dot{x} + F_{cb}^+ & \text{se } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min} \\ k_a^- \dot{x} + F_{cb}^- & \text{se } \dot{x} \leq -\dot{x}_{\min} \end{cases} \end{cases} \quad (74)$$

Com o modelo de atrito (74) é possível estimar a força pneumática disponível ( $\hat{F}_i$ ) utilizando a equação de equilíbrio de forças (68) e a definição (70):

$$\hat{F}_i^+ = M^+ \ddot{x} + k_a^+ \dot{x} + F_{cb}^+ \quad (\dot{x} \geq \dot{x}_{\min}) \quad (75)$$

$$\hat{F}_i^- = M^- \ddot{x} + k_a^- \dot{x} + F_{cb}^- \quad (\dot{x} \leq -\dot{x}_{\min}) \quad (76)$$

Em (75) e (76) o sufixo  $\bullet^+$  representa os dados ou parâmetros correspondentes a  $\dot{x} \geq \dot{x}_{\min}$  e o sufixo  $\bullet^-$  representa os dados ou parâmetros correspondentes a  $\dot{x} \leq -\dot{x}_{\min}$ . Registe-se que apesar de não existirem massas diferentes para valores de velocidade positivos e negativos, o procedimento proposto em [54] obriga a essa separação quando se considera um modelo de atrito assimétrico. Considere-se agora que estas equações são aplicadas a um conjunto de  $n_K$  dados experimentais, dando origem a dois modelos de regressão linear múltipla:

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_i^+(1) \\ \hat{F}_i^+(2) \\ \dots \\ \hat{F}_i^+(n_K) \end{bmatrix} = M^+ \begin{bmatrix} \ddot{x}(1) \\ \ddot{x}(2) \\ \dots \\ \ddot{x}(n_K) \end{bmatrix} + k_a^+ \begin{bmatrix} \dot{x}(1) \\ \dot{x}(2) \\ \dots \\ \dot{x}(n_K) \end{bmatrix} + F_{cb}^+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ se } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min} \quad (77)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_i^-(1) \\ \hat{F}_i^-(2) \\ \dots \\ \hat{F}_i^-(n_K) \end{bmatrix} = M^- \begin{bmatrix} \ddot{x}(1) \\ \ddot{x}(2) \\ \dots \\ \ddot{x}(n_K) \end{bmatrix} + k_a^- \begin{bmatrix} \dot{x}(1) \\ \dot{x}(2) \\ \dots \\ \dot{x}(n_K) \end{bmatrix} + F_{cb}^- \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ se } \dot{x} \leq -\dot{x}_{\min} \quad (78)$$

As equações (77) e (78) podem ser compactadas se reescritas matricialmente:

$$\hat{\mathbf{F}}_i^+ = \mathbf{\Phi}^+ \mathbf{\Theta}^+ \quad (79)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_i^- = \mathbf{\Phi}^- \mathbf{\Theta}^- \quad (80)$$

onde os vectores que agrupam a força pneumática disponível são definidos por:

$$\hat{\mathbf{F}}_i^+ = [\hat{F}_i^+(1) \quad \hat{F}_i^+(2) \quad \dots \quad \hat{F}_i^+(n_K)]^T$$

$$\hat{\mathbf{F}}_i^- = [\hat{F}_i^-(1) \quad \hat{F}_i^-(2) \quad \dots \quad \hat{F}_i^-(n_K)]^T$$

as matrizes das regressões são dadas por

$$\Phi^+ = \begin{bmatrix} \ddot{x}(1) & \dot{x}(1) & 1 \\ \ddot{x}(2) & \dot{x}(2) & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \ddot{x}(n_K) & \dot{x}(n_K) & 1 \end{bmatrix} \text{ com } \dot{x} \geq \dot{x}_{\min} \quad (81)$$

$$\Phi^- = \begin{bmatrix} \ddot{x}(1) & \dot{x}(1) & 1 \\ \ddot{x}(2) & \dot{x}(2) & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \ddot{x}(n_K) & \dot{x}(n_K) & 1 \end{bmatrix} \text{ com } \dot{x} \leq -\dot{x}_{\min} \quad (82)$$

e os vectores de parâmetros são definidos como:

$$\Theta^+ = [M^+ \quad k_a^+ \quad F_{cb}^+]^T \quad (83)$$

$$\Theta^- = [M^- \quad k_a^- \quad F_{cb}^-]^T \quad (84)$$

Considere-se o erro entre os valores reais e os estimados da força disponível:

$$\mathbf{e}_{F_i^+} = \mathbf{F}_i^+ - \hat{\mathbf{F}}_i^+ \quad (85)$$

$$\mathbf{e}_{F_i^-} = \mathbf{F}_i^- - \hat{\mathbf{F}}_i^- \quad (86)$$

em que  $\mathbf{F}_i^+$  e  $\mathbf{F}_i^-$  são determinados através da equação (70) aplicada aos dados experimentais determinados para  $\dot{x} \geq \dot{x}_{\min}$  e  $\dot{x} \leq -\dot{x}_{\min}$  respectivamente. Os parâmetros que minimizam o valor quadrático médio dos erros definidos em (85) e (86) são dados por [55]:



$$\hat{\Theta}^+ = (\Phi^+)^{\dagger} F_i^+ \quad (87)$$

$$\hat{\Theta}^- = (\Phi^-)^{\dagger} F_i^- \quad (88)$$

onde  $\cdot^{\dagger}$  denota a matriz pseudo inversa de Moore-Penrose. Para aplicar o procedimento acima descrito, é necessário conhecer o valor de  $\dot{x}_{\min}$ . Uma vez que este valor não é conhecido *a priori*, em [54] propõe-se um procedimento que pode ser descrito da seguinte forma: partindo de uma estimativa de  $\dot{x}_{\min}$  arbitrariamente baixa, selecciona-se o subconjunto de dados experimentais tal que  $|\dot{x}| \geq \dot{x}_{\min}$ . De seguida, calculam-se as estimativas do vector de parâmetros  $\Theta^+$  e  $\Theta^-$  para esse subconjunto de dados. Este procedimento é então repetido para valores de  $\dot{x}_{\min}$  progressivamente crescentes, obtendo-se desta forma uma estimativa de  $\Theta^+$  e  $\Theta^-$  para cada valor de  $\dot{x}_{\min}$ . Para ilustrar esta evolução, realizou-se uma simulação da equação (68) com o modelo de atrito de Karnopp (74) ( $k_a^+ = k_a^- = 36 \text{ Nm}^{-1} \text{ s}$ ,  $F_{cb}^+ = 35 \text{ N}$ ,  $F_{cb}^- = -21 \text{ N}$ ,  $\dot{x}_{\min} = 0.5 \text{ ms}^{-1}$ ), valores aleatórios de  $F_i$  e  $M = 5 \text{ kg}$ . As velocidades utilizadas na simulação estão compreendidas entre  $-3 \leq \dot{x} \leq 3 \text{ ms}^{-1}$  e o valor de  $\dot{x}_{\min}$  “real” é de  $0.5 \text{ ms}^{-1}$ . A evolução dos parâmetros com  $\dot{x}_{\min}$  encontra-se representada na Fig. 84.

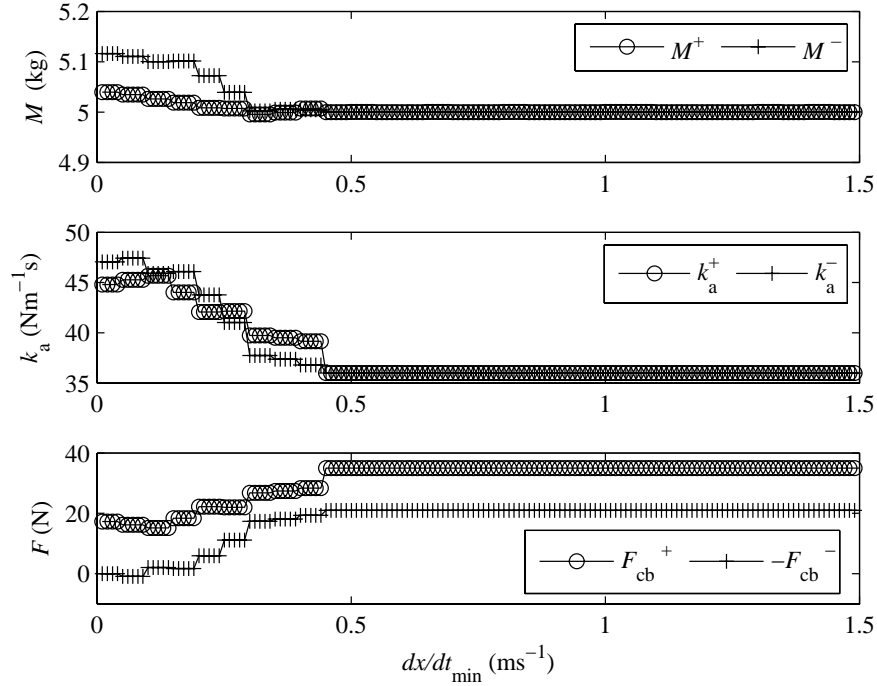


Fig. 84 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp (simulação)

Como se pode verificar, para valores de  $\dot{x}_{\min}$  inferiores ao “real”, os parâmetros variam muito com  $\dot{x}_{\min}$ , mas essa variação diminui à medida que o valor de  $\dot{x}_{\min}$  aumenta e se aproxima de  $0.5\text{ms}^{-1}$ . Para  $\dot{x}_{\min} \geq 0.5\text{ms}^{-1}$ , não há variação dos parâmetros com  $\dot{x}_{\min}$  e os seus valores são os valores “reais”. Esta é a forma proposta em [54] para encontrar o valor de  $\Theta^+$  e  $\Theta^-$ . A Fig. 85 e a Fig. 86 apresentam o resultado da aplicação deste procedimento ao sistema em estudo neste trabalho, com  $\dot{x}_{\min}$  a variar entre a velocidade mínima que é possível observar no ensaio de identificação de atrito ( $\dot{x}_{\min} = 5 \times 10^{-6} / (2 \times 1/200) = 0.0005\text{ms}^{-1}$ , cf. equação (72)) e  $\dot{x}_{\min} = 0.25\text{ms}^{-1}$ . As curvas a tracejado representam os intervalos de confiança a 95% [56], a massa móvel no sistema na Fig. 85 é  $M_{\min}$  e na Fig. 86 é  $M_{\max}$ .

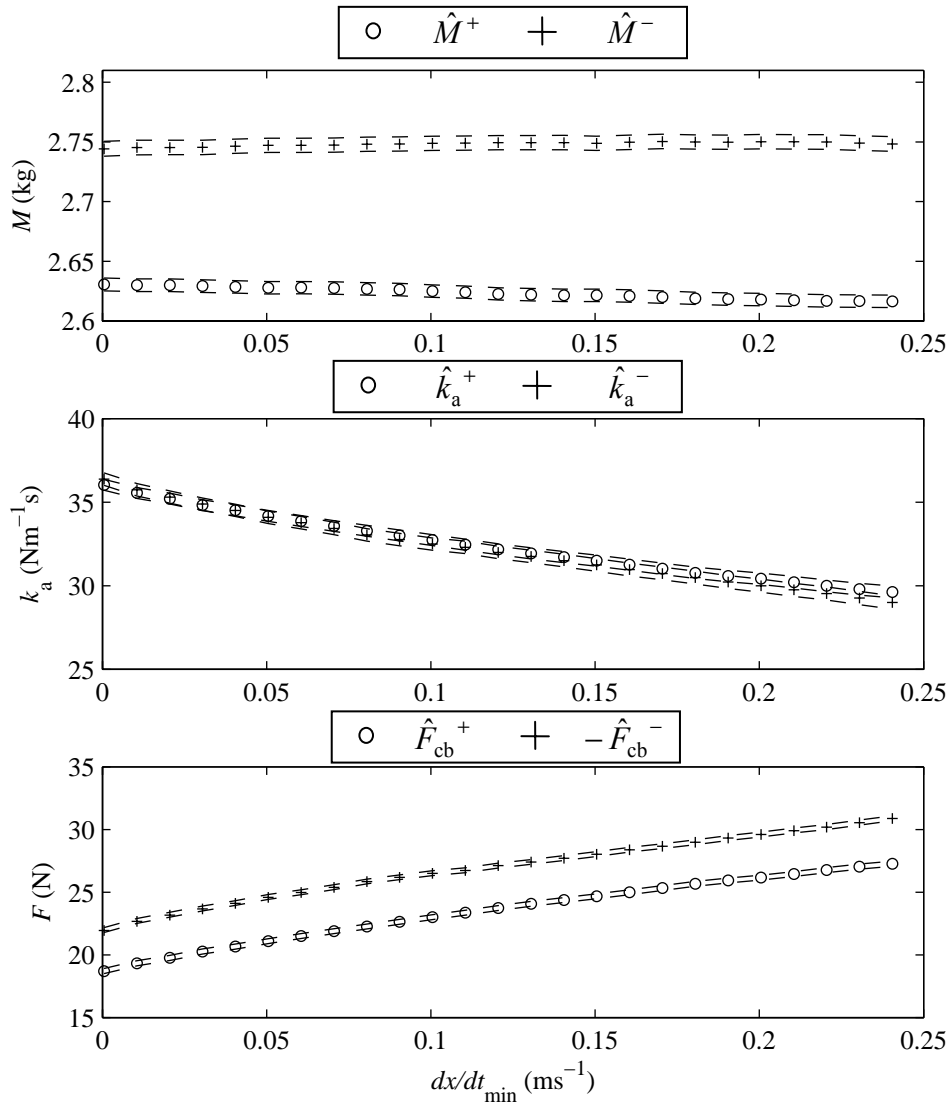


Fig. 85 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp assimétrico ( $M = M_{\min}$ )

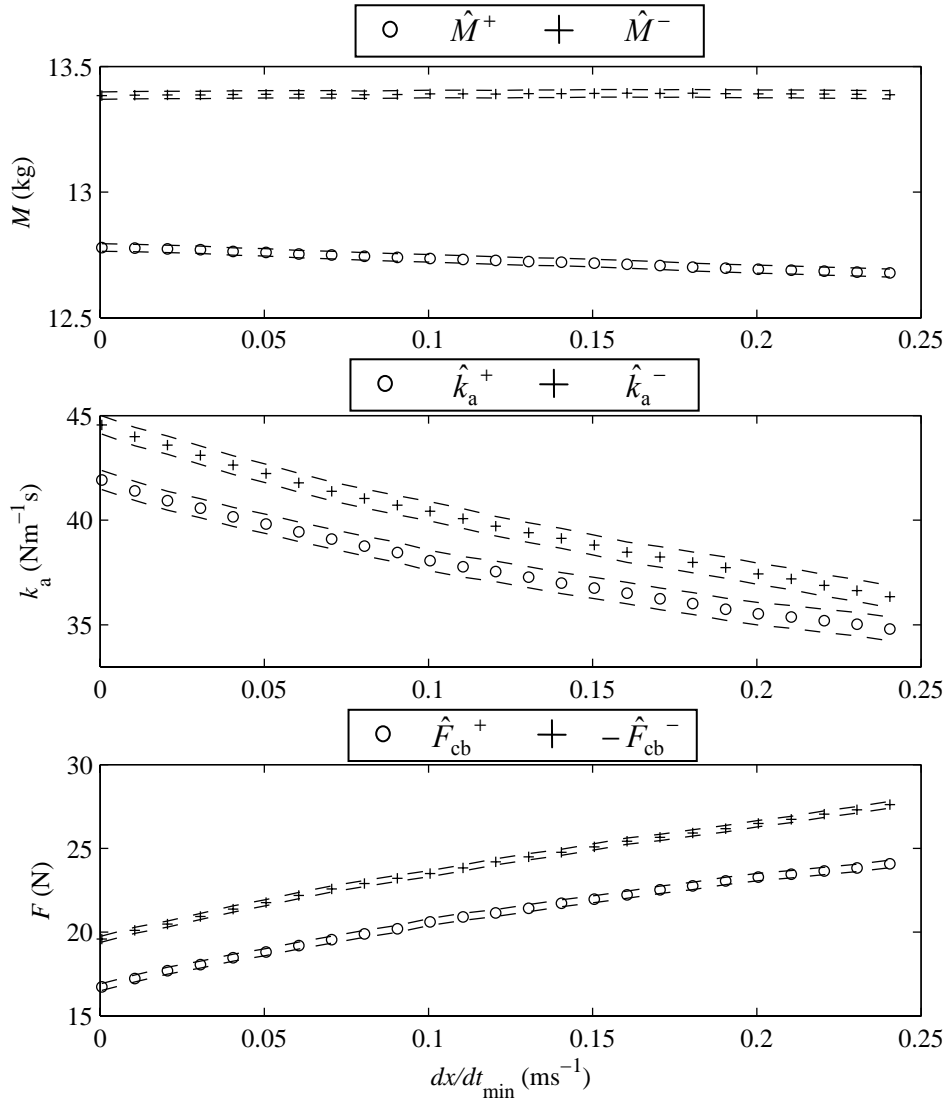


Fig. 86 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp assimétrico ( $M = M_{\max}$ )

Como se pode verificar, os valores da massa encontrada para valores positivos e negativos de velocidade são muito próximos entre si e variam muito pouco com o valor de  $\dot{x}_{\min}$ . Os valores de  $k_a$  e de  $F_{cb}$  comprovam a simetria na força de atrito mas apresentam uma variação considerável com o valor de  $\dot{x}_{\min}$ . De facto, não foi possível encontrar um valor de  $\dot{x}_{\min}$  a partir do qual os parâmetros estabilizassem. Neste trabalho seleccionaram-se os parâmetros correspondentes à velocidade mínima mensurável ( $\dot{x}_{\min} = 0.0005 \text{ ms}^{-1}$ ), uma vez que conduzem a uma boa correspondência entre os valores experimentais e os valores reais. Este facto pode ser verificado na Fig. 87, que apresenta uma comparação entre os dados experimentais de atrito e o

modelo de Karnopp para  $M = M_{\min}$ . Por outro lado, a análise desta figura revela que à medida que a velocidade aumenta em módulo, o valor absoluto da força de atrito aumenta mas o seu declive tende a diminuir. Compreende-se assim que quando a velocidade mínima do modelo de Karnopp aumenta, o valor absoluto de  $F_{cb}$  também aumenta e o valor de  $k_a$  diminui, tal como as Fig. 85 e Fig. 86 revelam.

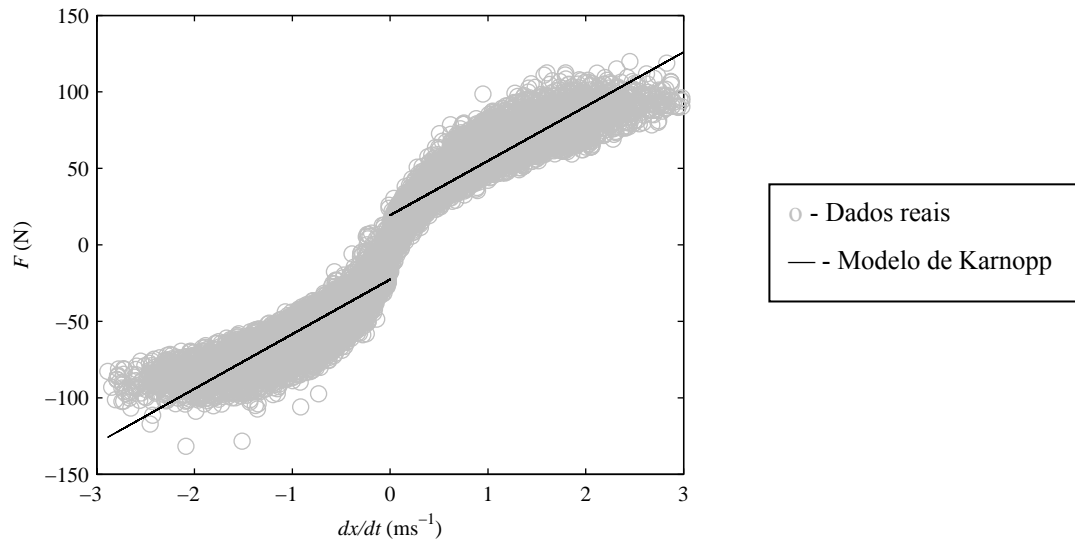


Fig. 87 – Dados de atrito reais e modelo de atrito de Karnopp

A Tabela 5 resume os parâmetros do modelo de Karnopp identificados quando o sistema transporta a massa mínima e a massa máxima. No que diz respeito ao atrito de Coulomb, os valores obtidos são muito próximos com ambas as massas. O valor de  $k_a$  apresenta uma maior variação com a alteração da massa móvel, apesar de a ordem de grandeza dos valores ser semelhante.

A massa móvel e o seu desvio padrão, estimados pelo procedimento acima descrito, são apresentados na Tabela 6, onde se pode verificar que a dispersão dos resultados é muito baixa. A Fig. 88 representa os intervalos de confiança a 95% dos resultados da identificação, partindo do princípio que os erros seguem uma distribuição normal. Nesta figura está também assinalado por uma chaveta o intervalo de variação total, que é o intervalo dentro do qual a massa pode estar situada quando se consideram as estimativas de  $M^+$  e de  $M^-$ . O valor deste intervalo é de cerca de 122 g para  $M_{\min}$  e de cerca de 630 g para  $M_{\max}$ , o que corresponde respectivamente a 4.5% e 4.8% do valor médio da massa.

Note-se que os valores de massa encontrados estão *grosso modo* de acordo com os estimados através do projecto mecânico do sistema ou medidos directamente: quando o sistema não transporta nenhuma chapa, a massa estimada através do projecto do sistema é de 2.86 kg (o valor identificado é de  $\hat{M}_{\min} = 2.68$  kg); a massa de 44 chapas pesa 10.32 kg, pelo que por esta via a massa estimada é de  $\hat{M}_{\max} = 2.86 + 10.32 = 13.18$  kg (o valor identificado é de  $\hat{M}_{\max} = 13.1$  kg). Este facto, juntamente com os valores muito próximos obtidos para  $\hat{M}^+$  e  $\hat{M}^-$ , validam o procedimento seguido.

Tabela 5 – Parâmetros de atrito do modelo de Karnopp assimétrico

		$\hat{F}_{cb}^+$ (N)	$\hat{F}_{cb}^-$ (N)	$\hat{k}_a^+$ (Nm <sup>-1</sup> s)	$\hat{k}_a^-$ (Nm <sup>-1</sup> s)
$M = M_{\min}$	Valor identificado	19.33	-22.67	35.54	35.74
	Valor médio	$ F_{cb}  = 21$		$k_a = 35.64$ Nm <sup>-1</sup> s	
$M = M_{\max}$	Valor identificado	17.24	-20.10	41.40	43.99
	Valor médio	$ F_{cb}  = 18.67$		$k_a = 42.69$	

Tabela 6 – Valores identificados da massa móvel do sistema

	$M^+$		$M^-$	
	$\hat{M}^+$ (kg)	DP <sub>M<sup>+</sup></sub> (kg)	$\hat{M}^-$ (kg)	DP <sub>M<sup>-</sup></sub> (kg)
$M = M_{\min}$	2.63	0.0027	2.73	0.0031
	Valor médio $\hat{M}_{\min} = 2.68$ kg			
$M = M_{\max}$	12.78	0.0075	13.38	0.0074
	Valor médio $\hat{M}_{\max} = 13.08$ kg			

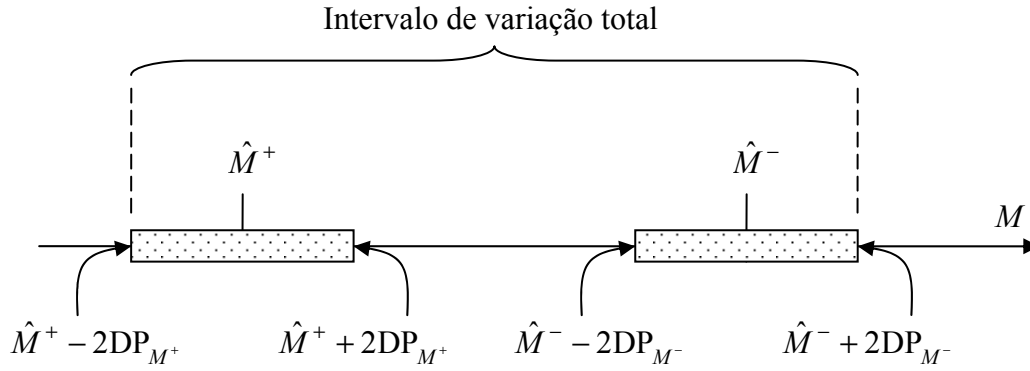


Fig. 88 – Dispersão nos resultados de identificação da massa

Uma vez que os parâmetros identificados para valores positivos e negativos de velocidade são muito próximos, procedeu-se por fim à identificação de um valor único para a massa, com base no modelo de atrito de Karnopp simétrico: equação (74) com  $F_s^+ = F_{cb}^+ = F_s^- = F_{cb}^- = F_{cb}$ . A equação da regressão linear passa a estar definida como:

$$\hat{\mathbf{F}}_i = \mathbf{\Theta} \mathbf{\theta}^{-T} \quad (89)$$

em que os vectores que agrupam a força pneumática disponível são definidos por:

$$\hat{\mathbf{F}}_i = [\hat{F}_i(1) \quad \hat{F}_i(2) \quad \dots \quad \hat{F}_i(n_K)]^T$$

a matriz da regressão é dada por

$$\mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \ddot{x}(1) & \dot{x}(1) & \text{sign}(\dot{x}) \\ \ddot{x}(2) & \dot{x}(2) & \text{sign}(\dot{x}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \ddot{x}(n_K) & \dot{x}(n_K) & \text{sign}(\dot{x}) \end{bmatrix} \quad (90)$$

e os vectores de parâmetros são definidos como:

$$\boldsymbol{\theta} = [M \quad k_a \quad F_{cb}]^T \quad (91)$$

O procedimento de determinação de  $\boldsymbol{\theta}$  é semelhante ao que foi seguido com o modelo de Karnopp assimétrico. A Fig. 89 e a Fig. 90 apresentam os resultados obtidos para  $M_{\min}$  e  $M_{\max}$  respectivamente. Como se pode verificar nestas figuras, a evolução dos vários parâmetros com o valor de  $\dot{x}_{\min}$  é semelhante àquela observada na identificação do modelo de Karnopp assimétrico.

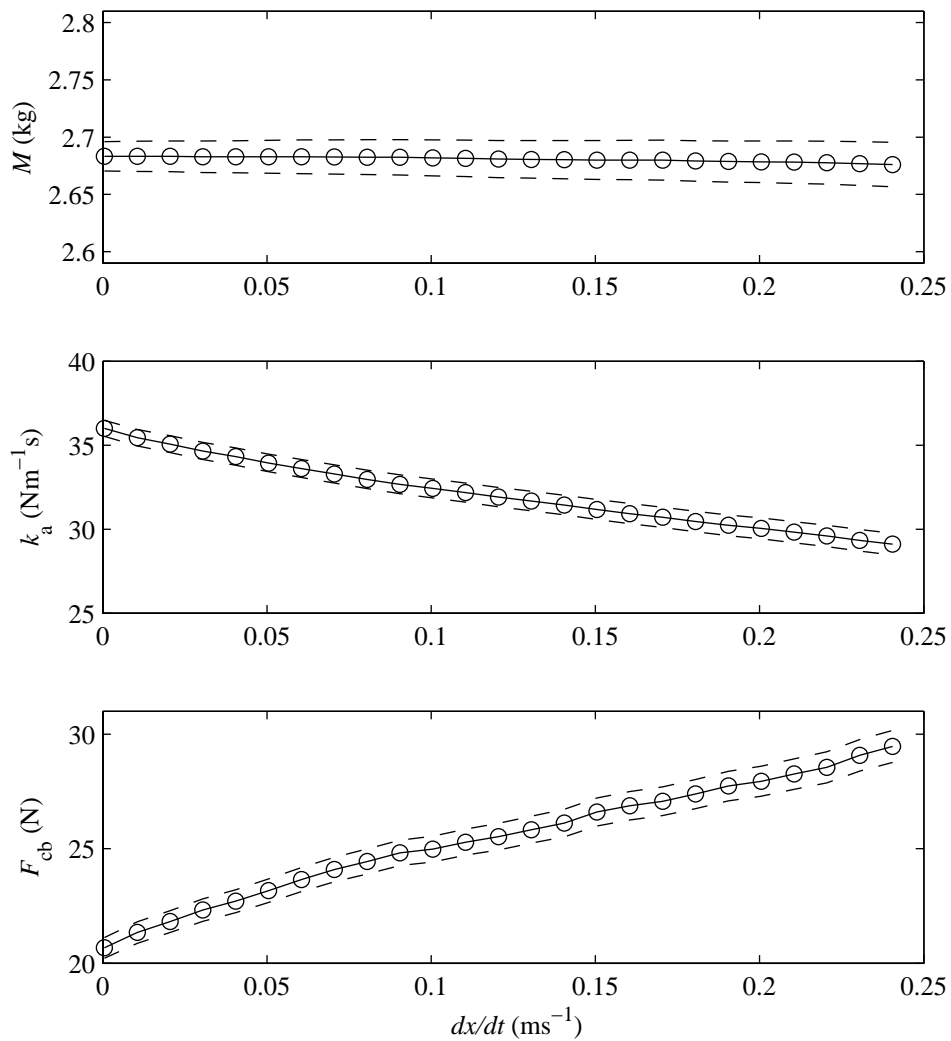


Fig. 89 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp simétrico ( $M = M_{\min}$ )

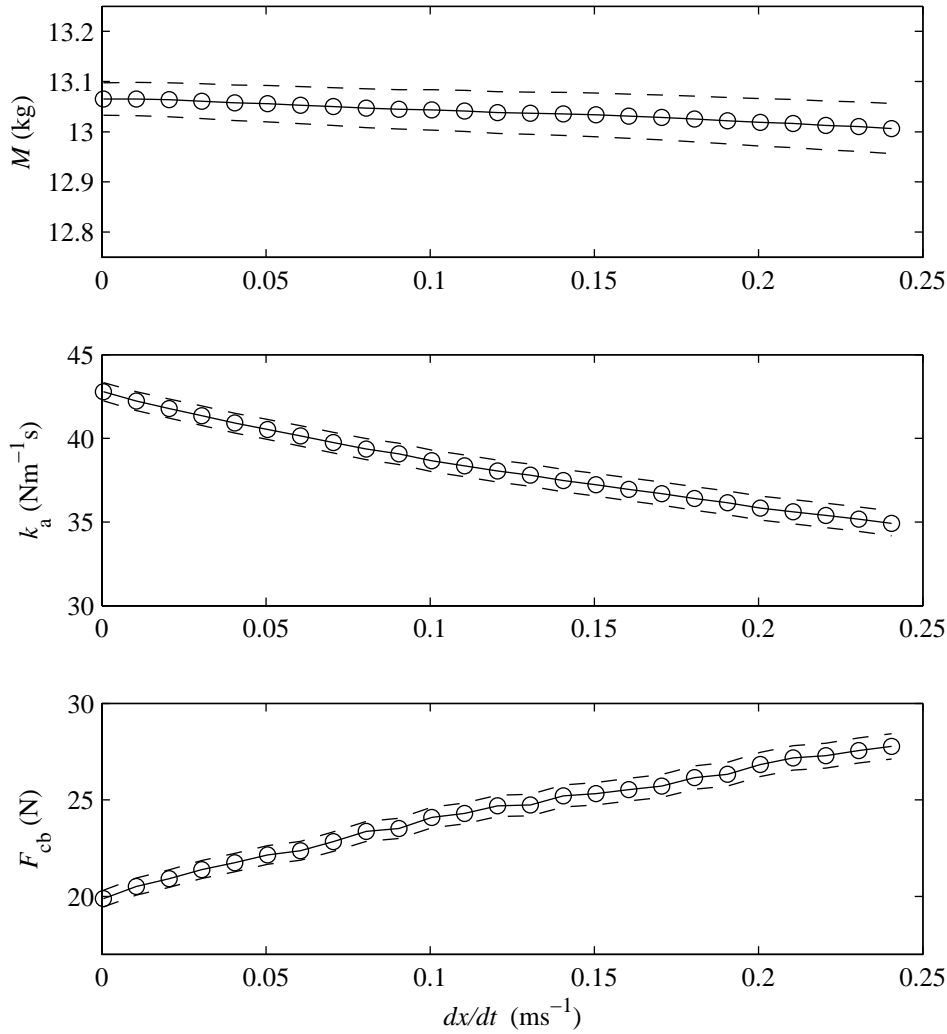


Fig. 90 – Resultados da identificação dos parâmetros do modelo de Karnopp simétrico ( $M = M_{\max}$ )

A Tabela 7 apresenta os parâmetros correspondentes a  $\dot{x}_{\min} = 0.0005 \text{ ms}^{-1}$ . Considerando que o erro na estimativa da massa móvel segue uma distribuição normal, os intervalos de confiança a 95% são dados por  $\hat{M} = 2.68 \pm 2 \times 0.013 \text{ kg}$  para  $M = M_{\min}$  e por  $\hat{M} = 13.07 \pm 2 \times 0.016 \text{ kg}$  para  $M = M_{\max}$ . Uma vez que estes valores são bastante baixos, considerar-se-á, desta secção em diante, que não há incerteza no cálculo das massas mínimas e máximas ( $\hat{M}_{\min} = M_{\min}$  e  $\hat{M}_{\max} = M_{\max}$ ), sendo o seu valor dado por  $M_{\min} = 2.69 \text{ kg}$  e  $M_{\max} = 13.1 \text{ kg}$ . É ainda de referir que, na configuração de massa mínima, o erro médio obtido com o modelo de Karnopp é de  $-1.74 \text{ N}$ , com um desvio padrão de  $10.46 \text{ N}$ .



Tabela 7 – Parâmetros de atrito do modelo de Karnopp simétrico

Configuração	$\hat{M}$ (kg)	$k_a$ (Nm <sup>-1</sup> s)	$F_{cb}$ (N)
$M = M_{\min}$	2.69	36	20.67
$M = M_{\max}$	13.07	42.79	19.89

Com base no valor de  $M_{\min}$  identificado, foi aplicada a equação (68) aos dados experimentais, obtendo-se uma estimativa da força de atrito no sistema. O gráfico da Fig. 91 apresenta a variação da força de atrito assim obtida com a velocidade, numa experiência em que o sistema se encontra na configuração de massa mínima.

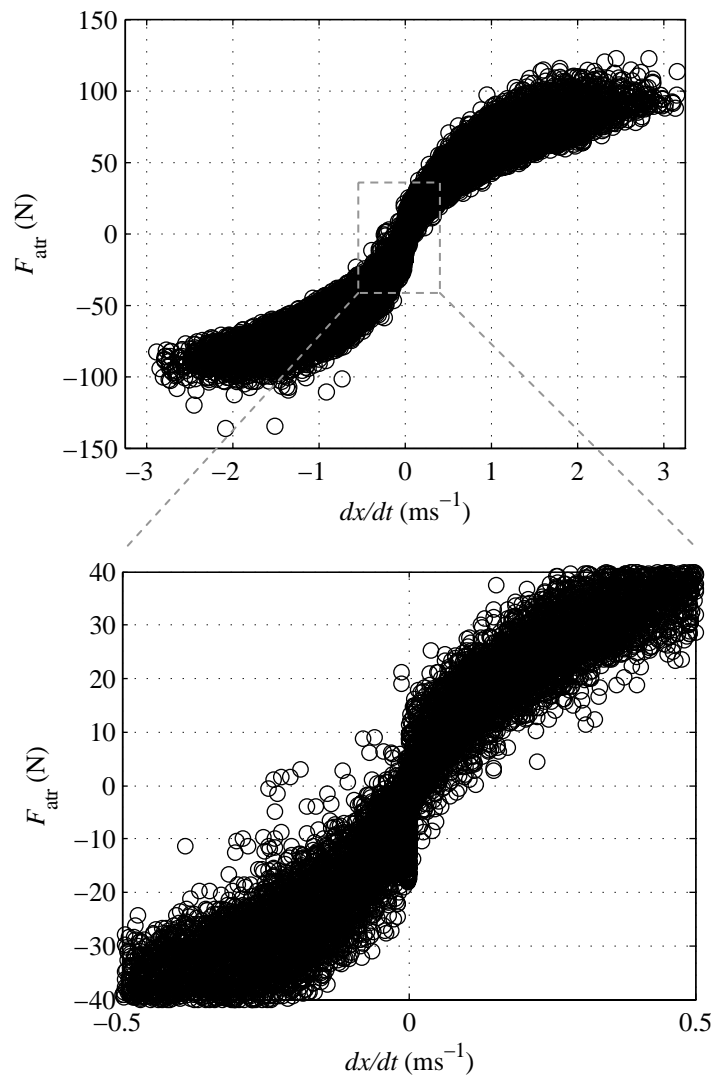


Fig. 91 – Dados experimentais de atrito

A análise da Fig. 91 permite constatar que existe uma grande simetria na força de atrito em torno da velocidade nula. Para além disso, não há efeito de Stribeck considerável, o que valida a opção inicialmente tomada no modelo de Karnopp. É ainda de realçar que o valor máximo da força de atrito é cerca de 25% da força máxima desenvolvida pelo actuador, o que revela a importância que esta força desempenha no modelo mecânico.

### 3.1.5 Identificação do modelo de atrito por redes neuronais artificiais

A observação da Fig. 91 revela que há alguma dispersão dos dados experimentais da força de atrito. Esta dispersão pode ser melhor compreendida se a força de atrito for representada em função não só da velocidade mas também da aceleração, como apresentado na Fig. 92. Nesta figura encontram-se também representadas as projecções da superfície de atrito no plano  $F_{\text{atr}} \text{ vs } \dot{x}$  e no plano  $F_{\text{atr}} \text{ vs } \ddot{x}$ . Como se pode constatar, a projecção no plano  $F_{\text{atr}} \text{ vs } \dot{x}$  corresponde à representação apresentada na Fig. 91 que, como se viu nas secções anteriores, é normalmente a projecção sobre a qual os modelos de atrito são desenvolvidos. Neste caso, no entanto, a forma da superfície da Fig. 92 torna clara a necessidade de incluir a aceleração no modelo pois, tal como se pode verificar na projecção no plano  $F_{\text{atr}} \text{ vs } \ddot{x}$ , existe uma grande variação da força de atrito com a aceleração. Este é, aliás, um dos motivos pelos quais na projecção  $F_{\text{atr}} \text{ vs } \dot{x}$  existe aparentemente uma grande dispersão de dados. Desta forma, poderá ser possível obter um modelo de atrito mais exacto do que o de Karnopp se a aceleração for incluída no modelo. Optou-se assim por utilizar uma ANN para mapear a superfície da Fig. 92, utilizando um procedimento semelhante ao empregue no capítulo 2 para os modelos das servoválvulas.

O modelo de força de atrito utilizando ANN fica assim definido por uma rede chamada FANN cujas entradas são a velocidade e a aceleração do pistão:

$$F_{\text{atr}} = \text{FANN}(\dot{x}, \ddot{x}) \quad (92)$$

Este modelo será integrado no controlador não linear cujo desenvolvimento se apresentará no capítulo 5. Encontram-se alguns estudos na literatura que utilizam ANN na modelação da força de atrito (ver por exemplo [57] e [58]), apesar de, tanto quanto

foi possível apurar, existir apenas um estudo [59] que utiliza a abordagem seguida no presente trabalho.

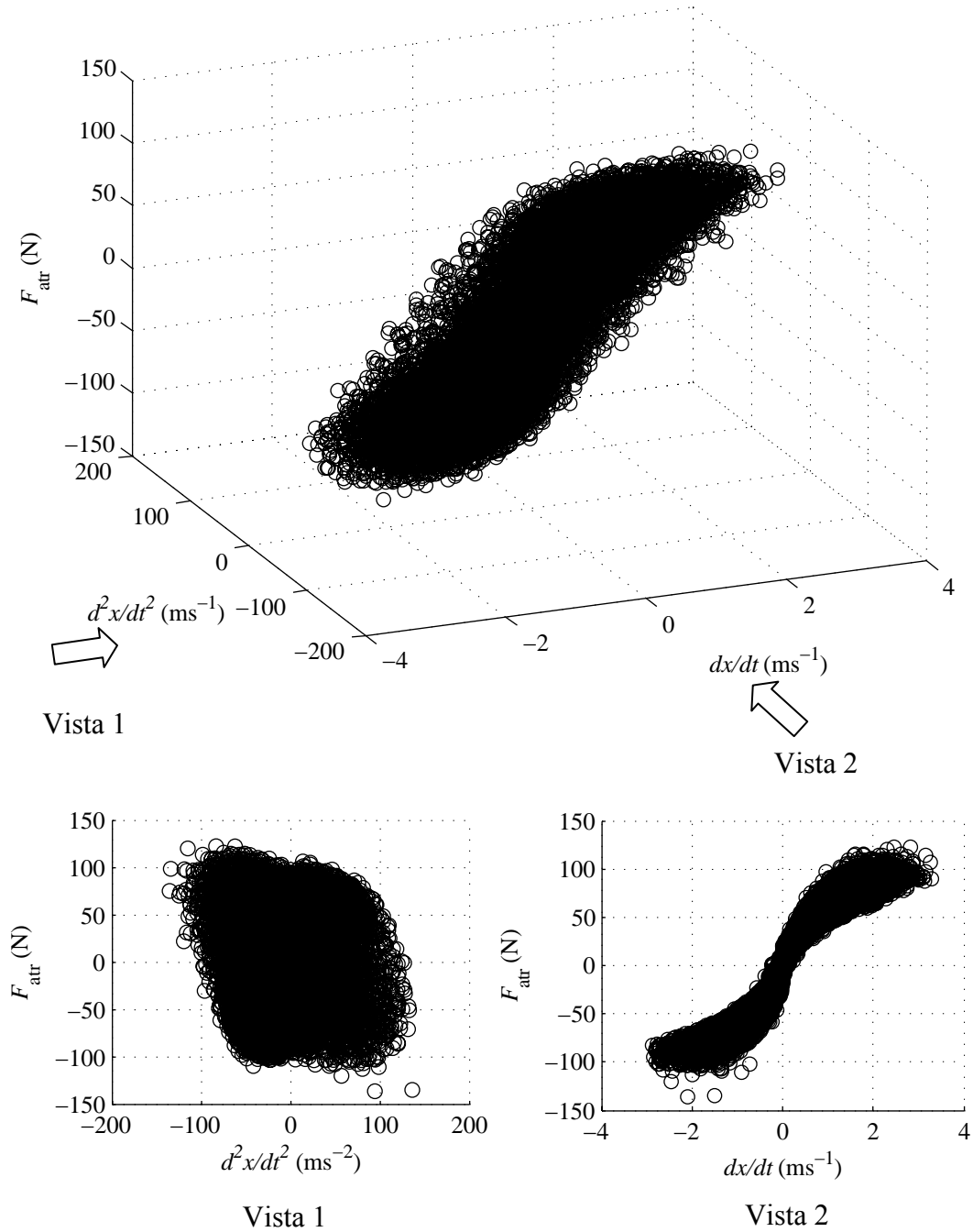


Fig. 92 – Superfície da função  $F_{\text{atr}} = f(dx/dt, d^2x/dt^2)$

A rede neuronal artificial utilizada é uma MLP, totalmente ligada, com três camadas  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  – ver Fig. 93. A camada  $L_1$  tem 10 neurónios *tansig*,  $L_2$  tem 6 neurónios *tansig* e  $L_3$  tem um neurónio linear.

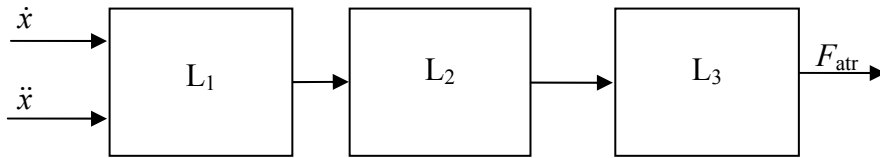


Fig. 93 – Arquitectura da rede utilizada na modelação da força de atrito (FANN)

Esta rede foi treinada com os dados recolhidos na secção 4.1.4, divididos em três grupos: dados de treino, dados de validação e dados de teste. Os parâmetros da rede foram ajustados com o algoritmo de Levenberg-Marquandt; o critério de erro utilizado foi o MSE regularizado (função *msereg* no Matlab®). Tal como no treino das redes DANN e IANN, foram efectuadas 50 sessões de treino para a rede FANN, partindo em cada uma delas de parâmetros iniciais diferentes, de forma a evitar mínimos locais. As sessões de treino foram terminadas quando foi detectado um aumento do erro no conjunto de dados de validação. A Fig. 94 ilustra o procedimento de treino.

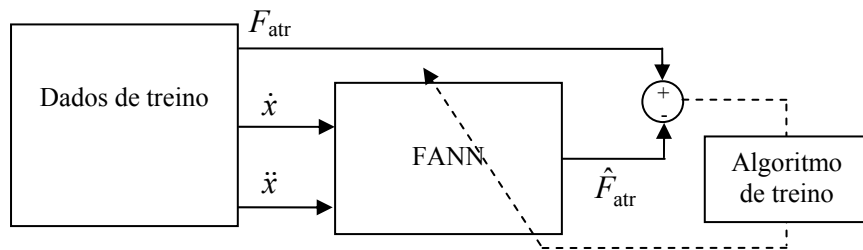


Fig. 94 – Treino da rede utilizada na modelação da força de atrito

A Fig. 95 a) apresenta a superfície correspondente à função  $F_{atr} = \text{FANN}(\dot{x}, \ddot{x})$  e a Fig. 95 b) a superfície dos erros de treino. Os valores da estatística do erro comprovam os bons resultados obtidos com esta metodologia: o valor esperado do erro é de  $\mu_{atr} = -0.002$  N e o desvio padrão é de  $DP_{atr} = 6.93$  N.

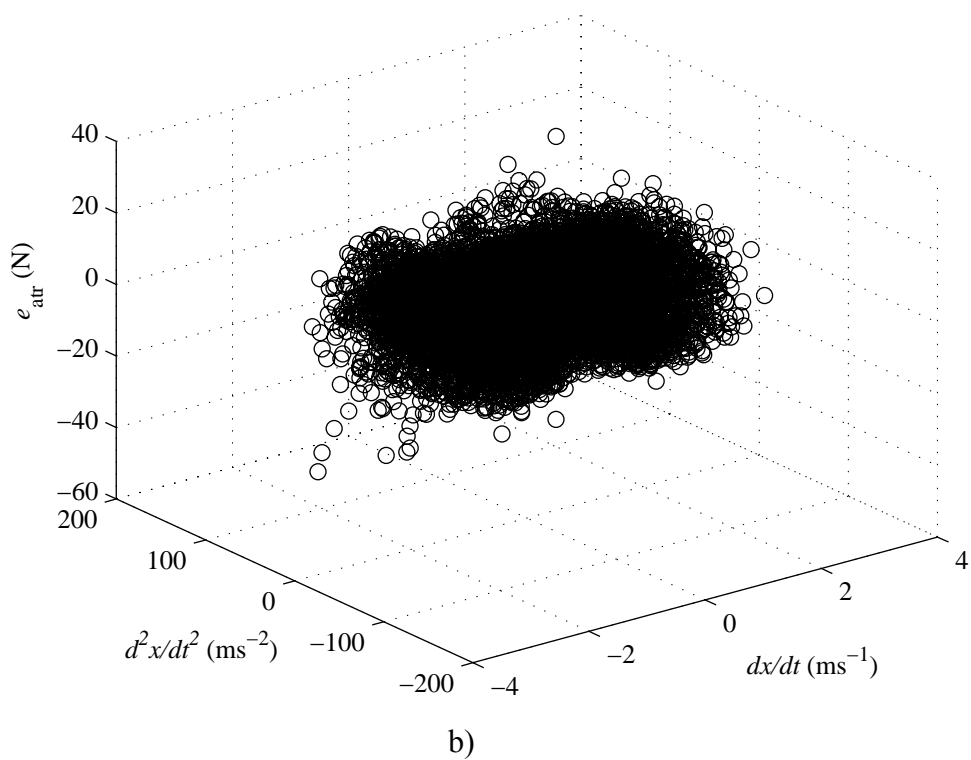
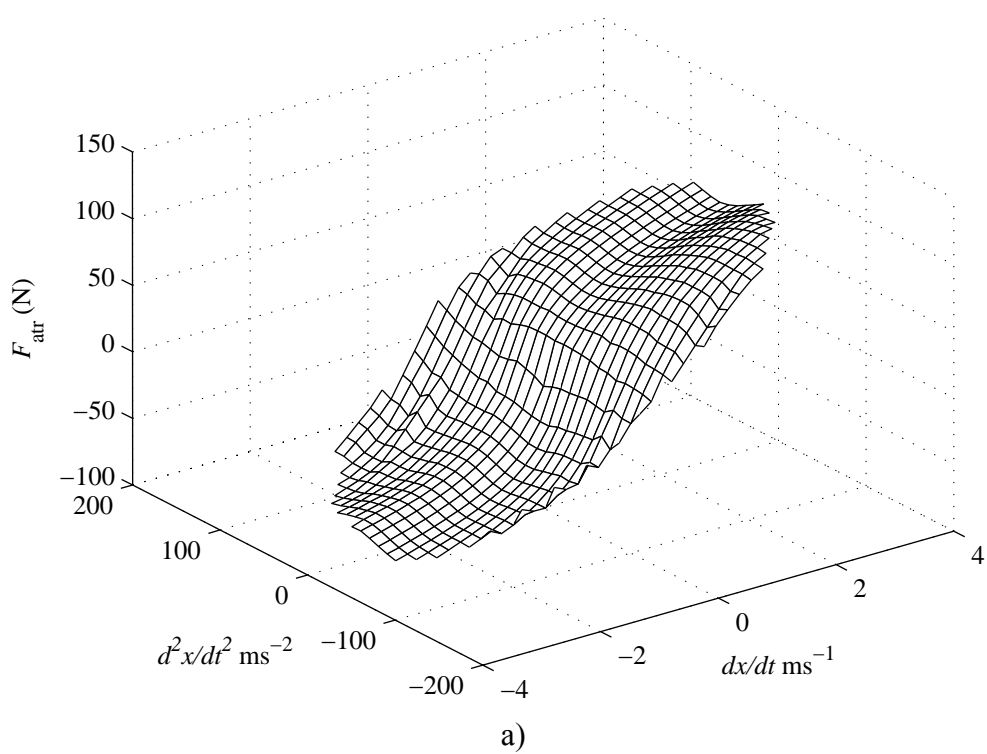


Fig. 95 – Força de atrito estimada com a FANN: resultados e erros do treino

Registe-se por último que este modelo introduz um anel algébrico se utilizado na simulação do sistema. De facto, considere-se a Fig. 96, onde se apresenta o diagrama de blocos correspondente à equação (68) com a força de atrito modelada por  $F_{\text{atr}} = \text{FANN}(\dot{x}, \ddot{x})$ . Neste diagrama é possível verificar que a aceleração depende da força de atrito, que por sua vez depende da aceleração. Desta forma, quando se simula o modelo mecânico utilizando  $F_{\text{atr}} = \text{FANN}(\dot{x}, \ddot{x})$ , é necessário recorrer a métodos iterativos para determinar a aceleração. Isto pode constituir um inconveniente se o método iterativo for computacionalmente lento. No entanto, neste trabalho este problema não se coloca uma vez que o modelo  $F_{\text{atr}} = \text{FANN}(\dot{x}, \ddot{x})$  será exclusivamente utilizado no controlo do sistema e que a aceleração e a velocidade são medidas.

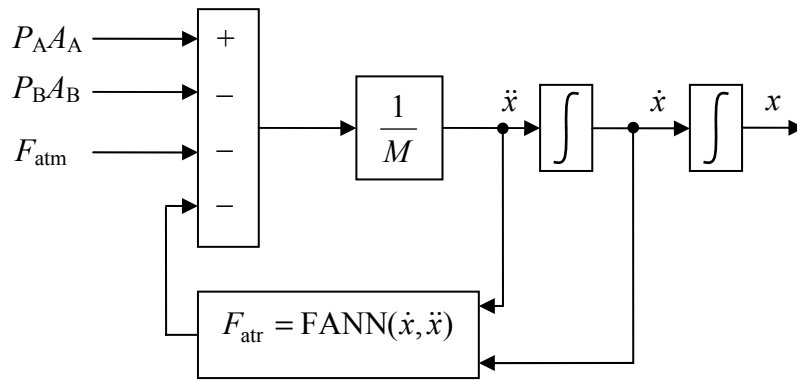


Fig. 96 – Diagrama de blocos representativo da equação (68)

### 3.1.6 Identificação de modelo de atrito viscoso

O modelo de atrito viscoso dado pela equação

$$F_{\text{atr}} = k_a \dot{x} \quad (93)$$

é utilizado na linearização realizada na secção 4.1. O valor de  $k_a$  foi determinado de forma a minimizar o erro quadrático médio entre (93) e os valores experimentais obtidos, na secção 3.1, para a configuração de massa mínima. Uma vez que a linearização é realizada em torno de  $\dot{x} = 0$  e a velocidade máxima experimental é de  $\pm 3 \text{ms}^{-1}$ , o ajuste foi efectuado com dados correspondentes a velocidades inferiores, em

módulo, ao valor médio  $1.5\text{ms}^{-1}$ . O resultado deste exercício conduz a  $k_a = 57.81\text{ Nm}^{-1}\text{s}$ . O valor esperado do erro na previsão da força de atrito é igual  $-2.79\text{ N}$ , com um desvio padrão de  $17.01\text{ N}$ . Na Fig. 97 encontram-se representados os dados experimentais e a equação  $F_{\text{atr}} = 57.81\dot{x}$ .

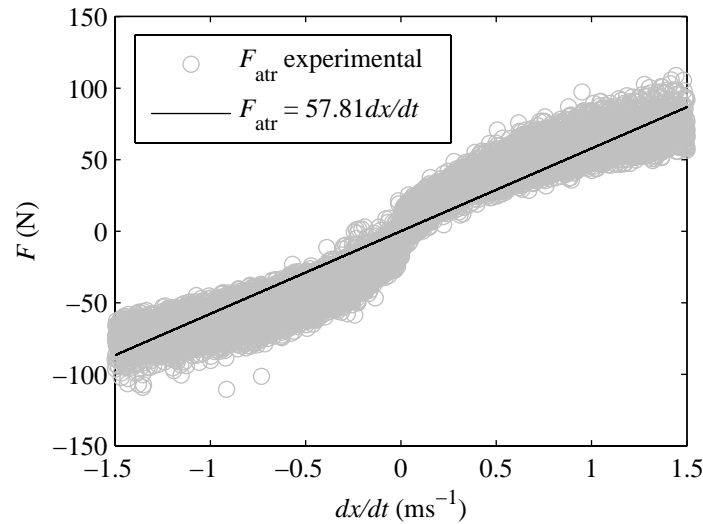


Fig. 97 – Dados experimentais de atrito e modelo de atrito viscoso

### 3.2 Modelo termodinâmico de uma câmara pneumática

A modelação da câmara de um cilindro pneumático será realizada recorrendo ao teorema de transporte de Reynolds [60]. Este teorema permite analisar o escoamento de fluidos utilizando o conceito de volume de controlo. O volume de controlo é uma região do espaço, abstracta, que envolve o sistema em estudo e que, de forma genérica, pode ser deformável – cf. Fig. 98. Nesta figura  $dA$  é um elemento de área por onde o fluido esco para dentro ou para fora do volume de controlo,  $\mathbf{n}$  é o vector unitário normal à superfície  $dA$ ,  $\mathbf{v}$  é a velocidade do fluido que cruza  $dA$  e  $\mathbf{v}_s$  é a velocidade a que o sistema e o volume de controlo se deslocam. À superfície que delimita o volume de controlo chama-se superfície de controlo.

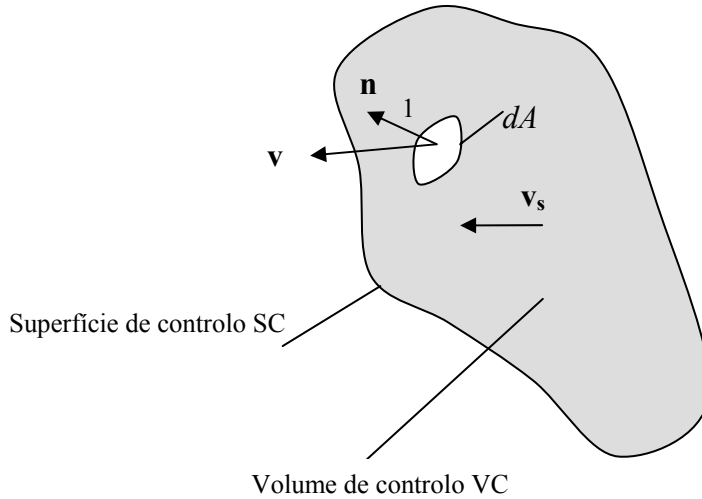


Fig. 98 – Volume de controlo e superfície de controlo

Seja  $B$  uma propriedade de um fluido e  $B^s = dB/dm$  o valor específico dessa propriedade, isto é, o valor de  $B$  por unidade de massa. O teorema de transporte de Reynolds, aplicado a um volume de controlo genérico que se move e é deformável pode ser expresso por [60]:

$$\frac{d}{dt}(B) = \frac{d}{dt} \left( \int_{VC} B^s \rho dV \right) + \int_{SC} B^s \rho (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n}) dA \quad (94)$$

onde  $\rho$  é a massa volúmica do fluido e  $\mathbf{v}_r$  é a velocidade a que o fluido cruza a superfície de controlo, vista por um observador solidário com o volume de controlo.  $\mathbf{v}_r$  é assim dada, genericamente, pela diferença entre a velocidade do fluido e a do volume de controlo:

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_s. \quad (95)$$

Este teorema expressa assim que a variação total da propriedade  $B$  no sistema é igual à sua variação dentro do volume de controlo  $(\int_{VC} B^s \rho dV)$  mais o balanço do fluxo que entra e sai nas superfícies de controlo  $(\int_{SC} B^s \rho (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n}) dA)$ .

Um caso particular da equação (94) ocorre quando o volume de controlo não se desloca ( $\mathbf{v}_s = 0$ ) e o fluido só cruza a superfície de controlo em algumas zonas onde o



escoamento pode ser visto, de forma simplificada, como unidimensional. Nesse caso,  $\mathbf{v}_r = \mathbf{v}$  e o integral na superfície de controlo reduz-se a um somatório de termos que envolvem as propriedades do escoamento em cada secção  $i$  de entrada/saída do volume de controlo. A equação (96) traduz este caso particular.

$$\frac{d}{dt}(B) = \frac{d}{dt} \left( \int_{VC} B^s \rho dV \right) + \sum (B_i^s \rho_i v_i A_i)_{out} - \sum (B_i^s \rho_i v_i A_i)_{in} \quad (96)$$

Considere-se agora a câmara de um cilindro pneumático representada esquematicamente na Fig. 99.

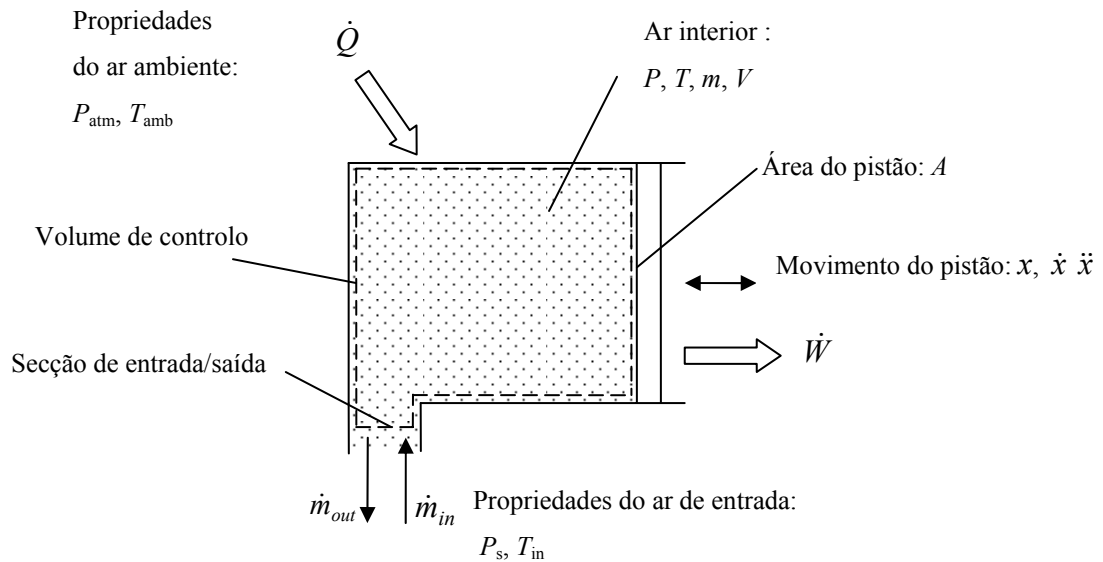


Fig. 99 – Representação esquemática da câmara de um cilindro pneumático

O volume de controlo representado nesta figura engloba todo o ar na câmara pneumática e portanto deforma-se de forma solidária com o pistão. Uma vez que se desprezam as fugas de ar nos vedantes, o volume de controlo tem apenas uma secção por onde entra ( $\dot{m}_{in}$ ) ou sai ( $\dot{m}_{out}$ ) caudal mássico de ar – ver Fig. 99 – e considera-se que o escoamento nessa secção é aproximadamente unidimensional. Para além disso, como o volume de controlo nesta secção é fixo, a equação (96) é aplicável. De seguida apresenta-se a aplicação de (96) ao volume de controlo da Fig. 99, utilizando as leis de conservação de energia e de massa.

*Conservação de massa:*

Neste caso,  $B = m$  e  $B^s = dm/dm=1$ . Utilizando a lei de conservação da massa ( $dm/dt = 0$ ) e a equação (96) no volume de controlo da Fig. 98 é possível escrever que:

$$0 = \frac{d}{dt} \left( \int_{VC} \rho dV \right) + \rho_{out} v_{out} A_{out} - \rho_{in} v_{in} A_{in} \quad (97)$$

Considerando que as propriedades termodinâmicas do ar são uniformes no volume de controlo, o termo  $\rho$  pode ser passado para fora do integral de volume, dando origem à equação (98).

$$\frac{d}{dt} (\rho V) + \rho_{out} v_{out} A_{out} - \rho_{in} v_{in} A_{in} = 0 \quad (98)$$

*Conservação da energia:*

Do balanço energético expresso na primeira lei da termodinâmica, é possível escrever que:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{E} \quad (99)$$

Nesta equação,  $\dot{Q}$  e  $\dot{W}^*$  representam a variação no tempo das trocas de calor e de trabalho entre o volume de controlo e a vizinhança. Quanto a  $\dot{E}$ , representa a variação no tempo da energia total do fluido contido no volume de controlo. Utilizando as equações (96) e (99) com  $B = E$  e  $B^s = dE/dm = E^s$ , e considerando de novo que as propriedades do ar são homogéneas, é possível escrever que:

---

\* De acordo com a habitual convenção de sinais: calor fornecido *ao* sistema é positivo, fornecido *pelo* sistema é negativo; trabalho fornecido *ao* sistema é negativo, fornecido *pelo* sistema é positivo.

$$\frac{d}{dt}(\int_{VC} E^s \rho dV) + E_{out}^s \rho_{out} v_{out} A_{out} - E_{in}^s \rho_{in} v_{in} A_{in} = \dot{Q} - \dot{W} \quad (100)$$

em que, genericamente, a energia específica no volume de controlo,  $E^s$ , é dada por:

$$E^s = U^s + \frac{1}{2} v^2 + gz + E_{outros}^s \quad (101)$$

Na equação (101) o termo  $U^s$  representa a energia interna específica do fluido,  $1/2 v^2$  a energia cinética específica,  $gz$  a energia gravítica específica e  $E_{outros}^s$  todas as outras formas de energia específica (nucleares, electrostáticas, etc...). É prática corrente em servopneumática [6] desprezar, no cálculo do modelo termodinâmico do ar no interior da câmaras, todos os termos da equação (101) com excepção da energia interna específica  $U^s$ . Desta forma, e considerando de novo que as propriedades do fluido são uniformes, a equação (100) pode ser escrita como:

$$\frac{d}{dt}(U^s \rho V) + U_{out}^s \rho_{out} v_{out} A_{out} - U_{in}^s \rho_{in} v_{in} A_{in} = \dot{Q} - \dot{W} \quad (102)$$

Consideram-se normalmente três componentes principais para o trabalho  $\dot{W}$  [60]: trabalho mecânico realizado por um elemento móvel  $\dot{W}_m$ , trabalho das forças de pressão  $\dot{W}_p$  e trabalho das forças viscosas  $\dot{W}_v$ . No caso do sistema em estudo, o trabalho realizado pelas forças viscosas será desprezado e o trabalho mecânico é dado pelo produto da força pneumática pela velocidade do pistão:

$$\dot{W}_m = PA\dot{x} \quad (103)$$

O trabalho  $\dot{W}_p$  é genericamente igual ao produto das forças de pressão num elemento de área  $dA$  pela componente do vector de velocidade normal a  $dA$ :

$$\dot{W}_p = \int_{SC} P(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dA \quad (104)$$

Note-se que o trabalho das forças de pressão só é contabilizado nas regiões da superfície de controlo onde há entrada ou saída de fluido pois nas restantes regiões as forças de pressão cancelam-se mutuamente ou estão em equilíbrio com a vizinhança. No caso em estudo existe apenas uma secção de entrada ou saída de fluido, considerada unidimensional, pelo que a equação (104) pode ser simplificada para:

$$\dot{W}_p = P_{out} v_{out} A_{out} - P_{in} v_{in} A_{in} \quad (105)$$

Substituindo (105) e (103) em (102) obtém-se:

$$\frac{d}{dt} (U^s \rho V) + \left( U_{out}^s + \frac{P_{out}}{\rho_{out}} \right) \rho_{out} v_{out} A_{out} - \left( U_{in}^s + \frac{P_{in}}{\rho_{in}} \right) \rho_{in} v_{in} A_{in} = \dot{Q} - PA\dot{x} \quad (106)$$

Substituindo a entalpia,  $H^s = U^s + P/\rho$  na equação (106) chega-se a:

$$\frac{d}{dt} (U^s \rho V) + H_{out}^s \rho_{out} v_{out} A_{out} - H_{in}^s \rho_{in} v_{in} A_{in} = \dot{Q} - PA\dot{x} \quad (107)$$

As equações (98) e (107) constituem a base do modelo termodinâmico de um fluido dentro da câmara de um cilindro. No caso de um cilindro pneumático, o fluido é o ar, considerado um gás perfeito (cf. secção 2.2). Para um gás perfeito é possível escrever as seguintes relações:

$$PV = mRT \quad (108)$$

$$U^s = c_v T \quad (109)$$

$$H^s = c_p T \quad (110)$$

onde  $c_v$  é o calor específico a temperatura constante,  $c_p$  o calor específico a pressão constante e  $R$  é a constante específica do ar como gás perfeito. Considerando ainda que os calores específicos são constantes e que a sua razão é dada por  $\gamma = c_p / c_v$ , combinando as equações (98), (107)... (110) é possível, após algumas manipulações algébricas, chegar ao modelo em pressão e temperatura das câmaras de um cilindro pneumático:

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{in} T_{in} - \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{out} T + \frac{(\gamma-1)}{V} \dot{Q} \quad (111)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} (1-\gamma) + \dot{m}_{in} \frac{RT}{VP} [\gamma T_{in} - T] - \dot{m}_{out} \frac{RT^2}{VP} (\gamma-1) + \frac{(\gamma-1)T}{PV} \dot{Q} \quad (112)$$

Nas equações (111) e (112)  $\dot{m}_{in}$  e  $\dot{m}_{out}$  representam os caudais mássicos de ar que entram ou saem, respectivamente, nas câmaras do cilindro. O seu valor pode ser determinado através dos modelos de servoválvulas obtidos no capítulo 2. No que diz respeito ao termo  $\dot{Q}$ , se as trocas de calor por radiação forem desprezadas, este termo pode ser escrito como [31]:

$$\dot{Q} = \lambda A_q(x)(T_w - T) \quad (113)$$

onde  $\lambda$  é o coeficiente de transferência de calor (CTC) entre o ar e as paredes do cilindro,  $A_q(x)$  é a área da superfície de transferência de calor e  $T_w$  é a temperatura das paredes do cilindro. Esta temperatura será considerada igual à temperatura ambiente por duas razões: em primeiro lugar, a condutividade térmica do ar é muito menor do que a dos materiais vulgarmente utilizados para as paredes dos cilindros pneumáticos. De facto, enquanto a condutividade térmica do ar vale aproximadamente  $0.0257 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  a  $293.15 \text{ K}$ , a do alumínio varia entre  $150$  a  $250 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ , de acordo com a liga utilizada. Desta forma, a temperatura na parede interna do cilindro é aproximadamente igual à sua temperatura média. Em segundo lugar, a capacidade térmica das paredes do cilindro é muito maior do que a capacidade térmica do ar contido dentro delas. Desta forma, a temperatura média das paredes é essencialmente igual à temperatura ambiente. É de

realçar que existem na literatura modelos mais complexos do que o apresentado na equação (113), nomeadamente modelos que têm em conta a não uniformidade da temperatura do ar no interior do cilindro – ver por exemplo [61] para um estudo recente. No entanto, estas aproximações são normalmente utilizadas para máquinas com movimentos alternados de alta velocidade e não para o caso de cilindros pneumáticos, onde o nível de detalhe dado por (113) é normalmente aceite como suficiente [6], [31],[62].

No que diz respeito ao CTC, um modelo muito utilizado [6], [31], [62], [63] é o modelo de Eichelberg simplificado [64] que não inclui dependência do CTC com a velocidade do pistão mas apenas com a temperatura e a pressão no interior das câmaras:

$$\lambda(P, T) = \lambda_0 \left( \frac{PT}{P_0 T_0} \right)^{1/2} \quad (114)$$

onde  $\lambda_0 = \lambda(P_0, T_0)$  é o coeficiente de transferência de calor calculado nas condições  $P_0, T_0$ . Substituindo a equação (114) em (113) e (113) em (111) e (112), obtém-se o modelo termodinâmico completo do ar nas câmaras do cilindro, escrito nas variáveis de estado pressão e temperatura:

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{in} T_{in} - \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{out} T + \frac{(\gamma-1)}{V} \lambda_0 \left( \frac{PT}{P_0 T_0} \right)^{1/2} A_q(x)(T_{amb} - T) \quad (115)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} (1-\gamma) + \dot{m}_{in} \frac{RT}{VP} [\gamma T_{in} - T] - \dot{m}_{out} \frac{RT^2}{VP} (\gamma-1) + \\ \frac{(\gamma-1)T}{PV} \lambda_0 \left( \frac{PT}{P_0 T_0} \right)^{1/2} A_q(x)(T_{amb} - T) \end{aligned} \quad (116)$$

Para conhecer o modelo completo das câmaras é necessário conhecer o valor de  $\lambda_0$ . Tanto quanto foi possível apurar, [63] e [65] são os únicos estudos onde se estima o coeficiente de transferência de calor em actuadores pneumáticos. Nesses trabalhos utiliza-se o modelo simplificado de Eichelberg referido à pressão e temperaturas médias ( $P_{av}$  e  $T_{av}$  respectivamente) obtidas durante um ensaio experimental:

$$\lambda(P, T) = \lambda_{av} \left( \frac{PT}{P_{av} T_{av}} \right)^{1/2} \quad (117)$$

O ensaio realizado em [63] consiste em inserir ar na câmara de um cilindro (WABCO-CNOMO,  $D_p = 160\text{mm}$ ,  $D_h = 40\text{mm}$ ,  $l = 150\text{mm}$ ) com o pistão bloqueado, até a pressão atingir um determinado valor. O CTC é posteriormente encontrado através do ajuste do modelo teórico de pressão, equação (115), a dados experimentais. Para exemplificar a ordem de grandeza dos valores de CTC obtidos nesse estudo, partindo de uma pressão inicial atmosférica e com o valor final de pressão de 2.3bar, o valor do CTC encontrado foi de  $\lambda_{av} = 100 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-2}$  ( $T_{av} = 300^\circ\text{K}$ ,  $P_{av} = 1.65\text{bar}$ ). Note-se, no entanto, que para efectuar esta experiência é necessário conhecer correctamente o valor do caudal mássico que é inserido ou retirado na câmara do cilindro, o que tipicamente implica o conhecimento do modelo da servoválvula utilizada. A metodologia seguida em [63] e [65] não é assim a mais indicada. A dificuldade na determinação do coeficiente de transferência de calor [6] é, aliás, um dos vários argumentos normalmente utilizados na literatura para justificar uma contabilização indirecta da transferência de calor através de um modelo de temperatura politrópico\*, que permite o ajuste de um índice que varia de 1 (processo isotérmico) até 1.4 (processo adiabático). Por estes motivos, foi proposto em [66] uma nova metodologia para estimar o CTC que é baseada na constante de tempo térmica do cilindro. Na próxima secção descreve-se essa metodologia.

### ***3.3 Determinação do coeficiente de transferência de calor***

#### **3.3.1 Apresentação da metodologia**

Desprezando as variações do coeficiente de transferência de calor com a temperatura e a pressão é possível definir um coeficiente de transferência de calor médio  $\bar{\lambda}$  através de:

---

\* Um outro argumento normalmente associado à utilização de modelos politrópicos consiste na redução de ordem do sistema, como se verá na secção 3.5.

$$\dot{\bar{Q}} = \bar{\lambda} A_q(x)(T_{\text{amb}} - T) \quad (118)$$

Substituindo (118) nas equações (111) e (112) a evolução da temperatura e da pressão passam a ser dadas pelas equações (119) e (120).

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{\text{in}} T_{\text{in}} - \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{\text{out}} T + \frac{(\gamma-1)}{V} \bar{\lambda} A_q(x)(T_{\text{amb}} - T) \quad (119)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} (1-\gamma) - \dot{m}_{\text{out}} \frac{RT^2}{VP} (\gamma-1) + \dot{m}_{\text{in}} \frac{RT}{VP} [\gamma T_{\text{in}} - T] \\ & + \frac{(\gamma-1)T}{PV} \bar{\lambda} A_q(x)(T_{\text{amb}} - T) \end{aligned} \quad (120)$$

Quando o pistão está bloqueado numa posição  $x_x$  e não entra nem sai caudal na câmara do cilindro, a equação de temperatura reduz-se a:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{(\gamma-1)T}{PV} \bar{k}(T_{\text{amb}} - T) \quad (121)$$

onde  $\bar{k}$  é uma condutância térmica média definida como:

$$\bar{k} = \bar{\lambda} A_q(x_x) \quad (122)$$

Utilizando a equação dos gases perfeitos (108), a equação (121) pode ser simplificada para:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau} (T - T_{\text{amb}}) \quad (123)$$

onde  $\tau$  é a constante de tempo térmica média da câmara do cilindro,



$$\tau = \frac{c_v m}{\bar{k}} \quad (124)$$

e  $m$  é a massa de ar nela contida. A análise da equação (124) permite verificar que se for possível obter uma estimativa experimental da constante de tempo térmica, então o valor da condutância térmica também pode ser conhecido:

$$\bar{k} = \frac{m c_v}{\tau} \quad (125)$$

Não é no entanto simples obter uma evolução experimental da equação (123) visto que a largura de banda dos transdutores de temperatura comercialmente disponíveis é demasiado baixa para obter medições rigorosas. Este problema é, para além disso, acentuado pelo facto de o ar estar parado durante a experiência. Note-se no entanto que este problema pode ser ultrapassado se o raciocínio que conduziu à equação (123) for aplicado à equação de pressão (119). O resultado deste exercício é apresentado na equação (126), onde  $\tau$  é a constante de tempo térmica média definida em (124).

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{1}{\tau} \left( P - \frac{mR}{V} T_{\text{amb}} \right) \quad (126)$$

Uma vez que com os transdutores de pressão comercialmente disponíveis é possível medir a evolução da equação (126), pode-se obter uma estimativa experimental da constante de tempo térmica média e, aplicando a equação (125), da condutância térmica.

Esta metodologia foi seguida em [67], [68] e [69] na determinação da constante de tempo térmica de diversos acumuladores hidráulicos gás/óleo com diferentes pressões de pré-carga. Nesses estudos, a pressão do gás foi subitamente alterada através da injeção de uma determinada quantidade de óleo no acumulador, o que inicialmente provoca um aumento da pressão do gás para um valor máximo e, depois, uma diminuição, de forma não forçada, até se atingirem as condições de equilíbrio. Nesta última fase a equação (126) é válida, pelo que, medindo a pressão, é possível determinar

a constante de tempo térmica ajustando um modelo de primeira ordem aos dados experimentais:

$$\hat{P}(t) = \hat{P}_f + \Delta\hat{P}e^{-t/\tau} \quad (127)$$

Uma vez que o valor de  $\bar{k}$  é determinado numa experiência cuja pressão e temperatura médias são  $P_{av}$  e  $T_{av}$ , o valor de  $\bar{k}$  pode ser visto como uma estimativa experimental de  $k_{av}$ , isto é, a condutância térmica referida às condições do ensaio:

$$\hat{k}_{av} = \bar{k} \quad (128)$$

A temperatura e a pressão média do ensaio ( $T_{av}$  e  $P_{av}$ ) são determinadas através das expressões (129) e (130).

$$\hat{P}_{av} = \frac{1}{t_{ss}} \int_0^{t_{ss}} (\hat{P}_f + \Delta\hat{P}e^{-t/\tau}) dt \quad (129)$$

$$\hat{T}_{av} = \frac{1}{t_{ss}} \int_0^{t_{ss}} (\hat{T}_f + \Delta\hat{T}e^{-t/\tau}) dt \quad (130)$$

Nestas equações  $t_{ss}$  é o tempo necessário para se atingir um regime estacionário – o tempo de acomodação. Este tempo é alcançado quando a resposta do sistema atinge e permanece indefinidamente dentro de uma banda (tipicamente 1, 2 ou 5%) em torno do valor final – ver Fig. 100.

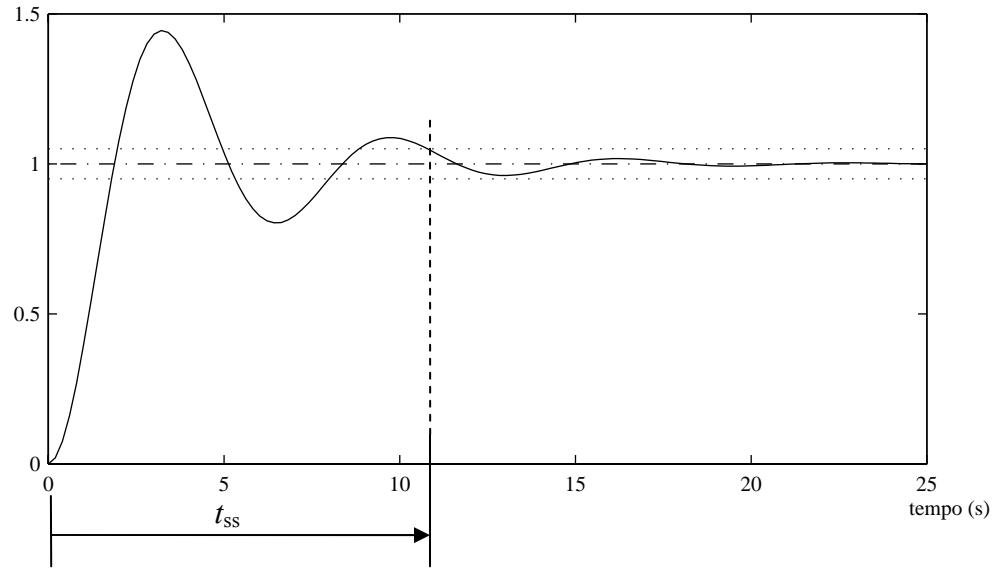


Fig. 100 – Definição do tempo de acomodação

Aplicando agora a equação (122) determina-se o coeficiente de transferência de calor nas condições do ensaio:

$$\hat{\lambda}_{av} = \frac{\hat{k}_{av}}{A_q(x_x)} \quad (131)$$

Finalmente, o coeficiente de transferência de calor referido à situação de equilíbrio em trabalho é dado por:

$$\hat{\lambda}_0 = \hat{\lambda}_{av} \left( \frac{P_0 T_0}{\hat{P}_{av} \hat{T}_{av}} \right)^{1/2} \quad (132)$$

Note-se que o procedimento acima apresentado é baseado na transferência de calor global entre o ar no interior do cilindro e o ambiente que o rodeia. No entanto, como referido anteriormente, a componente principal da transferência de calor entre o ar e o ambiente ocorre maioritariamente entre o ar e a parede interna do cilindro. É portanto expectável que este procedimento resulte em boas estimativas de  $k$  e de  $\lambda$ . Para verificar

a sua consistência, na próxima secção apresenta-se uma simulação onde se calcula o erro entre um valor “real”  $\lambda_0$  e o valor estimado por esta metodologia  $\hat{\lambda}_0$ .

### 3.3.2 Determinação do CTC por simulação

A simulação que se apresenta nesta secção reproduz uma experiência onde é aplicada uma força externa  $F$  à haste de um cilindro pneumático ( $D_p = 20$  mm,  $l = 100$  mm  $V_d = 1.57 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ ) no sentido de a recolher parcialmente – Fig. 101. A câmara ensaiada é, sem perda de generalidade, a câmara A, que inicialmente está à temperatura ambiente e à pressão atmosférica. Durante todo o ensaio o orifício de ligação desta câmara com o exterior está obturado. Partindo do estado inicial da Fig. 101, o pistão movimenta-se, impelido por  $F$ , até ser atingido um batente mecânico que impede qualquer movimento adicional. Quando isso acontece, o pistão permanece bloqueado, pois a força  $F$  mantém-se aplicada até as condições no interior da câmara atingirem um regime estacionário. O percurso total percorrido pelo pistão é assim limitado a  $(S_i - S_f)$ , com  $S_i = 0.1$  m e  $S_f = 0.05$  m.

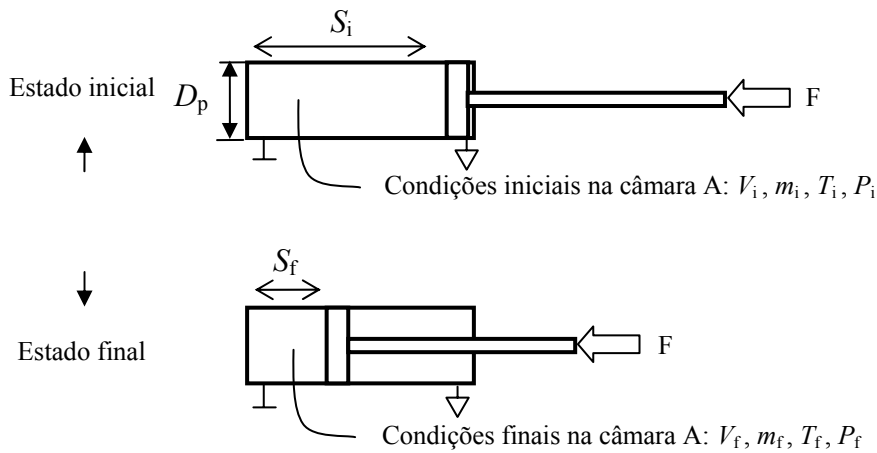


Fig. 101 – Simulação do procedimento de determinação experimental do CTC

Assumiu-se nesta experiência que a evolução da pressão e da temperatura é dada pelas equações (115) e (116) respectivamente, com  $\lambda_0 = 26.5 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-2}$  a  $P_0 = 5.65 \times 10^5$  Pa e  $T_0 = 293.15 \text{ K}^*$ . A evolução da pressão no interior da câmara é apresentada na Fig. 102.

\* A justificação destes valores de equilíbrio será realizada mais à frente neste capítulo, na secção 3.5.4.

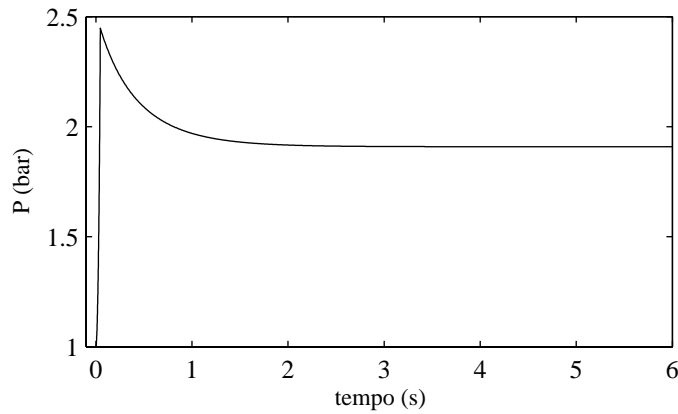


Fig. 102 – Evolução da pressão durante um ensaio simulado de determinação do CTC

Os passos que serão apresentados de seguida fornecem um procedimento genérico que pode ser utilizado para estimar os coeficientes relacionados com a transferência de calor  $\lambda_{av}$ ,  $\lambda_0$ ,  $k_{av}$  e  $k_0$ .

*Passo 1: ajustar uma equação de primeira ordem aos dados experimentais de pressão*

O ajuste de uma equação de primeira ordem (127), minimizando o erro quadrático médio, aos dados de pressão apresentados na Fig. 102 resulta em:

$$\hat{P}(t) = 1 \times 10^5 (1.91 + 0.524e^{-t/0.4292}) \quad (133)$$

*Passo 2: determinar a massa de ar no interior do actuador e o seu volume morto*

Sejam  $V_i$ ,  $m_i$ ,  $T_i$  e  $P_i$  as variáveis que designam o volume, massa, temperatura e pressão da câmara A do cilindro no início do ensaio. Sejam ainda  $V_f$ ,  $m_f$ ,  $T_f$  e  $P_f$  as mesmas variáveis no final do ensaio (em condições de repouso). Os volumes  $V_i$  e  $V_f$  podem ser estimados como:

$$\hat{V}_i = V_{cil\_i} + \hat{V}_d \quad (134)$$

$$\hat{V}_f = V_{cil\_f} + \hat{V}_d \quad (135)$$

Nestas equações os volumes cilíndricos  $V_{\text{cil}_i} = \pi D_p^2 S_i / 4$  e  $V_{\text{cil}_f} = \pi D_p^2 S_f / 4$  estão definidos para as situações iniciais e finais do ensaio e  $V_d$  é o volume morto. Uma vez que o orifício de entrada da câmara A se encontra fechado e que se desprezam as fugas de ar nos vedantes do pistão,  $m_i = m_f = m$ . Por outro lado, o ensaio é iniciado e terminado em regime estacionário, pelo que  $T_i = T_f = T_{\text{amb}}$ . Aplicando a lei dos gases perfeitos e eliminando o volume morto das equações (134) e (135), a massa de ar dentro do cilindro pode ser estimada como:

$$\hat{m} = \frac{(V_{\text{cil}_i} - V_{\text{cil}_f})}{RT_{\text{amb}}} \frac{P_i P_f}{P_f - P_i} \quad (136)$$

Aplicando novamente a lei dos gases perfeitos e substituindo  $m$  nas equações (134) e (135), o volume morto pode ser estimado. Para o caso particular em análise,  $\hat{m} = 39.2 \times 10^{-6} \text{ kg}$  e  $\hat{V}_d = 1.55 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ .

*Passo 3: determinação da condutância térmica média*

A condutância térmica média  $k_{\text{av}}$  pode ser estimada utilizando as equações (125) e (128). No caso particular em análise,

$$\hat{k}_{\text{av}} = \frac{\hat{m} c_v}{\tau} = 0.0656 \text{ W/K}.$$

*Passo 4: determinação da área de transferência de calor*

A área de transferência de calor pode ser estimada considerando duas vezes a área circular do pistão mais a área lateral de um cilindro de comprimento  $(4V_f)/(\pi D_p^2)$ :

$$\hat{A}_q = \frac{4\hat{V}_f}{D_p} + \frac{\pi D_p^2}{2} \quad (137)$$

Para o caso em análise,  $\hat{A}_q = 4.08 \times 10^{-3} \text{m}^2$ .

*Passo 5: determinação do coeficiente de transferência de calor médio*

Utilizando a equação (131) é possível estimar  $\lambda_{av}$  como  $\hat{\lambda}_{av} = \hat{k}_{av} / \hat{A}_q$ . No caso da simulação em análise,  $\hat{\lambda}_{av} = 16.07 \text{WK}^{-1} \text{m}^{-2}$ .

*Passo 6: determinação da pressão e temperatura médias*

Utilizando um critério de 1% para alcançar o regime estacionário, o tempo de acomodação da equação (133) é de  $t_{ss} = 1.98 \text{s}$ . Aplicando a equação (129) ao caso em análise, a pressão média é dada por  $\hat{P}_{av} = 2.023 \times 10^5 \text{Pa}$ . Para a evolução da temperatura é possível utilizar a lei dos gases perfeitos,

$$\hat{T}(t) = \frac{\hat{V}_f}{\hat{m}R} \hat{P}(t) \quad (138)$$

onde  $\hat{P}(t)$  é dado pela equação (133). Utilizando a equação (130) o valor médio da temperatura é de  $\hat{T}_{av} = 310.42 \text{K}$ . Note-se que nesta simulação a temperatura final calculada é de  $293.6^\circ \text{K}$ , logo os valores iniciais e finais de temperatura são muito próximos e como tal o pressuposto do passo 2 é válido.

*Passo 7: determinação do coeficiente de transferência de calor e da condutância térmica referidas às condições de equilíbrio em trabalho*

Utilizando a equação (132), o valor estimado de  $\lambda_0$  a  $P_0$  e  $T_0$  é de  $\hat{\lambda}_0 = 26.16 \text{WK}^{-1} \text{m}^{-2}$ . (recorde-se que o valor de  $\lambda_0$  "real" é de  $26.5 \text{WK}^{-1} \text{m}^{-2}$ ). Finalmente, a condutância térmica pode ser obtida utilizando a equação (131) em  $P_0$  e  $T_0$ . Para o caso em estudo,  $\hat{k}_0 = 0.107 \text{WK}^{-1}$ . A Fig. 103 resume os vários passos a seguir na determinação da estimativa do coeficiente de transferência de calor e da condutância térmica.

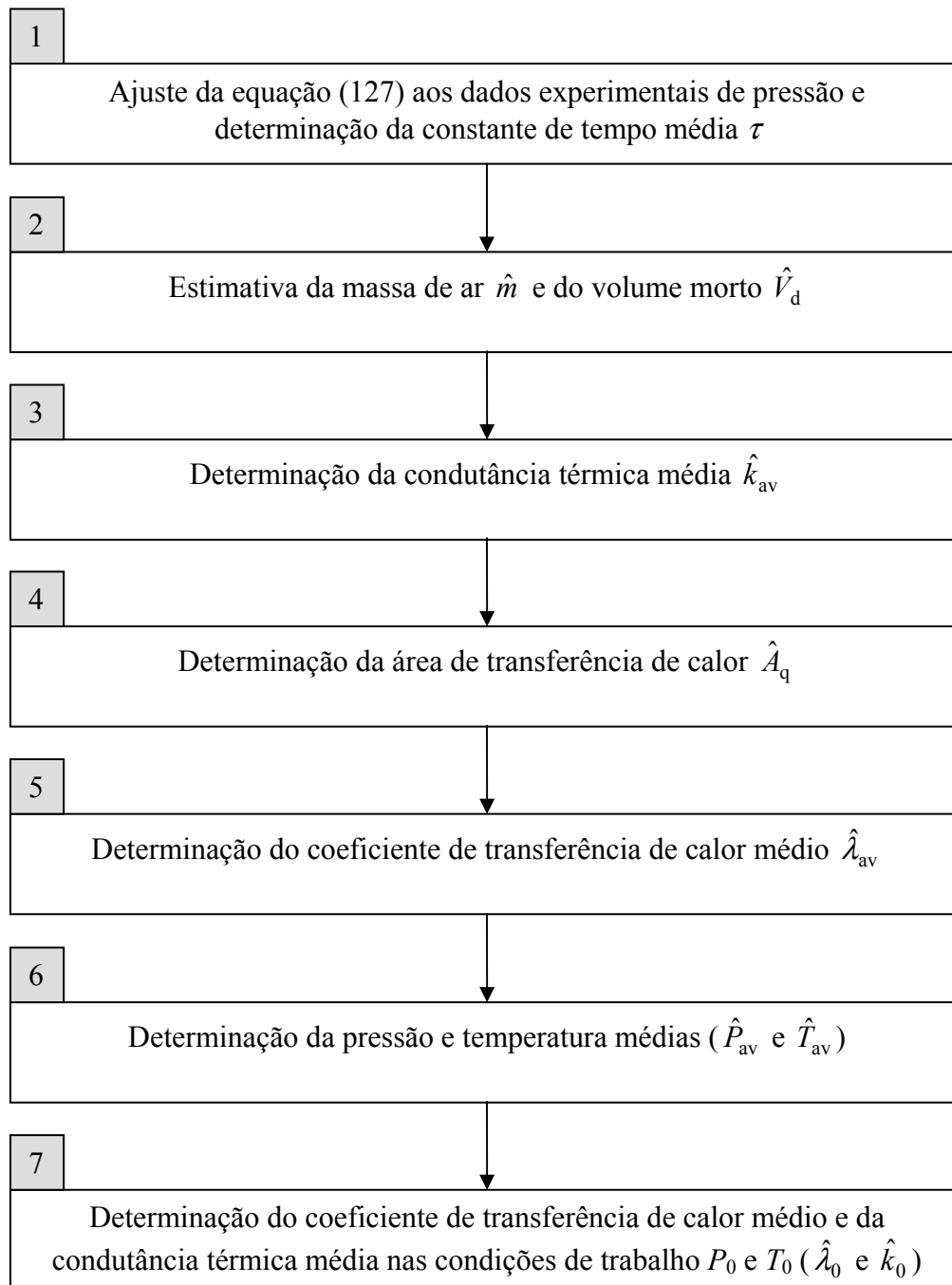


Fig. 103 – Resumo dos passos a seguir na determinação do coeficiente de transferência de calor e da condutância térmica

Esta simulação ilustra a consistência da metodologia proposta. De facto, no exemplo apresentado há uma variação relativa de cerca de 30% entre os valores máximos e estacionários de pressão e temperatura e, apesar disso, o erro na estimativa de  $\lambda_0$  é de apenas 1.3%. No entanto, tanto quanto foi possível apurar, não se encontram na literatura estudos onde esta metodologia seja aplicada a cilindros pneumáticos. Por estes



motivos, a próxima secção apresentará resultados experimentais da aplicação deste método a três cilindros pneumáticos industriais distintos.

### 3.3.3 Determinação experimental do CTC

No sentido de avaliar a robustez da metodologia apresentada na secção anterior, foram testados três cilindros pneumáticos industriais distintos (Tabela 8), com diferentes pressões iniciais. Os sinais de pressão foram medidos com os transdutores de pressão e com o sistema de aquisição de dados apresentados no capítulo 1. Note-se que o cilindro C é o cilindro que será utilizado para controlo no Capítulo 5.

Tabela 8 – Características principais dos actuadores pneumáticos testados

Actuador	Fabricante	Referência	$D_p$ (mm)	$D_h$ (mm)	$l$ (mm)	Material
A	Festo	DSNU20-100PPV-A	20	8	100	Aço Inox
B	Bosch	0 822 400 203	32	12	150	Aço
C	Joucomatic	PES 32 $\Omega$ 400 R-DM	32	12	400	Liga de alumínio

Os ensaios foram realizados utilizando dois cilindros colocados em oposição um ao outro – Fig. 104. No início da experiência a haste de cada cilindro testado (cilindro 1) estava total ou parcialmente estendida (situação inicial na Fig. 104), com a câmara A fechada e sob uma pressão inicial  $P_i$ . O ensaio consistiu em fazer avançar a haste do cilindro 2, inicialmente recolhida, de forma a movimentar a haste do cilindro 1. A haste do cilindro 2 foi totalmente estendida, pelo que na situação final ilustrada na Fig. 104 os cilindros mantêm-se bloqueados.

Para cada actuador foram realizadas duas experiências com pressões iniciais  $P_i$  diferentes e cada uma delas foi repetida dez vezes para que o ensaio seja estatisticamente significativo. Na Tabela 9 são apresentadas as médias das pressões iniciais para cada cilindro e experiência e as dimensões referenciadas na Fig. 104. A Fig. 105 exemplifica, para o cilindro A e na experiência 1, a evolução da pressão na câmara sob ensaio. Como se pode verificar, partindo da pressão atmosférica a pressão sobe até um valor máximo quando o cilindro 2 avança e depois decresce devido à transferência de calor entre o ar na câmara e as paredes do cilindro.

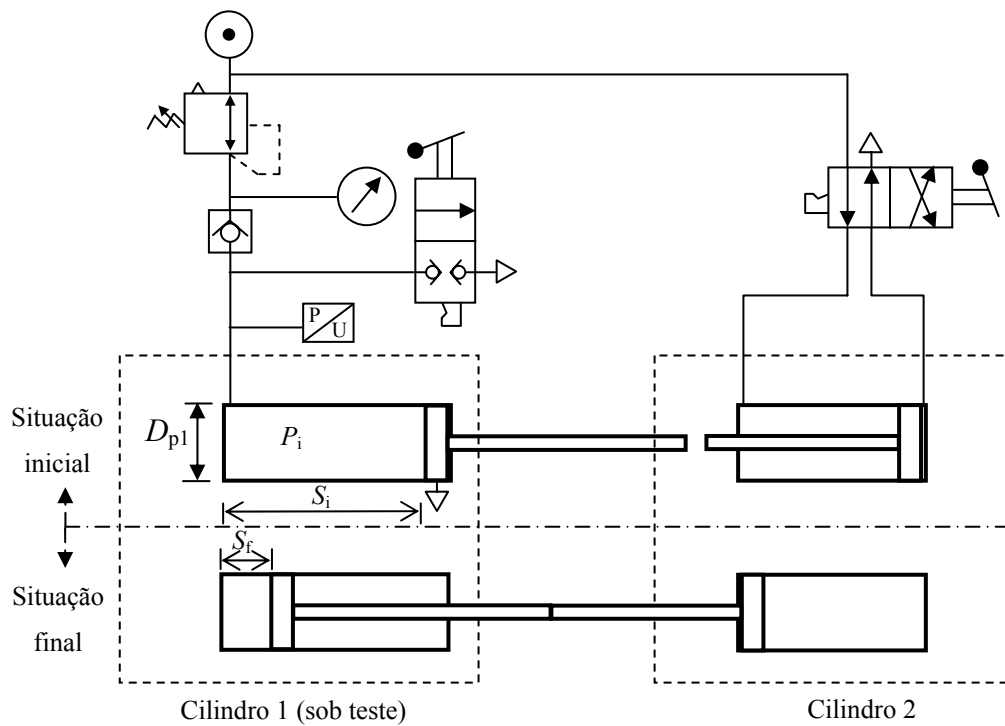


Fig. 104 – Esquema da montagem experimental para determinação do CTC

Tabela 9 – Características de cada experiência/actuador (ver Fig. 104)

	Experiência 1 (E1)			Experiência 2 (E2)		
	A	B	C	A	B	C
$P_i$ (bar)	1.01	1.01	1.01	3.28	3.16	3.09
$S_i$ (mm)	100	150	269	100	150	269
$S_f$ (mm)	50	83	169	50	83	169
$D_{p1}$ (mm)	20	32	32	20	32	32
$D_{p2}$ (mm)	20	32	32	20	32	32

No sentido de verificar se as fugas de ar entre câmaras, que são desprezadas neste trabalho, influenciam os resultados, foram efectuadas experiências semelhantes à representada na Fig. 105 mas com um tempo de regime estacionário de cerca de 10 minutos. Como não se observou uma descida de pressão significativa durante todo esse tempo, concluiu-se que as fugas entre câmaras podem ser desprezadas sem erro apreciável.

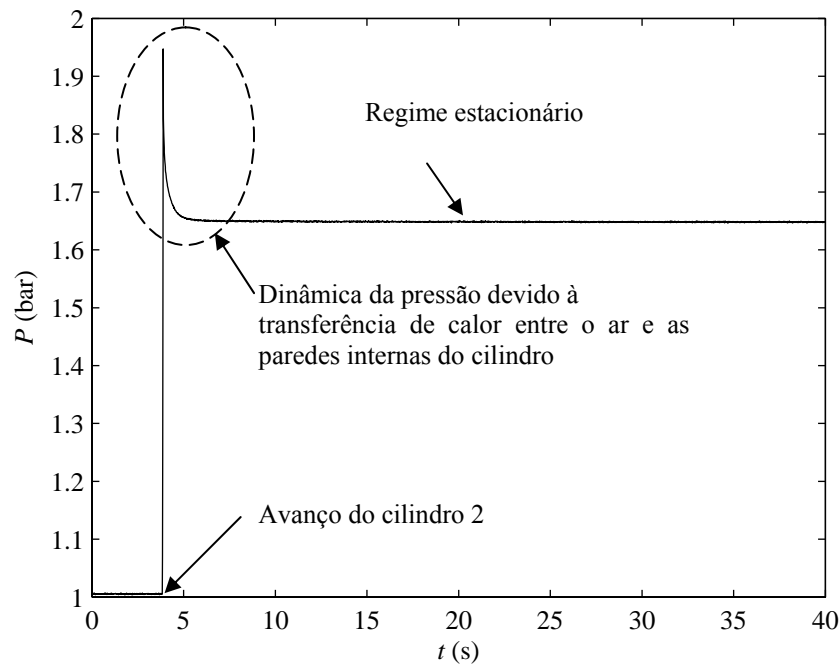


Fig. 105 – Exemplo da evolução da pressão na câmara A do cilindro A ao longo de um ensaio de determinação do CTC

As Fig. 106 e Fig. 107 apresentam a evolução da pressão no interior do cilindro após a pressão máxima ter sido atingida (zona contornada a traço interrompido na Fig. 105). Os dados apresentados correspondem à média das 10 experiências realizadas. Com estes dados é possível estimar a constante de tempo térmica e o coeficiente de transferência de calor a  $P_0$  e  $T_0$  por aplicação da metodologia apresentada na secção 3.3.2. A Tabela 10 apresenta os resultados do passo 1 e a Tabela 11 os resultados dos passos 2 a 7. É de realçar que os volumes mortos apresentados na Tabela 11 incluem não só o ar dentro do cilindro mas também o ar contido nos acessórios e tubagens que o ligam às válvulas. Numa utilização típica de servopneumática o volume de ar morto externo é o mais pequeno possível pois, quanto maior for, menor será a largura de banda do sistema. Desta forma, e para reproduzir a situação de trabalho típica, os tubos e acessórios foram reduzidos ao mínimo possível.

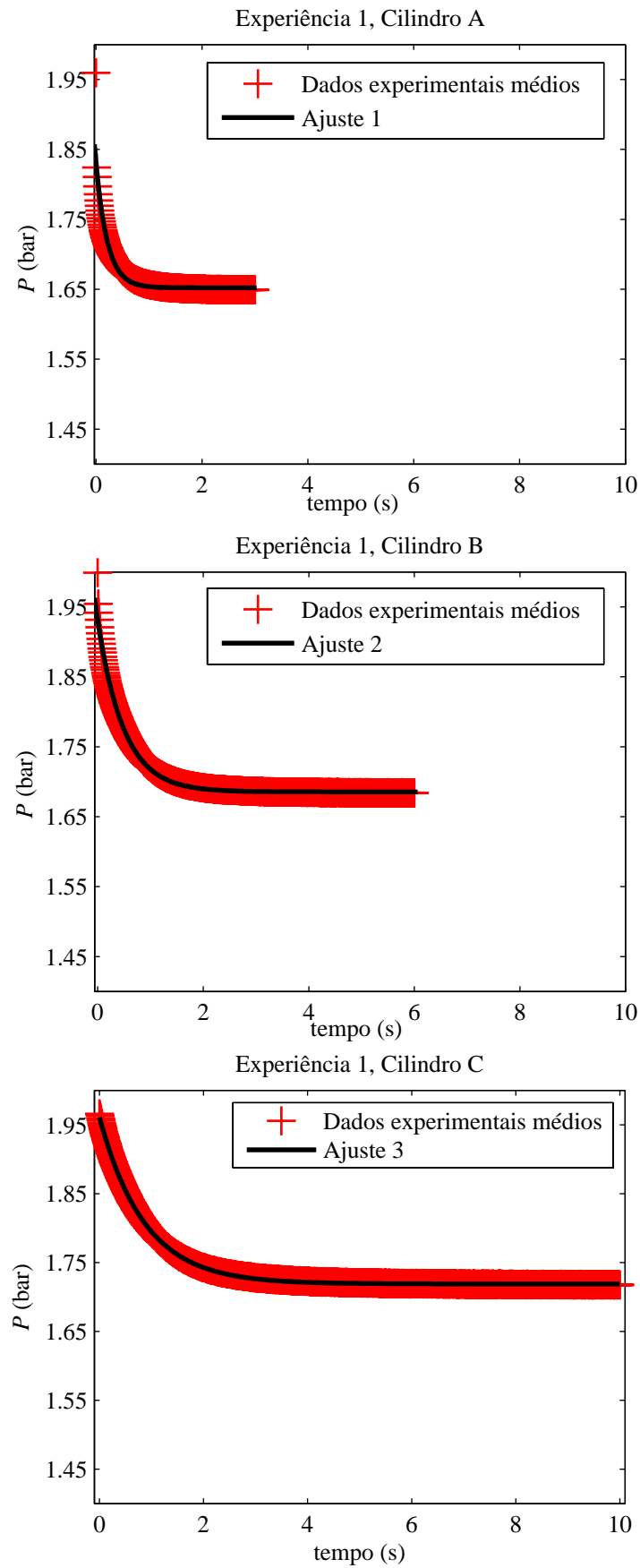


Fig. 106 – Resultados experimentais para a experiência 1, cilindros A, B e C

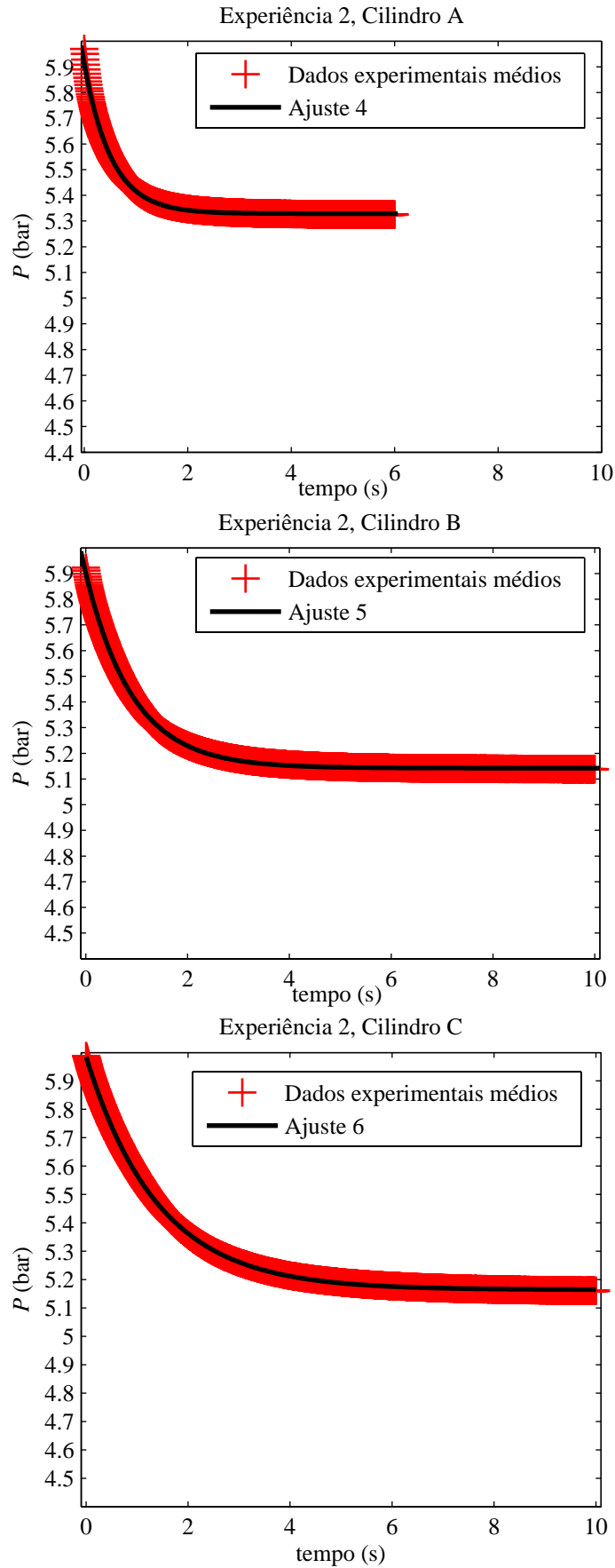


Fig. 107 – Dados experimentais para a experiência 2, cilindros A, B e C

Tabela 10 – Resultados da aplicação do passo 1 aos dados experimentais

	E1			E2		
	A	B	C	A	B	C
$\Delta \hat{P}$ (bar)	0.178	0.246	0.242	0.583	0.757	0.820
$\hat{P}_f$ (bar)	1.652	1.686	1.719	5.329	5.142	5.164
$\tau$ (s)	0.263	0.493	0.862	0.528	0.924	1.409

Tabela 11 – Resultados da aplicação dos passos 2 a 7 aos dados experimentais

		$\hat{m}$ (kg)	$\hat{A}_q$ (m <sup>2</sup> )	$\hat{V}_d$ (m <sup>3</sup> )	$\hat{k}_{av}$ (W/K)	$\hat{P}_{av}$ (Pa×10 <sup>5</sup> )	$\hat{T}_{av}$ (K)	$\hat{\lambda}_{av}$ (WK <sup>-1</sup> m <sup>-2</sup> )	$\hat{\lambda}_0$ (WK <sup>-1</sup> m <sup>-2</sup> )	$\hat{k}_0$ (W/K)
E1	A	4.7×10 <sup>-5</sup>	5.53×10 <sup>-3</sup>	8.8×10 <sup>-6</sup>	0.13	1.7	306.	23.3	41.5	0.23
	B	1.6×10 <sup>-4</sup>	1.16×10 <sup>-2</sup>	1.3×10 <sup>-5</sup>	0.23	1.7	307.	19.7	34.7	0.40
	C	3.4×10 <sup>-4</sup>	2.27×10 <sup>-2</sup>	1.8×10 <sup>-5</sup>	0.29	1.8	302.	12.5	22.1	0.50
E2	A	1.6×10 <sup>-4</sup>	5.67×10 <sup>-3</sup>	9.5×10 <sup>-6</sup>	0.21	5.5	304.	37.6	37.5	0.21
	B	5.2×10 <sup>-4</sup>	1.23×10 <sup>-2</sup>	1.9×10 <sup>-5</sup>	0.40	5.3	307.	32.4	32.7	0.40
	C	1.1×10 <sup>-3</sup>	2.36×10 <sup>-2</sup>	2.5×10 <sup>-5</sup>	0.54	5.3	302.	23.1	23.5	0.56

A análise dos resultados apresentados na Tabela 11 revela que o coeficiente de transferência de calor decresce do cilindro A (aço inox) para o B (aço) e do B para o C (alumínio). Uma vez que a condutividade térmica destes materiais cresce no sentido oposto, estes resultados podem parecer surpreendentes. Há no entanto uma justificação, que se prende com o facto de o principal mecanismo de transferência de calor ser a convecção entre o ar e a parede interior do cilindro. Dito por outras palavras, a principal resistência térmica surge entre o ar e as paredes do cilindro e, portanto, o material destas tem pouca influência no mecanismo de transferência de calor.

Por outro lado, a geometria da interacção do ar com a câmara aparenta desempenhar um papel importante. A Fig. 108 apresenta num gráfico o coeficiente de transferência de calor  $\hat{\lambda}_0$  em função da razão  $\hat{V}_f/\hat{A}_q$ . É visível uma tendência genérica para a redução do coeficiente de transferência de calor com o aumento desta razão. Esta tendência faz sentido visto que para uma mesma área  $A_q$ , quanto maior for o volume de ar, mais difícil se torna a transferência de calor. Um último comentário para referir que o modelo de Eichelberg reproduz correctamente a dependência da transferência de calor com a pressão e a temperatura. De facto, as estimativas dos coeficientes de transferência

de calor  $\lambda_0$  baseadas em experiências com diferentes pressões iniciais são aproximadamente idênticas para um mesmo actuador.

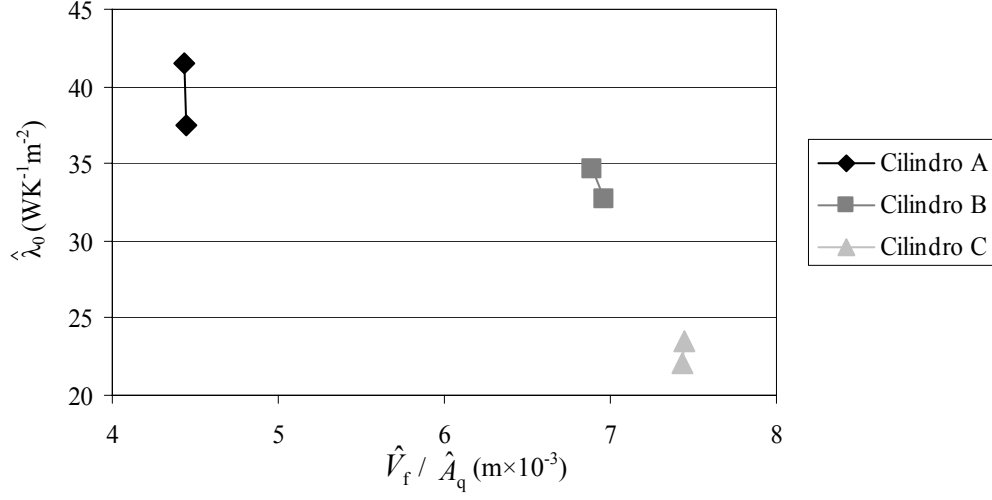


Fig. 108 – Dependência do coeficiente de transferência de calor com a geometria da câmara

### 3.4 Modelo não linear do actuador

Estando determinados todos os parâmetros da componente termodinâmica e da componente mecânica do actuador, é agora possível definir o seu modelo não linear completo:

$$\frac{dP_A}{dt} = -\gamma \frac{P_A}{V_A} \frac{dV_A}{dt} + \gamma \frac{R}{V_A} \dot{m}_{Ain} T_{in} - \gamma \frac{R}{V_A} \dot{m}_{Aout} T_A + \frac{(\gamma-1)}{V_A} \lambda_0 \left( \frac{P_A T_A}{P_0 T_0} \right)^{1/2} A_{Aq}(x) (T_{amb} - T_A) \quad (139)$$

$$\frac{dT_A}{dt} = \frac{T_A}{V_A} \frac{dV_A}{dt} (1-\gamma) + \dot{m}_{Ain} \frac{RT_A}{VP_A} [\gamma T_{in} - T_A] - \dot{m}_{Aout} \frac{RT_A^2}{V_A P_A} (\gamma-1) + \frac{(\gamma-1) T_A}{P_A V_A} \lambda_0 \left( \frac{P_A T_A}{P_0 T_0} \right)^{1/2} A_{Aq}(x) (T_{amb} - T_A) \quad (140)$$

$$\frac{dP_B}{dt} = -\gamma \frac{P_B}{V_B} \frac{dV_B}{dt} + \gamma \frac{R}{V_B} \dot{m}_{Bin} T_{in} - \gamma \frac{R}{V_B} \dot{m}_{Bout} T_B + \frac{(\gamma-1)}{V_B} \lambda_0 \left( \frac{P_B T_B}{P_0 T_0} \right)^{1/2} A_{Bq}(x) (T_{amb} - T_B) \quad (141)$$

$$\frac{dT_B}{dt} = \frac{T_B}{V_B} \frac{dV_B}{dt} (1-\gamma) + \dot{m}_{Bin} \frac{RT_B}{VP_B} [\gamma T_{in} - T_B] - \dot{m}_{Bout} \frac{RT_B^2}{V_B P_B} (\gamma-1) + \frac{(\gamma-1)T_B}{P_B V_B} \lambda_0 \left( \frac{P_B T_B}{P_0 T_0} \right)^{1/2} A_{Bq}(x) (T_{amb} - T_B) \quad (142)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{P_A A_A - P_B A_B - F_{atm} - F_{atr} - F_{ext}}{M} \quad (143)$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad (144)$$

O valor do caudal mássico que entra ou sai em cada câmara do actuador é dado por:

$$\dot{m}_{Ain} = \begin{cases} \dot{m}_A & \text{se } \dot{m}_A > 0 \\ 0 & \text{se } \dot{m}_A \leq 0 \end{cases} \quad \dot{m}_{Aout} = \begin{cases} 0 & \text{se } \dot{m}_A \geq 0 \\ \dot{m}_A & \text{se } \dot{m}_A < 0 \end{cases} \quad (145)$$

$$\dot{m}_{Bin} = \begin{cases} \dot{m}_B & \text{se } \dot{m}_B > 0 \\ 0 & \text{se } \dot{m}_B \leq 0 \end{cases} \quad \dot{m}_{Bout} = \begin{cases} 0 & \text{se } \dot{m}_B \geq 0 \\ \dot{m}_B & \text{se } \dot{m}_B < 0 \end{cases} \quad (146)$$

Nas equações (145) e (146), o valor de  $\dot{m}_A$  e de  $\dot{m}_B$  depende do modelo utilizado para as servoválvulas, de acordo com a Tabela 12.

Tabela 12 – Relação entre as equações de caudal mássico e o modelo de servoválvula utilizado

	Modelo teórico	Modelo ISO	Modelo DANN
$\dot{m}_A$	Equação (22)	Equação (29)	Equação (49)
$\dot{m}_B$	Equação (25)	Equação (32)	Equação (50)

No que diz respeito à força de atrito, a sua definição depende também do modelo de atrito utilizado – ver Tabela 13.



Tabela 13 – Relação entre as equações da força de atrito e o modelo de atrito utilizado

	Modelo atrito viscoso	Modelo Karnopp	Modelo FANN
$F_{\text{atr}}$	Equação (93)	Equação (74)	Equação (92)

Neste trabalho o modelo completo do actuador será utilizado como sistema padrão para a comparação dos modelos termodinâmicos de ordem reduzida – secção 3.5.3. Os modelos de servoválvula e de atrito aí utilizados serão, respectivamente, o modelo teórico e o modelo de atrito viscoso.

### 3.5 Modelos termodinâmicos de ordem reduzida

#### 3.5.1 Introdução

O modelo do sistema pneumático desenvolvido até ao momento é um modelo de sexta ordem cujas variáveis de estado são a pressão e a temperatura em cada câmara, a velocidade e a posição do pistão. Este modelo é desadequado para uma utilização em controlo pois, para além de ser matematicamente complexo, exige um observador de temperatura. De facto, os transdutores de temperatura comercialmente disponíveis têm larguras de banda demasiado baixas e a utilização de transdutores especificamente desenvolvidos para terem maior largura de banda (termopares muito finos) é impraticável em controlo industrial devido ao seu custo e fragilidade. É de realçar que o modelo poderia ser escrito noutras variáveis de estado como, por exemplo, temperatura e massa ou pressão e massa [70], [7]. No entanto, uma vez que também não é possível realizar a medição dessas outras variáveis de estado, o problema permaneceria.

Os motivos acima enunciados justificam a utilização de um modelo simplificado para efeitos de controlo. A simplificação que é normalmente realizada consiste em eliminar uma variável de estado substituindo uma equação diferencial por uma relação algébrica. Uma vez que, quer em controlo de força, quer em controlo de posição, a variável de estado termodinâmica mais importante é a pressão, tipicamente despreza-se a dinâmica de temperatura, pelo que o modelo é reduzido de 6ª para 4ª ordem. Esta redução de ordem é normalmente realizada considerando que o processo termodinâmico no interior das câmaras é politrópico, i.e., que a temperatura e a pressão estão

relacionadas pela relação algébrica apresentada na equação (147), onde  $P_0$  e  $T_0$  são valores de equilíbrio de pressão e temperatura e  $n$  é o índice politrópico.

$$T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (147)$$

O valor do índice politrópico varia de  $n = 1$  a  $n = \gamma$ . Quando  $n = 1$ , a temperatura permanece constante e igual ao valor de equilíbrio  $T_0$ , pelo que nesse caso o processo é isotérmico. Esta situação pode facilmente ser confirmada substituindo  $n = 1$  na equação (147). Quando  $n = \gamma = 1.4$ , não é possível de forma tão directa compreender o tipo de processo em causa mas pode-se demonstrar [39] que corresponde ao caso em que não há transferência de calor entre o sistema e o meio exterior. Trata-se, portanto, de um processo adiabático. Desta forma, o ajuste do índice  $n$  permite contabilizar a transferência de calor de forma indirecta.

Encontram-se na literatura diversos estudos que utilizam uma aproximação baseada na equação (147). Por exemplo Burrows [71] utilizou um processo adiabático, Zalmanzon [72], Outbib [73] e Ning [74] utilizaram um processo isotérmico e Andersen [75], Chitty e Lambert [76] utilizaram a equação (147) com um índice ajustado experimentalmente. Encontram-se ainda estudos (ver [6], [31], [32] e [77]) onde, apesar de se assumir que a temperatura varia de acordo com (147), desprezam-se as suas variações relativamente à temperatura ambiente. Como se verá, esta situação conduz a modelos onde existe um índice politrópico ajustável na dinâmica de pressão, mas em que a temperatura é considerada constante.

Uma questão que se levanta naturalmente é saber quão ampla é a variação de temperatura dentro da câmara de um cilindro pneumático em funcionamento pois, se não for significativa, poderá não fazer sentido contabilizá-la. Para procurar responder a esta pergunta, Al-Ibrahim e Otis [40] mediram a temperatura e a pressão nas câmaras de um cilindro pneumático a realizar movimentos de vaivém em toda a extensão do curso. Neste estudo registaram-se temperaturas desde um mínimo de 263K a um máximo de 323K, correspondentes respectivamente ao processo de descarga e de carga do cilindro. Num outro estudo [41], Toshiharu *et al.* utilizaram um cilindro pneumático com controlo de velocidade em *meter-out*. Durante o movimento do pistão de um extremo ao

outro do curso, foi medida uma variação de temperatura de aproximadamente 30K. É possível concluir, desta forma, que existe uma variação significativa da temperatura em torno da temperatura ambiente. Este facto pode ainda ser confirmado simulando o sistema de 6ª ordem. Para um cilindro de 20mm de diâmetro e 100mm de curso solicitado por um sinal aleatório, uma variação de aproximadamente  $\pm 1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$  em torno de uma pressão de equilíbrio  $P_0 = 5.65 \times 10^5 \text{ Pa}$  conduz a uma variação de temperatura de aproximadamente +20 e -30K em torno da temperatura ambiente\*.

Constata-se assim que a variação de temperatura não é desprezável mas, apesar disso, não é considerada em alguns dos modelos existentes na literatura. Constata-se também que na maior parte dos estudos existentes a transferência de calor entre o ar no interior do cilindro e as suas paredes é contabilizada indirectamente através de um modelo politrópico e não directamente através do modelo (113). Mais ainda, alguns dos modelos utilizados na literatura não são termodinamicamente consistentes pois assumem, por um lado, que a evolução da temperatura é dada por (147) com  $n \neq 1$  e, por outro, que a temperatura é constante.

No sentido de contribuir para o esclarecimento das questões acima levantadas, será apresentado de seguida um estudo [78], onde 1) se propõem novos modelos de ordem reduzida que contabilizam explicitamente o processo de transferência de calor e 2) se compara o desempenho, na previsão de pressão, dos modelos da literatura com o dos novos modelos. Esta comparação foi realizada através da simulação, em diferentes situações de funcionamento, de um sistema servopneumático com os diferentes modelos termodinâmicos de ordem reduzida (MTOR). Estes modelos são apresentados de seguida.

### 3.5.2 MTOR analisados neste trabalho

Como já foi referido anteriormente, a forma mais habitual de reduzir a ordem do modelo termodinâmico é relacionar algebricamente as variáveis de estado temperatura e pressão através da relação politrópica (147). Para obter o modelo de pressão da câmara de um cilindro pneumático com base numa aproximação politrópica, é necessário em primeiro lugar derivar a equação dos gases perfeitos  $P V = m R T$  em ordem ao tempo:

---

\* Os detalhes desta simulação serão apresentados na secção 3.5.5, cilindro D, malha fechada.

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{R}{V} T(\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) + \frac{P}{T} \frac{dT}{dt} \quad (148)$$

O termo  $dT/dt$  é dado pela derivada em ordem ao tempo da equação (147):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_0}{P_0^{\frac{n-1}{n}}} \frac{n-1}{n} \frac{dP}{dt} P^{-1/n} \quad (149)$$

Substituindo (149) em (148) e após algumas manipulações algébricas chega-se a:

$$\frac{dP}{dt} = -n \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + n \frac{R}{V} T(\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) \quad (150)$$

Encontram-se vários exemplos na literatura que utilizam o modelo dado pela equação (150) com uma simplificação adicional: desprezam-se as variações de temperatura em torno da temperatura ambiente pelo que  $T$  em (150) é constante. No que diz respeito à escolha de  $n$ , considerar-se-ão três casos que aparecem frequentemente na literatura:  $n = 1$  [73],  $n$  ajustado experimentalmente [6], [31], [32], [77] e  $n = 1.4$  [33]. Para testar o desempenho destes três casos foram definidos os modelos  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ :

**Modelo  $M_1$ :**

$$T = T_0$$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{R}{V} T(\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) \quad (151)$$

**Modelo  $M_2$ :**

$$T = T_0$$

$$\frac{dP}{dt} = -n \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + n \frac{R}{V} T(\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) \quad (152)$$

**Modelo M<sub>3</sub>:**

$$T = T_0$$

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} T (\dot{m}_{\text{in}} - \dot{m}_{\text{out}}) \quad (153)$$

É de realçar que apesar de M<sub>1</sub> e M<sub>3</sub> serem casos particulares de M<sub>2</sub>, correspondem a situações limite que aparecem frequentemente na literatura; como tal, foram definidos individualmente pois só desta forma é possível uma comparação directa com os restantes modelos. No que diz respeito ao modelo M<sub>2</sub>, normalmente não é referido o valor utilizado para o índice  $n$ , sendo apenas mencionado que foi ajustado experimentalmente. De facto, existe mesmo alguma evidência experimental de que o processo de entrada de ar no cilindro é aproximadamente adiabático enquanto o processo de saída é aproximadamente isotérmico [40]. Com o objectivo de reflectir este comportamento, foi recentemente proposto em [29] um novo modelo de ordem reduzida onde o índice politrópico que afecta o caudal de entrada no cilindro é “adiabático” ( $n = 1.4$ ) e o que afecta o caudal de saída é “isotérmico” ( $n = 1$ ). Quanto ao termo de caudal devido ao movimento do pistão, o índice utilizado,  $n = 1.2$ , procura reflectir um processo de transferência de calor intermédio entre o isotérmico e o adiabático. Este modelo será designado por modelo M<sub>4</sub>:

**Modelo M<sub>4</sub>:**

$$T = T_0$$

$$\frac{dP}{dt} = -1.2 \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + 1.4 \frac{R}{V} T \dot{m}_{\text{in}} - \frac{R}{V} T \dot{m}_{\text{out}} \quad (154)$$

Nos modelos M<sub>1</sub>, ...M<sub>4</sub> as variações de temperatura relativamente à temperatura ambiente são consideradas desprezáveis. Para analisar as consequências deste pressuposto, considere-se o modelo M<sub>5</sub> apresentado na equação (155). Este modelo é idêntico ao M<sub>2</sub> mas inclui a variação de temperatura dentro da câmara do cilindro. Foi utilizado para simulação em [6], com  $n = 1.2$ .

**Modelo M<sub>5</sub>:**

$$T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (155)$$

$$\frac{dP}{dt} = -n \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + n \frac{R}{V} T (\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out})$$

Os modelos M<sub>1</sub> a M<sub>5</sub> utilizam uma lei politrópica quando se realiza a substituição de  $dT/dt$  na equação (148). Uma consequência deste procedimento é que o(s) modelo(s) resultante(s) não incluem o processo de transferência de calor que se dá na mistura entre o ar que está no interior do cilindro a uma temperatura  $T$  e o ar que entra a uma temperatura  $T_{in}$ . De facto, em todos os modelos M<sub>1</sub> a M<sub>5</sub> a temperatura que afecta os termos de caudal  $\dot{m}_{in}$  é  $T$ , enquanto na equação de pressão do modelo completo (cf. equação (111)) é  $T_{in}$ . Para avaliar o impacto desta diferença foi criado o modelo M<sub>6</sub> que é em tudo idêntico ao M<sub>5</sub>, exceptuando a temperatura que afecta o caudal de entrada que passa a ser  $T_{in}$ .

**Modelo M<sub>6</sub>:**

$$T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (156)$$

$$\frac{dP}{dt} = -n \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + n \frac{R}{V} \dot{m}_{in} T_{in} - n \frac{R}{V} \dot{m}_{out} T$$

Em todos os modelos apresentados até ao momento a transferência de calor apenas é contabilizada de uma forma implícita. Como já foi justificado, esta é a abordagem tipicamente seguida na literatura e deve-se quer à necessidade de reduzir a ordem do modelo quer à dificuldade na determinação experimental do coeficiente de transferência de calor. No entanto, com a metodologia proposta em [66] que foi apresentada na secção 4.3, é possível estimar de forma expedita e exacta esse coeficiente, pelo que é pertinente avaliar o desempenho de modelos que tenham a transferência de calor contabilizada de forma explícita. Nesse sentido serão analisados quatro modelos que

têm por base a equação (111) e o modelo de transferência de calor completo dado pelas equações (113) e (114):

$$\dot{Q} = \lambda_0 \left( \frac{PT}{P_0 T_0} \right)^{1/2} A_q(x) (T_{\text{amb}} - T) \quad (157)$$

No modelo mais simples,  $M_7$ , despreza-se a variação da pressão e da temperatura em torno dos seus valores de equilíbrio no cálculo de  $\lambda$  ( $\lambda(P, T) \approx \lambda(P_0, T_0) = \lambda_0$ ) e assume-se que a área de transferência de calor não varia com  $x$  e pode ser aproximada por um valor médio  $\bar{A}_q$  correspondente à posição central do pistão:

$$\bar{A}_q = A_q(x_0) = \pi/2 \phi^2 + \left| \pi \phi(x_0 + l/2) \right|, x_0 = 0.$$

Com estes pressupostos, a transferência de calor média é dada por:

$$\bar{\dot{Q}} = k_0 (T_{\text{amb}} - T), \quad (158)$$

sendo a condutância térmica média definida por  $k_0$ :

$$k_0 = \lambda_0 \bar{A}_q \quad (159)$$

Aplicando o modelo (158) na equação diferencial de pressão (111) e desprezando os efeitos da mistura entre o ar vindo da fonte e o ar no interior da câmara, obtém-se o modelo  $M_7$ .

**Modelo  $M_7$ :**

$$T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (160)$$

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} T (\dot{m}_{\text{in}} - \dot{m}_{\text{out}}) + \frac{(\gamma-1)}{V} k_0 (T_{\text{amb}} - T)$$

O modelo  $M_8$  é idêntico ao  $M_7$  mas contabiliza a mistura entre o ar à temperatura da fonte e o ar no interior da câmara:

**Modelo  $M_8$ :**

$$T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (161)$$

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{\text{in}} T_{\text{in}} - \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{\text{out}} T + \frac{(\gamma-1)}{V} k_0 (T_{\text{amb}} - T)$$

Finalmente, os modelos  $M_9$  e  $M_{10}$  são semelhantes ao  $M_8$  mas a contabilização da transferência de calor é progressivamente mais complexa. O  $M_9$  contempla a variação da área de transferência de calor mas considera que  $\lambda \approx \lambda_0$  e o  $M_{10}$  utiliza o modelo completo dado por (157).

**Modelo  $M_9$ :**

$$T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (162)$$

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{\text{in}} T_{\text{in}} - \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{\text{out}} T + \frac{(\gamma-1)}{V} \lambda_0 A_q(x) (T_{\text{amb}} - T)$$

**Modelo  $M_{10}$ :**

$$T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (163)$$

$$\frac{dP}{dt} = -\gamma \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} + \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{\text{in}} T_{\text{in}} - \gamma \frac{R}{V} \dot{m}_{\text{out}} T + \frac{(\gamma-1)}{V} \lambda_0 A_q(x) \sqrt{\frac{PT}{P_0 T_0}} (T_{\text{amb}} - T)$$



Existem algumas relações interessantes entre os modelos que contabilizam a transferência de calor implícita e explicitamente; por exemplo, se for imposto um processo adiabático no modelo  $M_7$ , ( $k_0 = 0$ ,  $n = 1.4$ ), este modelo torna-se igual ao  $M_5$  adiabático ( $n = 1.4$ ). Por outro lado, se for considerado um processo adiabático em  $M_8$ ,  $M_9$  ou  $M_{10}$  ( $k_0, \lambda_0 = 0$ ,  $n = 1.4$ ) estes modelos tornam-se iguais ao modelo  $M_6$  com um processo adiabático ( $n = 1.4$ ). A Tabela 14 apresenta as principais características dos modelos de ordem reduzida.

Tabela 14 – Principais características dos modelos de ordem reduzida

Modelo	Transferência de calor entre o ar e as paredes da câmara contabilizada explicitamente	Transferência de calor por mistura do ar que entra na câmara	Evolução da temperatura	Índice politrópico na equação diferencial de pressão
$M_1$	☒	☒	Constante	1
$M_2$	☒	☒	Constante	$n$
$M_3$	☒	☒	Constante	1.4
$M_4$	☒	☒	Constante	1, 1.2, 1.4
$M_5$	☒	☒	Politrópica	$n$
$M_6$	☒	✓	Politrópica	$n$
$M_7$	✓	☒	Politrópica	$\gamma$
$M_8$	✓	✓	Politrópica	$\gamma$
$M_9$	✓	✓	Politrópica	$\gamma$
$M_{10}$	✓	✓	Politrópica	$\gamma$

### 3.5.3 Sistema padrão na comparação dos MTOR

O sistema servopneumático que serviu de padrão para o estudo comparativo entre os vários modelos termodinâmicos de ordem reduzida é apresentado na Fig. 109. Trata-se de um cilindro de duplo efeito e de duas servoválvulas de três orifícios. O modelo utilizado para o actuador é o modelo teórico completo definido na secção 3.4, com o modelo de atrito viscoso definido na secção 3.1.6 e o modelo teórico das servoválvulas, definido na secção 2.2. Por questões de simplicidade, considerou-se que o coeficiente de descarga em todas as restrições é unitário, que as duas servoválvulas são idênticas

( $A_{A1}(x_{vA}) = A_{B1}(x_{vB})$ ,  $A_{A2}(x_{vA}) = A_{B2}(x_{vB})$ ) e que cada uma delas é perfeitamente simétrica ( $A_{A1}(-x_{vA}) = A_{A2}(x_{vA})$ ,  $A_{B1}(x_{vB}) = A_{B2}(-x_{vB})$ ). Para além disso, assumiu-se que não há fuga na posição central da gaveta, que  $A_{A1}(x_{vA}) \neq 0 \Rightarrow A_{A2}(x_{vA}) = 0$  e que  $A_{B1}(x_{vB}) \neq 0 \Rightarrow A_{B2}(x_{vB}) = 0$ . Foi também suposto que a dinâmica da gaveta pode ser desprezada e que existe uma relação linear entre a acção de controlo  $u$  e o deslocamento da gaveta ( $x_{vA} = k_{uA}u_A$ ,  $x_{vB} = k_{uB}u_B$ ). Por último, considerou-se que a área de cada restrição é proporcional ao deslocamento da gaveta ( $A_{A1,A2} = k_x x_{vA}$ ,  $A_{B1,B2} = k_x x_{vB}$ ) e que  $u_B = -u_A = -u$ . Desta forma, a utilização de duas servoválvulas de três orifícios é equivalente a utilizar apenas uma de cinco orifícios, tal como efectuado em [78]. Partindo destes pressupostos, a relação entre a área de cada restrição e a acção de controlo é dada por:

$$u \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} A_{A1} = k_u k_x u \\ A_{B2} = k_u k_x u \\ A_{A2} = 0 \\ A_{B1} = 0 \end{cases} \quad u < 0 \Rightarrow \begin{cases} A_{A1} = 0 \\ A_{B2} = 0 \\ A_{A2} = -k_u k_x u \\ A_{B1} = -k_u k_x u \end{cases} \quad (164)$$

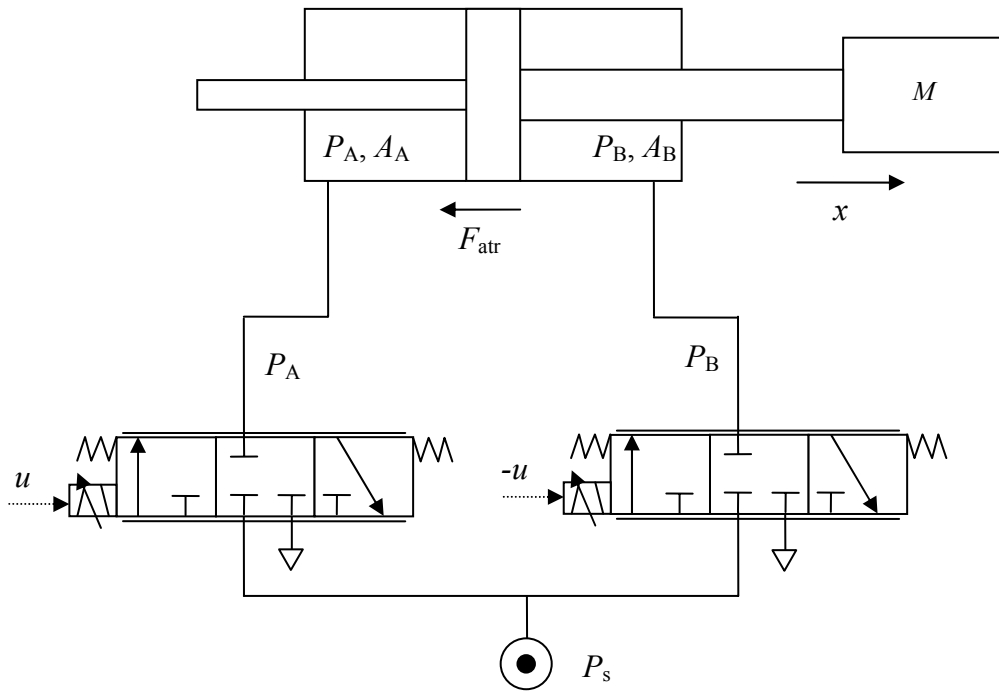


Fig. 109 – Esquema do sistema servopneumático utilizado na comparação dos modelos termodinâmicos de ordem reduzida

Note-se que foram utilizados modelos muito simplificados quer para a servoválvula quer para o atrito pois eles não influenciam os resultados dos modelos termodinâmicos. Para comparar o desempenho dos diferentes modelos na previsão da pressão foram realizadas diversas simulações em dois tipos de cilindros simétricos\*. As suas características geométricas são apresentadas na Tabela 15 e correspondem a valores médios de diâmetro e de curso dentro das gamas actualmente disponibilizadas por fabricantes de actuadores pneumáticos. A massa móvel utilizada com o cilindro D é de  $M = 1.5$  kg e a massa móvel utilizada com o cilindro E é de  $M = 5$  kg.

Tabela 15 – Características dos actuadores utilizados para testar o desempenho dos modelos de ordem reduzida

Actuador	$D_p$ (mm)	$l$ (mm)	$V_d$ (m <sup>3</sup> )	$\bar{A}_q$ (m <sup>2</sup> )
D	20	100	$1.571 \times 10^{-6}$	$3.77 \times 10^{-3}$
E	32	275	$1.106 \times 10^{-5}$	$1.54 \times 10^{-2}$

Na próxima secção determinam-se os valores de pressão e temperatura de equilíbrio em torno das quais as simulações foram realizadas.

### 3.5.4 Condições de equilíbrio do sistema padrão

Nesta secção calculam-se os valores da temperatura e pressão de equilíbrio que serão utilizadas nas simulações realizadas na próxima secção. Estes valores de equilíbrio foram já utilizados na secção 3.3.2.

Em regime permanente, a temperatura dentro do cilindro é igual à temperatura ambiente,  $T_{\text{amb}} = 293.15\text{K}$ . Desta forma, a temperatura de equilíbrio é de  $T_0 = 293.15\text{K}$ . No que diz respeito à pressão de equilíbrio, considere-se o modelo em ½ ponte de Wheatstone apresentado na Fig. 110 a) [31]. Nesta figura  $\dot{m}_1$  e  $\dot{m}_2$  representam os caudais que atravessam as restrições 1 e 2, e como a gaveta da válvula se encontra na posição central, estes caudais correspondem a fugas internas da válvula. Note-se que só

---

\* Note-se que apesar de o cilindro utilizado experimentalmente ser um cilindro assimétrico (cf. Capítulo 1), para a comparação do desempenho dos modelos de ordem reduzida este aspecto é irrelevante, pelo que por uma questão de simplicidade se optou por utilizar um cilindro simétrico.

se pressupõe que a válvula tem fugas para o cálculo da pressão de equilíbrio; no modelo padrão apresentado na secção anterior assume-se que não existem fugas. Considera-se ainda que os coeficientes de descarga são unitários e que a pressão de alimentação  $P_s$  é suficientemente alta para obedecer à seguinte desigualdade:

$$0.5238P_s > \frac{1}{0.5238}P_{\text{atm}} \Rightarrow P_s > 3.65P_{\text{atm}} \quad (165)$$

A desigualdade (165) corresponde a uma situação típica de funcionamento em sistemas pneumáticos. Nesta situação, a pressão de trabalho  $P$  pode estar num dos três intervalos seguintes (Fig. 110 b)):

- 1)  $P = P_1, P_1 \in [0.5238P_s, P_s]$
- 2)  $P = P_2, P_2 \in [1/0.5238P_{\text{atm}}, 0.5238P_s]$
- 3)  $P = P_3, P_3 \in [P_{\text{atm}}, 1/0.5238P_{\text{atm}}]$

Supondo que a situação representada na Fig. 110 a) corresponde a um estado de equilíbrio, então  $T_s = T = T_0$ ,  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$  e  $A_1 = A_2$ . O cálculo da pressão de equilíbrio baseia-se nesta última igualdade, mas como o valor do caudal mássico depende do regime de escoamento de  $\dot{m}_1$  e  $\dot{m}_2$ , que por sua vez depende de  $P$ , é necessário considerar independentemente os três intervalos onde  $P$  pode estar contida. Se  $P = P_1$ ,  $\dot{m}_1$  é subsónico e  $\dot{m}_2$  é sónico. Se  $P = P_2$ ,  $\dot{m}_1$  e  $\dot{m}_2$  são sónicos. Finalmente, se  $P = P_3$ ,  $\dot{m}_1$  é sónico e  $\dot{m}_2$  subsónico.

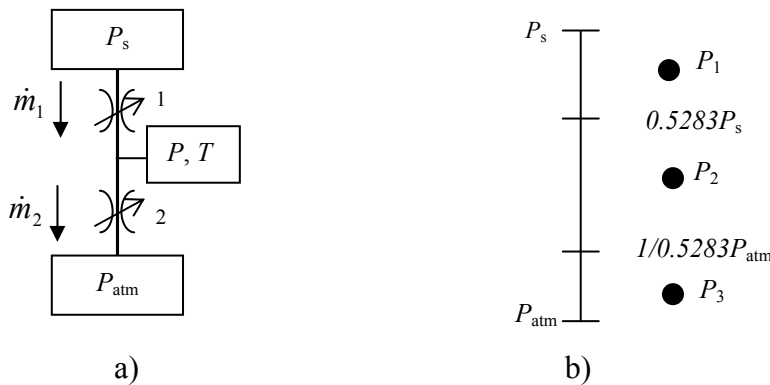


Fig. 110 – Modelo de uma servoválvula em meia ponte de Wheatstone

Igualando  $\dot{m}_1$  e  $\dot{m}_2$  quando  $P = P_1$  obtém-se:

$$\frac{A_1 P_s \sqrt{2}}{(RT_s)^{1/2}} \left[ \frac{\gamma}{\gamma-1} \left( \left( \frac{P}{P_s} \right)^{2/\gamma} - \left( \frac{P}{P_s} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} = \frac{P A_2 \sqrt{2}}{(RT)^{1/2}} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left( \frac{\gamma}{\gamma+1} \right)^{1/2} \quad (166)$$

A solução da equação (166) quando o fluido é ar é  $P = 0.8077P_s$ . Como a pressão de trabalho é de  $P_s = 7 \times 10^5$  Pa, o valor da pressão de equilíbrio é de  $P_0 = 5.65 \times 10^5$  Pa. Note-se ainda que a igualdade dos caudais  $\dot{m}_1$  e  $\dot{m}_2$  quando  $P = P_2$  e  $P = P_3$  conduz a proposições falsas.

### 3.5.5 Comparação do desempenho dos MTOR

Para realizar as simulações utilizou-se o Matlab/Simulink® com um integrador Dormand-Prince e passo fixo de 1ms. Cada cilindro foi testado em duas situações de simulação: em malha aberta (Fig. 111) e em malha fechada com um controlador proporcional (Fig. 112).

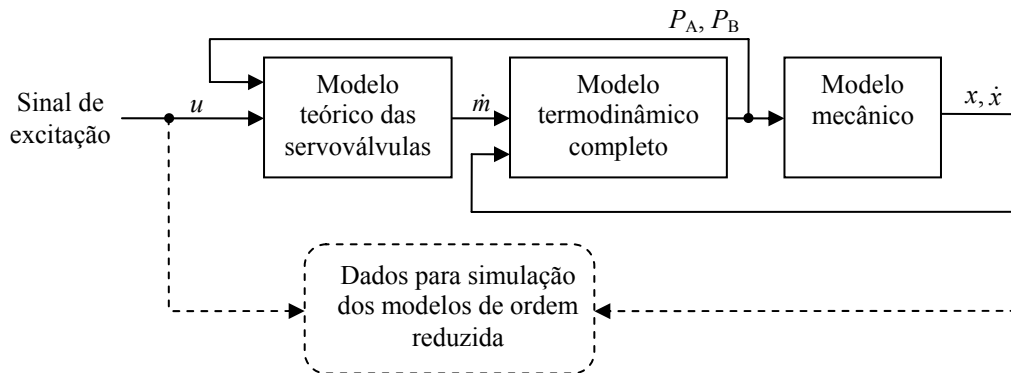


Fig. 111 – Simulação do sistema padrão em malha aberta

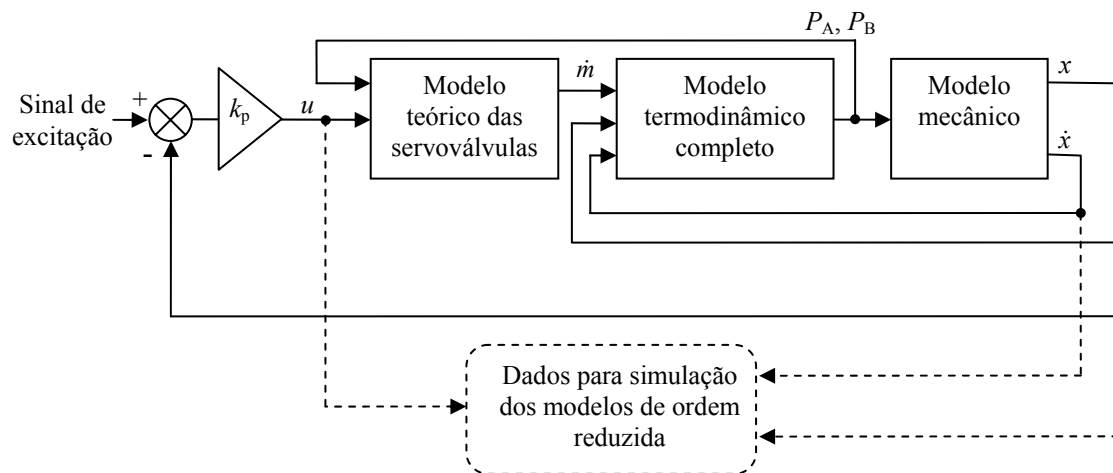


Fig. 112 – Simulação do sistema de padrão em malha fechada

Para realizar a excitação da simulação de malha aberta utilizou-se um sinal binário pseudo-aleatório (PRBS), implementado através de um gerador de números aleatórios com distribuição de Gauss, seguido da função *senal*. Ainda no que diz respeito a esta simulação, foi necessário introduzir alguma realimentação no sistema pois caso contrário o pistão poderia por vezes bater nos extremos do cilindro. Isto foi conseguido trocando o sinal do sinal de excitação quando o pistão se encontra próximo de uma das extremidades. Para realizar a excitação do sistema em malha fechada utilizou-se um gerador de números aleatórios com distribuição de Gauss; o ganho proporcional foi ajustado para ser o estritamente necessário e garantir que o pistão não atinge os extremos do cilindro. A largura de banda dos sinais de excitação é de aproximadamente 10 Hz pois este é o valor máximo que tipicamente se encontra num sistema servopneumático. As características mais importantes dos sinais de excitação são apresentadas na Tabela 16.

Tabela 16 – Características principais dos sinais de excitação

Tipo de simulação	Cilindro	Propriedades do gerador de números aleatórios ( <i>Random Number Generator</i> do <i>Simulink</i> )				$k_p$
		Média	Variância	Valor inicial	Período de amostragem (s)	
Malha aberta	Cilindro D	0 (V)	0.0003 (V <sup>2</sup> )	666	0.05	—
	Cilindro E	0 (V)	0.3 (V <sup>2</sup> )	777	0.05	—
Malha fechada	Cilindro D	0 (m)	0.0003 (m <sup>2</sup> )	666	0.05	1000
	Cilindro E	0 (m)	0.0021 (m <sup>2</sup> )	777	0.05	70

No que diz respeito às características das servoválvulas, utilizou-se um valor de  $k_u k_x = 1 \times 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{V)}$  para o cilindro D e de  $k_x k_u = 1 \times 10^{-6} \text{ (m}^2/\text{V)}$  para o cilindro E. Estes valores foram determinados por forma a garantir que quando se aplica a tensão máxima à válvula ( $u = 10\text{V}$ ) o caudal máximo que ela debita (escoamento sónico, pressão de alimentação e temperatura ambiente) é de 100 slpm para o cilindro D e de 1000 slpm para o cilindro E.

O valor das condutâncias térmicas utilizadas nas várias simulações foi determinado com base nos valores experimentalmente obtidos na secção 3.3.3. Os resultados aí obtidos variam de aproximadamente 0.2 W/K a 0.5 W/K para uma área de transferência de calor entre  $5.53 \times 10^{-3}$  e  $2.36 \times 10^{-2} \text{ m}^2$  (cf. Tabela 11). Como os valores de  $A_q$  dos cilindros D e E estão contidos neste intervalo (cf. Tabela 15), os valores de  $k_0$  utilizados nas simulações são de  $k_0 = 0.1\text{W/K}$ ,  $k_0 = 0.5\text{W/K}$ ,  $k_0$  muito “adiabáticos” ( $k_0 = 0.02\text{W/K}$ ) e  $k_0$  muito “isotérmicos” ( $k_0 = 2.5\text{W/K}$ ). Os coeficientes de transferência de calor  $\lambda_0$  correspondentes a cada  $k_0$  e calculados para cada cilindro em  $x_0 = 0$  são apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 – Coeficientes de transferência de calor utilizados na comparação do desempenho dos modelos de ordem reduzida ( $\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}$ )

	$k_0 \text{ (W/K)}$			
	0.02	0.1	0.5	2.5
Cilindro D	$\lambda_0 = 5.3$	$\lambda_0 = 26.5$	$\lambda_0 = 132.6$	$\lambda_0 = 663.1$
Cilindro E	$\lambda_0 = 1.29$	$\lambda_0 = 6.48$	$\lambda_0 = 32.4$	$\lambda_0 = 162.0$

Foram assim realizadas 16 simulações com o modelo de ordem completa visto que se utilizaram 4 valores distintos de  $k_0$ , 2 cilindros e duas situações de simulação. Em cada uma destas simulações os valores da acção de controlo, da posição e da velocidade do pistão foram guardados (ver Fig. 111 e Fig. 112) para serem posteriormente utilizados nas simulações dos modelos de ordem reduzida, tal como apresentado na Fig. 113. Note-se que o esquema utilizado nas simulações dos modelos de ordem reduzida garante que em cada instante de tempo a acção de controlo, posição e velocidade são as mesmas no modelo de ordem completa e no modelo de ordem reduzida. Isto faz com que a diferença entre cada modelo de ordem reduzida e o de ordem completa se deva unicamente à sua qualidade na previsão da pressão.

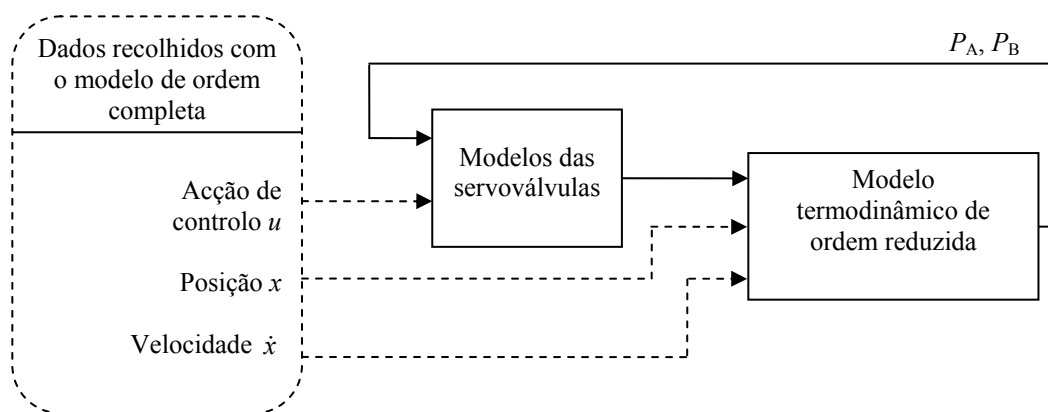


Fig. 113 – Simulação dos modelos de ordem reduzida

O índice politrópico  $n$  dos vários modelos apresentados na secção anterior foi variado de 1 a 1.4 com passo de 0.5. Desta forma, foram realizadas um total de 912 simulações para os modelos de ordem reduzida (4  $k_0$ 's, 2 cilindros, 2 tipos de simulação, 6 modelos com 9 valores distintos de  $n$  e 3 modelos com valores de  $n$  constantes). Cada combinação  $k_0$ /cilindro/tipo de simulação será chamada uma experiência  $E_j$  ( $j=1, 2 \dots 16$ ), de acordo com a codificação apresentada na Tabela 18.

Tabela 18 – Definição de cada experiência  $E_j$ 

	Malha aberta				Malha fechada			
	$k_0$ (W/K)				$k_0$ (W/K)			
	0.02	0.1	0.5	2.5	0.02	0.1	0.5	2.5
Cilindro D	E <sub>1</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>9</sub>	E <sub>13</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>6</sub>	E <sub>10</sub>	E <sub>14</sub>
Cilindro E	E <sub>3</sub>	E <sub>7</sub>	E <sub>11</sub>	E <sub>15</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>8</sub>	E <sub>12</sub>	E <sub>16</sub>

Uma questão muito importante diz respeito ao tempo de simulação que é necessário para que os resultados obtidos sejam representativos do comportamento do sistema. Para sistemas lineares esta questão é resolvida pelo tempo necessário para a resposta não forçada do sistema atingir o regime permanente – o tempo de acomodação  $t_{ss}$  definido na secção 3.3.1. De facto, a resposta não forçada de um sistema linear permite caracterizá-lo de forma única. Tanto quanto foi possível apurar, não existe um resultado semelhante para sistemas não lineares.

Por estes motivos, neste trabalho optou-se por sobrestimar o tempo de acomodação do modelo de ordem completa através de uma experiência, realizada em



simulação, que se encontra representada na Fig. 114. Quer no caso de malha aberta quer no caso de malha fechada, inicialmente o cilindro encontra-se com as câmaras fechadas, sujeitas a uma pressão  $P_0$  e à temperatura  $T_0$  – Fig. 114 i). De seguida, aplica-se uma força externa que obriga o pistão a movimentar-se – Fig. 114 ii). A força é mantida nesta situação até se atingir um regime estacionário. Quando isso acontece, retira-se a força, o que provoca o movimento do pistão para a posição de equilíbrio inicial – Fig. 114 iii).

Esta simulação foi realizada para todas as 16 experiências anteriormente definidas. Para cada uma delas foi determinado o tempo de acomodação da pressão e da temperatura com um critério de 1%. A título exemplificativo, a Fig. 115 apresenta os resultados obtidos para o cilindro D, simulação em malha fechada,  $k_0 = 2.5 \text{ W/K}$ . As pressões iniciais na câmara A e B são  $P_0$  e  $T_0$  e a posição inicial do cilindro é  $x = 0$ . Como se pode constatar nesta figura, aplica-se uma força de 300 N no instante  $t = 0$  (Fig. 115 a)) que faz com que o pistão se mova até atingir um fim de curso posicionado em  $x = -0.015 \text{ m}$  (Fig. 115 b)). Esta força é mantida até se atingir regime estacionário, em  $t = 1.267 \text{ s}$ , pelo que nesse instante a força é retirada. A evolução da pressão e da temperatura em cada câmara é apresentada nas Fig. 115 c), d), e) e f); as pressões e temperaturas finais neste exemplo são de  $P_A = 5.276 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_A = 292.93 \text{ K}$ ,  $P_B = 5.294 \times 10^5 \text{ Pa}$  e  $T_B = 293.12 \text{ K}$ . Note-se que neste exemplo as pressões finais não são idênticas às iniciais pois o sistema controlado encontra-se em malha fechada e consequentemente há entrada e saída de caudal nas câmaras do cilindro. Já nas simulações de malha aberta, e como se assume que não há fugas na servoválvula, tanto as temperaturas como as pressões nas câmaras regressam aos seus valores iniciais.

O tempo de acomodação para cada experiência foi calculado utilizando um critério de 1% aplicado às variações de pressão ( $\Delta P$ ) e de temperatura ( $\Delta T$ ) que estão definidas nas Fig. 115 c), d), e) e f). A Tabela 19 apresenta os resultados obtidos para todas as experiências; os valores sublinhados nesta tabela correspondem aos maiores tempos de acomodação para cada conjunto cilindro/experiência. O tempo de cada simulação – ver Tabela 20 – foi escolhido de forma a ser pelo menos dez vezes superior a esses valores.

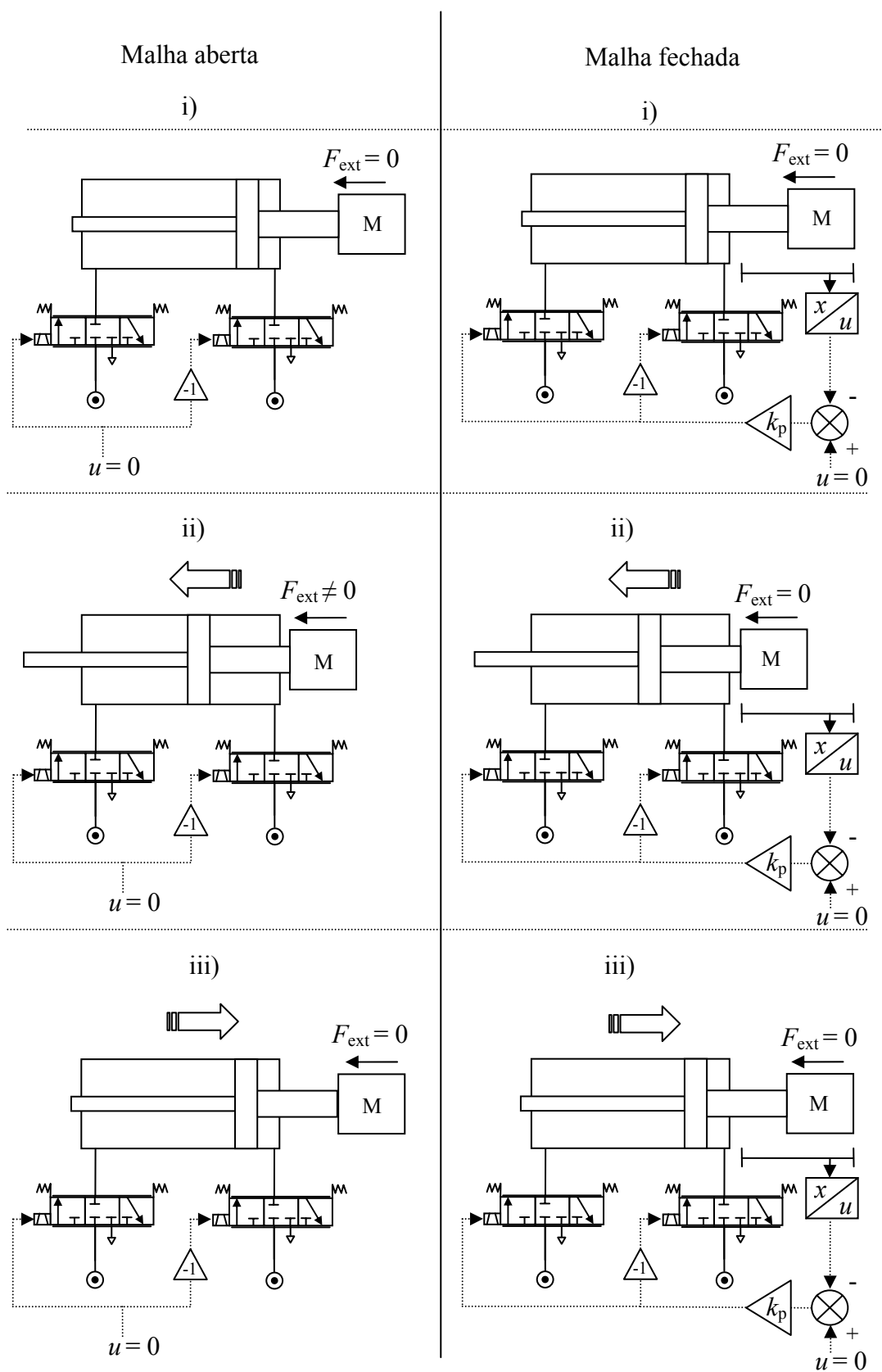


Fig. 114 – Esquema da experiência realizada na determinação do tempo mínimo de simulação

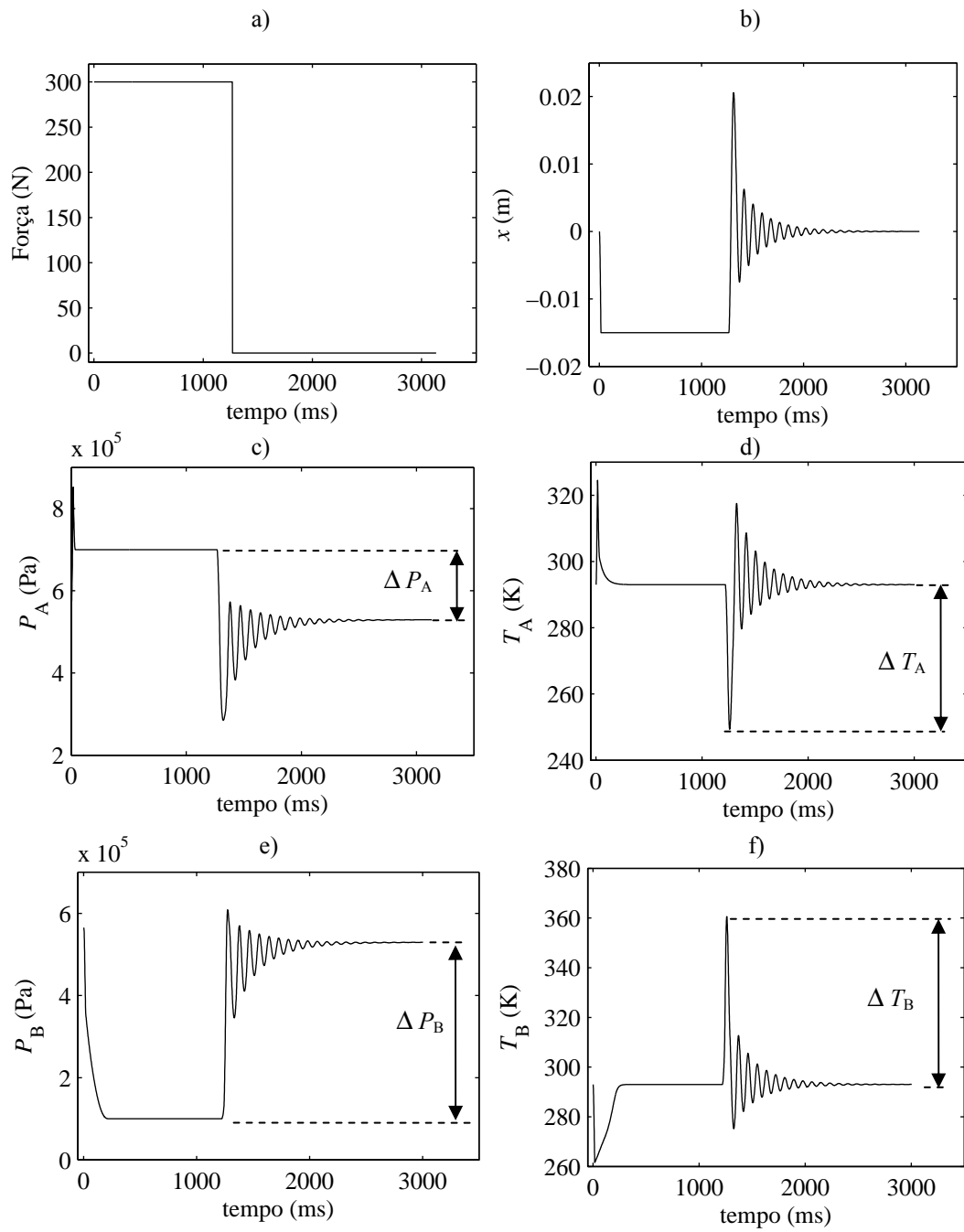


Fig. 115 – Determinação do tempo necessário para realizar uma simulação representativa do comportamento do sistema

Tabela 19 – Tempos de acomodação (s) de pressão e temperatura para as câmaras A e B

		Malha aberta				Malha fechada			
Experiência		E <sub>1</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>9</sub>	E <sub>13</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>6</sub>	E <sub>10</sub>	E <sub>14</sub>
$k_0$ (W/K)		0.02	0.1	0.5	2.5	0.02	0.1	0.5	2.5
Cilindro D	$P_A$	7.844	1.522	0.247	0.108	<u>16.902</u>	<u>4.457</u>	<u>2.783</u>	<u>1.285</u>
	$P_B$	10.762	2.222	0.513	0.124	3.505	2.605	2.197	1.069
	$T_A$	25.821	5.205	1.079	0.249	5.846	2.603	2.032	1.063
	$T_B$	<u>26.280</u>	<u>5.305</u>	<u>1.107</u>	<u>0.259</u>	11.338	3.221	1.743	0.936
Experiência		E <sub>3</sub>	E <sub>7</sub>	E <sub>11</sub>	E <sub>15</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>8</sub>	E <sub>12</sub>	E <sub>16</sub>
$k_0$ (W/K)		0.02	0.1	0.5	2.5	0.02	0.1	0.5	2.5
Cilindro E	$P_A$	51.661	10.268	1.995	0.431	88.676	<u>52.290</u>	<u>11.498</u>	<u>4.019</u>
	$P_B$	69.632	14.007	2.881	0.666	0.43324	37.427	8.161	2.979
	$T_A$	175.052	35.070	7.070	1.467	35.950	11.338	3.740	2.975
	$T_B$	<u>175.192</u>	<u>35.108</u>	<u>7.087</u>	<u>1.479</u>	<u>110.460</u>	23.363	4.784	2.571

Tabela 20 – Tempos de simulação (s)

		Malha aberta				Malha fechada			
$k_0$ (W/K)		0.02	0.1	0.5	2.5	0.02	0.1	0.5	2.5
Cilindro D		300	60	60	60	300	60	60	60
Cilindro E		1800	360	120	60	1200	600	120	60

A análise do desempenho dos modelos foi realizada utilizando o erro quadrático médio (MSE) entre a pressão do modelo de ordem completa e a pressão de cada modelo de ordem reduzida, tal como exemplificado na Fig. 116 para as simulações em malha aberta. Para ter em consideração o erro de pressão nas duas câmaras, o vector de erro analisado foi o resultante da concatenação de dois vectores: o do erro de pressão na câmara A e o do erro de pressão na câmara B.

Como já foi referido, foram realizadas 912 simulações dos modelos de ordem reduzida, o que impossibilita a análise simultânea de todos os resultados. Desta forma, num primeiro passo serão analisados apenas os erros de cada modelo de ordem reduzida com o índice politrópico,  $n$ , que conduz, para cada modelo e em cada experiência, ao menor valor do MSE. Os resultados assim obtidos serão chamados resultados com  $n$  variável e são apresentados na Fig. 117.

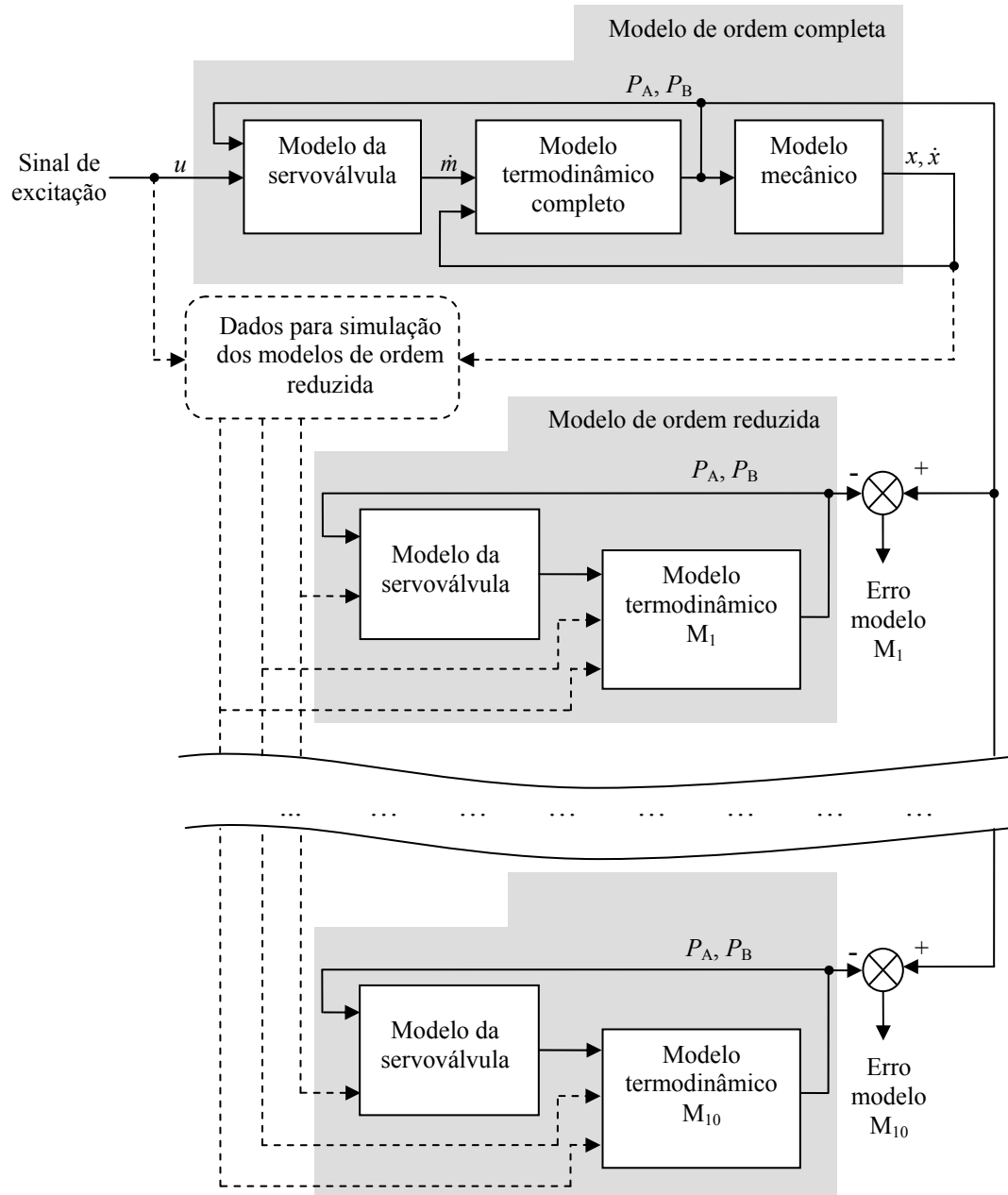


Fig. 116 – Determinação do erro em pressão dos modelos de ordem reduzida: exemplo para as simulações em malha aberta

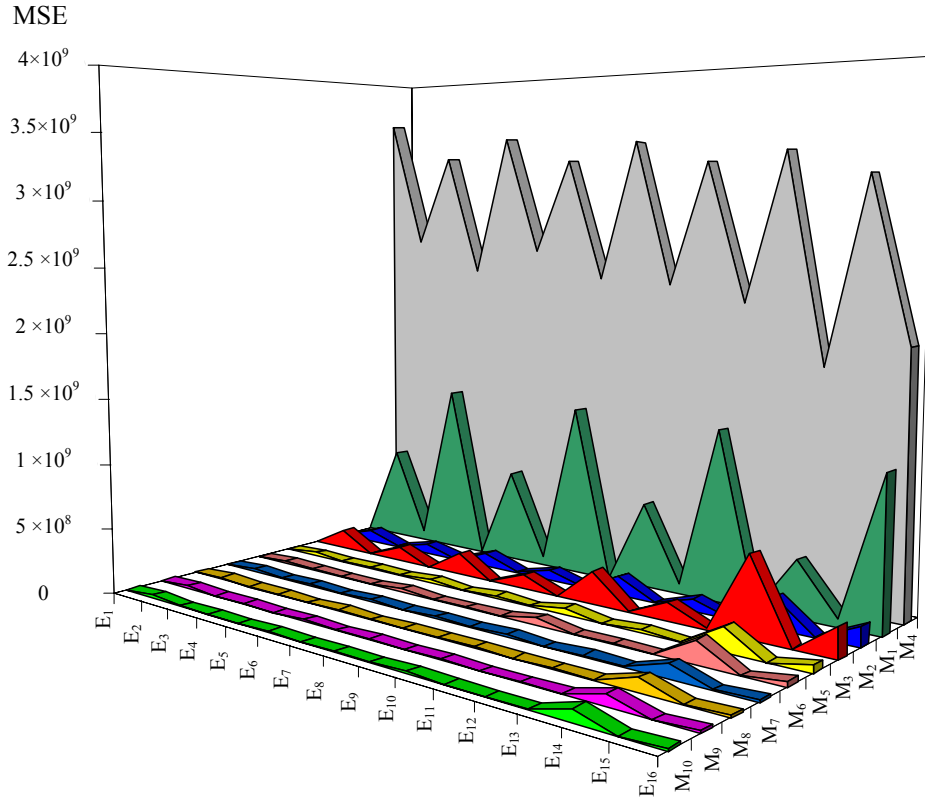


Fig. 117 – Erro quadrático médio para todos os modelos ( $n$  variável)

A análise da Fig. 117 permite retirar duas conclusões: 1) o modelo  $M_4$  tem claramente piores resultados do que todos os outros, e será portanto excluído da maioria das comparações realizadas a partir deste ponto; 2) não há um modelo que seja melhor do que todos os outros em todas as experiências. Esta segunda conclusão levou a que fosse definido um novo critério do erro, a média do MSE em todas as experiências ( $\overline{\text{MSE}}_{M_i}$ ):

$$\overline{\text{MSE}}_{M_i} = \frac{1}{N_E} \sum_j^{N_E} \text{MSE}_{M_i, E_j} . \quad (167)$$

Na equação (167)  $M_i$  representa o modelo  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 10$  e  $N_E$  é o número total de experiências. Na Fig. 118 apresenta-se numa escala logarítmica o valor do  $\overline{\text{MSE}}$  para todos os modelos exceptuando o  $M_4$ ; para ilustrar a variação dos resultados com as diferentes experiências, nesta figura apresenta-se também o percentil 10 e 90 do MSE. Como se pode observar, há três níveis de erro distintos: o nível “alto” correspondente aos modelos  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ , o nível “médio” correspondente aos modelos  $M_5$  e  $M_6$  e o

nível “baixo” correspondente aos modelos  $M_7$ ,  $M_8$ ,  $M_9$  e  $M_{10}$ . Dado que há uma diferença maior entre o nível “alto” e o “médio” do que entre o “médio” e o “baixo”, é interessante comparar apenas os modelos correspondentes a estes dois últimos níveis – Fig. 119. Analisando esta figura verifica-se que o melhor desempenho é atingido pelos modelos  $M_7$ ,  $M_8$ ,  $M_9$  e  $M_{10}$ , e que não é possível distinguir, entre eles, qual o melhor. Desta forma, o modelo mais simples,  $M_7$ , é a escolha mais indicada.

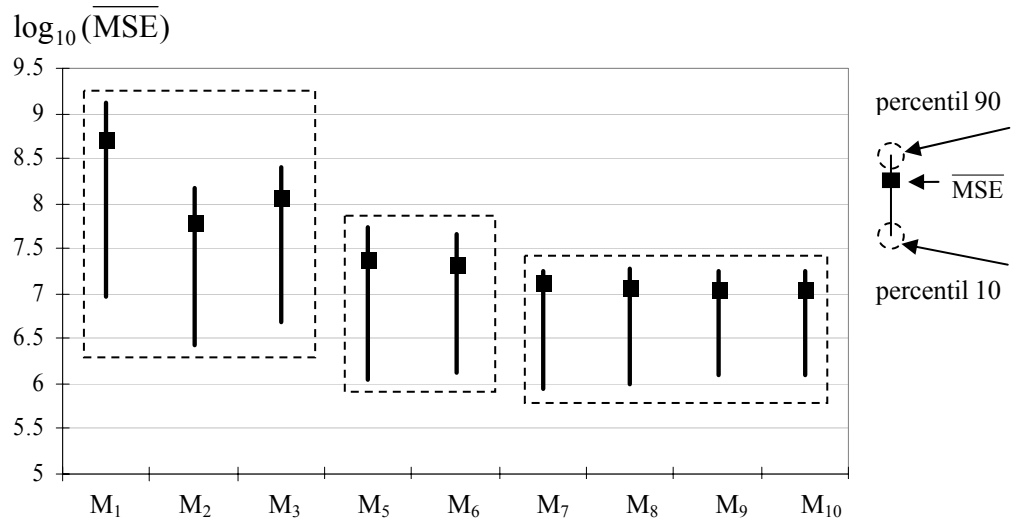


Fig. 118 – Desempenho na previsão de pressão: valor de  $\log_{10}(\overline{\text{MSE}})$  para os 9 melhores modelos ( $n$  variável)

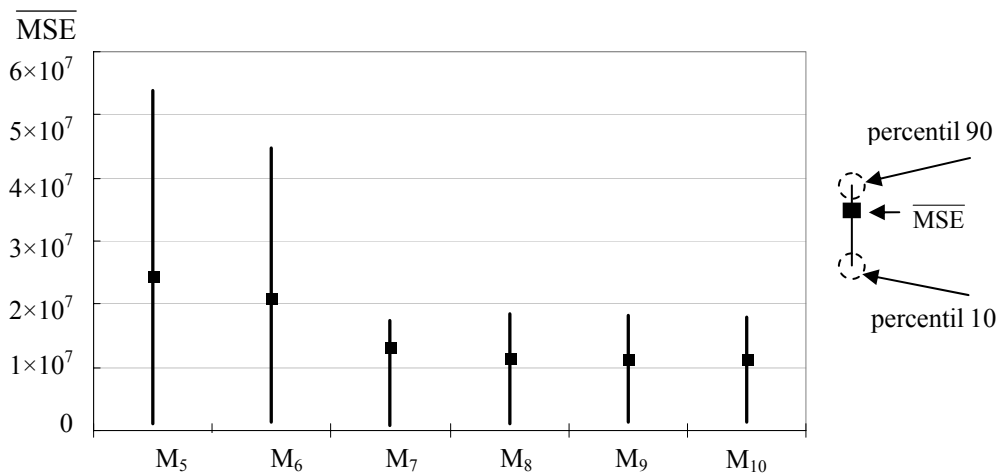


Fig. 119 – Desempenho na previsão de pressão: valor de  $\overline{\text{MSE}}$  para os 6 melhores modelos ( $n$  variável)

Para quantificar o valor esperado e a dispersão do erro de um ponto de vista global, isto é, contabilizando todas as experiências  $E_j$ , é necessário ter em conta que há dois tipos de dispersão a considerar para cada modelo: a dispersão dentro de cada experiência e a dispersão entre experiências. Considerou-se assim que para cada modelo  $M_i$  o valor esperado global  $\mu_{M_i}$  e o desvio padrão  $DP_{M_i}$  do erro são dados por [56]:

$$\mu_{M_i} = \frac{1}{N_E} \sum_{E_j} \mu_{M_i, E_j} \quad (168)$$

$$DP_{M_i} = \left( \underbrace{\frac{1}{N_E} \sum_{E_j} DP^2_{M_i, E_j}}_{\text{média das variâncias em cada experiência}} + \underbrace{DP^2(\mu_{M_i, E_j})}_{\text{variância entre experiências}} \right)^{1/2} \quad (169)$$

A Tabela 21 apresenta o valor esperado, o desvio padrão (calculados com (168) e (169) respectivamente) e o MSE médio de cada modelo de ordem reduzida. A análise desta tabela permite retirar algumas conclusões importantes.

Em primeiro lugar, e como já tinha sido assinalado, o modelo  $M_4$  apresenta os piores resultados desta comparação. Este é um resultado curioso pois  $M_4$  foi proposto em [29] como uma evolução relativamente aos modelos clássicos, uma vez que utiliza processos politrópicos diferentes para o caudal de entrada, de saída e o devido ao movimento do pistão. Não é no entanto possível avançar causas para estes maus resultados, a não ser porventura o facto de ser um modelo termodinamicamente inconsistente. De facto, tanto quanto foi possível apurar, não é possível alcançar analiticamente a equação diferencial de pressão do modelo  $M_4$  (equação de pressão em (154)); esta equação é obtida impondo directamente índices politrópicos diferentes na equação de  $M_2$ .

Em segundo lugar, pode-se também concluir que os modelos que incluem a variação de temperatura reduzem significativamente o erro de previsão de pressão; este facto sobressai pela grande diferença de erro, visível na Fig. 118, entre os modelos cuja temperatura é fixa ( $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ ) e os outros. De um ponto de vista quantitativo, a análise dos valores da Tabela 21 permite concluir que o modelo  $M_5$  (o pior dos modelos



com temperatura variável) tem no máximo cerca de 40% do MSE médio dos modelos com temperatura fixa.

Por outro lado, apesar da contabilização do processo de mistura de ar vindo da fonte de pressão com o ar no interior do cilindro reduzir ligeiramente o erro de pressão (o modelo  $M_6$  tem um MSE médio de cerca de 85% do modelo  $M_5$ ), essa redução é mais significativa quando se contabiliza explicitamente a transferência de calor. De facto, o MSE médio dos modelos  $M_7$ ,  $M_8$ ,  $M_9$  e  $M_{10}$  é no máximo 63% do que o MSE médio do melhor modelo que não inclui a transferência de calor explicitamente (modelo  $M_6$ ). Note-se ainda que não há diferenças significativas no desempenho dos modelos  $M_7$ ,  $M_8$ ,  $M_9$  e  $M_{10}$ . Desta forma, é possível concluir que não há vantagem significativa em utilizar modelos de transferência de calor com maior complexidade do que a utilizada em  $M_7$ .

Tabela 21 – Valor esperado, desvio padrão e MSE médio para todos os modelos de ordem reduzida ( $n$  variável)

Modelo	$\mu_{M_i}$ (Pa)	$DP_{M_i}$ (Pa)	$\overline{MSE}_{M_i}$ (Pa <sup>2</sup> )
$M_1$	$-1.02 \times 10^4$	$1.99 \times 10^4$	$4.96 \times 10^8$
$M_2$	$1.76 \times 10^3$	$7.62 \times 10^3$	$6.11 \times 10^7$
$M_3$	$5.63 \times 10^3$	$9.19 \times 10^3$	$1.15 \times 10^8$
$M_4$	$-4.99 \times 10^4$	$1.87 \times 10^4$	$2.84 \times 10^9$
$M_5$	$6.74 \times 10^2$	$4.89 \times 10^3$	$2.43 \times 10^7$
$M_6$	$5.45 \times 10^2$	$4.53 \times 10^3$	$2.08 \times 10^7$
$M_7$	$-6.14 \times 10^1$	$3.61 \times 10^3$	$1.30 \times 10^7$
$M_8$	$1.07 \times 10^2$	$3.41 \times 10^3$	$1.16 \times 10^7$
$M_9$	$1.21 \times 10^2$	$3.35 \times 10^3$	$1.12 \times 10^7$
$M_{10}$	$8.04 \times 10^1$	$3.37 \times 10^3$	$1.13 \times 10^7$

Tendo em conta o que foi dito, o modelo eleito neste estudo comparativo seria o modelo  $M_7$ , pois é o que apresenta o melhor compromisso entre simplicidade e erro de previsão de pressão. No entanto, os resultados apresentados até ao momento estão baseados no valor de  $n$  que conduz ao menor erro para cada par modelo/experiência, e este valor não é constante, como se pode constatar para os seis melhores modelos na Tabela 22.

Tabela 22 – Valor de  $n$  para os seis melhores modelos

	M <sub>5</sub>	M <sub>6</sub>	M <sub>7</sub>	M <sub>8</sub>	M <sub>9</sub>	M <sub>10</sub>		M <sub>5</sub>	M <sub>6</sub>	M <sub>7</sub>	M <sub>8</sub>	M <sub>9</sub>	M <sub>10</sub>
E <sub>1</sub>	1.35	1.30	1.35	1.40	1.40	1.40	E <sub>9</sub>	1.30	1.25	1.15	1.15	1.15	1.15
E <sub>2</sub>	1.40	1.35	1.40	1.40	1.40	1.40	E <sub>10</sub>	1.35	1.35	1.35	1.30	1.35	1.35
E <sub>3</sub>	1.40	1.40	1.35	1.40	1.40	1.40	E <sub>11</sub>	1.40	1.35	1.25	1.35	1.35	1.35
E <sub>4</sub>	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	E <sub>12</sub>	1.40	1.40	1.35	1.30	1.35	1.35
E <sub>5</sub>	1.35	1.30	1.25	1.40	1.40	1.40	E <sub>13</sub>	1.15	1.15	1.05	1.05	1.05	1.05
E <sub>6</sub>	1.40	1.35	1.40	1.40	1.40	1.40	E <sub>14</sub>	1.25	1.20	1.15	1.15	1.15	1.15
E <sub>7</sub>	1.40	1.35	1.35	1.40	1.40	1.40	E <sub>15</sub>	1.35	1.35	1.10	1.15	1.15	1.15
E <sub>8</sub>	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	E <sub>16</sub>	1.35	1.35	1.20	1.15	1.20	1.20

De um ponto de vista prático, é mais interessante saber, dada uma medição experimental de  $k_0$ , qual o modelo e o valor de  $n$  constante que conduzem ao menor erro possível. Este exercício foi realizado para três níveis diferentes de transferência de calor: um nível “adiabático” correspondente a valores de  $k_0$  entre 0.02 e 0.1 W/K, um nível “típico” para  $k_0$  entre 0.1 e 0.5 W/K e um nível “isotérmico” correspondente a valores de  $k_0$  entre 0.5 e 2.5 W/K.

Os resultados desta comparação são apresentados no gráfico da Fig. 120 (com escala logarítmica). Uma característica interessante desta figura é que apresenta, para todas as gamas de  $k_0$ , os mesmos três níveis de desempenho que são visíveis na Fig. 118; para além disso, a sua ordem relativa é a mesma. Existem, aliás, vários pontos comuns com os resultados da Fig. 118, como se pode constatar atendendo aos dados apresentados na Tabela 23. Considere-se, por exemplo, a importância de incluir a variação de temperatura no modelo: M<sub>5</sub> tem no máximo 50% do MSE médio dos modelos cuja temperatura é constante (M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub> e M<sub>3</sub>), e este valor baixa para cerca de 30% quando a gama de transferência de calor é a gama média. A contabilização do processo de mistura de ar da fonte com o ar no interior da câmara conduz novamente a erros de previsão mais baixos uma vez que o modelo M<sub>6</sub> tem no máximo 96% do erro de M<sub>5</sub> quando se consideram todas as gamas de  $k_0$  e 88% quando se considera a gama típica. Para esta gama o MSE médio dos modelos M<sub>7</sub>, M<sub>8</sub>, M<sub>9</sub> e M<sub>10</sub> é no máximo cerca de 55% do valor obtido no melhor modelo que não inclui a transferência de calor de forma explícita (M<sub>6</sub>). Novamente não há uma diferença significativa entre os modelos M<sub>7</sub>, M<sub>8</sub>, M<sub>9</sub> e M<sub>10</sub>.

Para valores típicos de  $k_0$ , o modelo que apresenta melhor desempenho quando se realiza um balanço simplicidade/erro de previsão de pressão é novamente o modelo

$M_7$ , com  $n = 1.35$ . Para além disso, o valor médio do MSE de  $M_7$  é apenas 14% do valor dos modelos clássicos ( $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ ), sendo o erro de previsão de cerca de -237 Pa com um desvio padrão de 2770 Pa.

Conclui-se assim que o modelo  $M_7$  é o mais indicado para realizar quer a linearização, que será apresentada na próxima secção, quer a síntese dos controladores não lineares, que será realizada no capítulo 5.

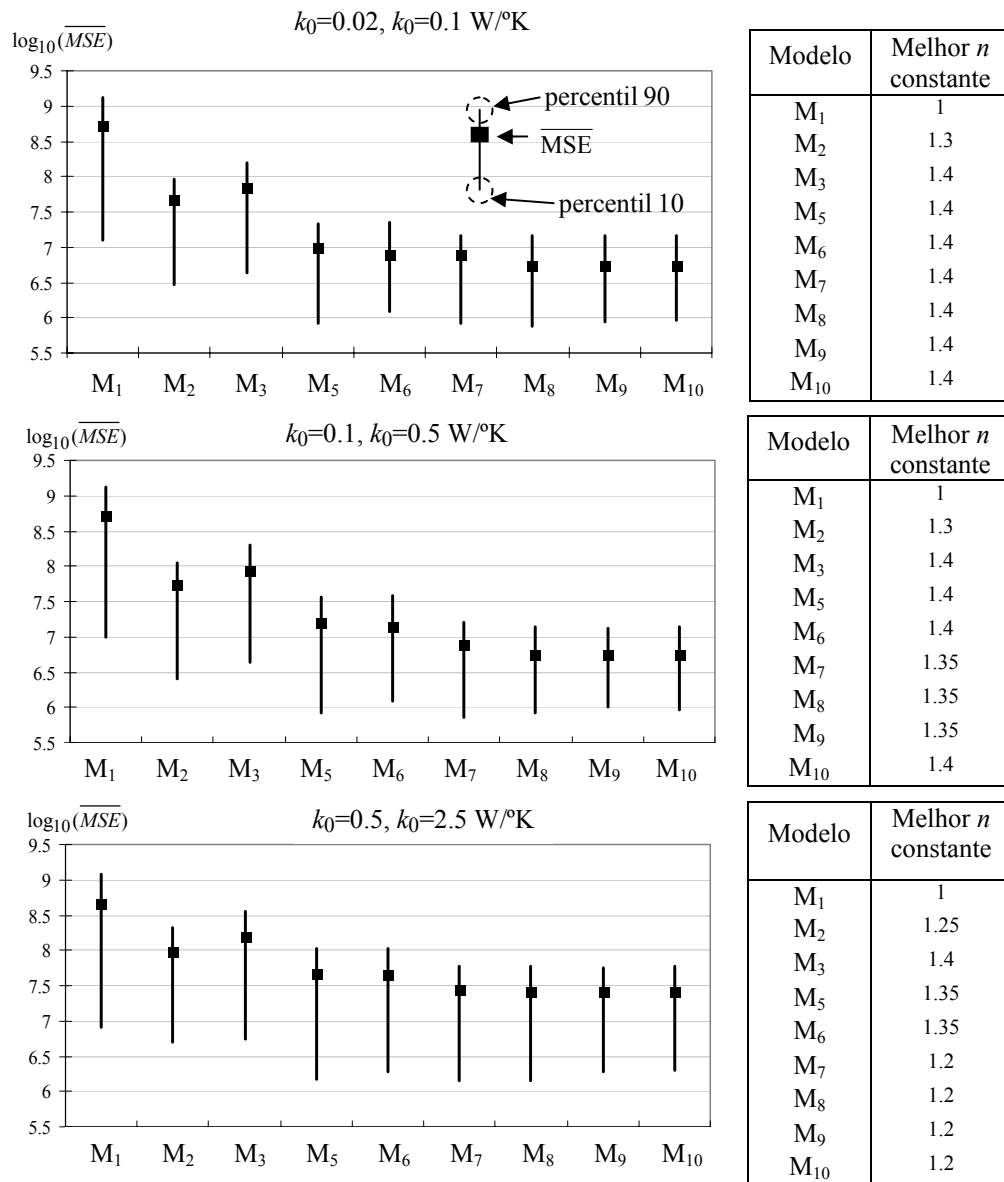


Fig. 120 – Desempenho de todos os modelos (excepto  $M_4$ ) para três níveis de transferência de calor ( $n$  constante).

Tabela 23 – Valor esperado, desvio padrão, e MSE médio para todos os modelos ( $n$  constante)

	$k_0 = 0.02, k_0 = 0.1$ (W/K)			$k_0 = 0.1, k_0 = 0.5$ (W/K)			$k_0 = 0.5, k_0 = 2.5$ (W/K)		
Modelo	$\mu_{M_i}$ (Pa $\times 10^2$ )	$DP_{M_i}$ (Pa $\times 10^3$ )	$\overline{MSE}$ (Pa <sup>2</sup> $\times 10^6$ )	$\mu_{M_i}$ (Pa $\times 10^2$ )	$DP_{M_i}$ (Pa $\times 10^3$ )	$\overline{MSE}$ (Pa <sup>2</sup> $\times 10^6$ )	$\mu_{M_i}$ (Pa $\times 10^2$ )	$DP_{M_i}$ (Pa $\times 10^3$ )	$\overline{MSE}$ (Pa <sup>2</sup> $\times 10^6$ )
M <sub>1</sub>	-110	21.0	530	-110	20.0	520	-93.0	20.0	460
M <sub>2</sub>	8.80	6.7	46.0	14.0	7.30	55.0	9.30	9.90	97.0
M <sub>3</sub>	46.0	7.10	70.0	52.0	7.90	87.0	66.0	11.0	160
M <sub>4</sub>	-510	19.0	3000	-500	19.0	2900	-490	18	2700
M <sub>5</sub>	5.60	3.10	9.90	11.0	3.80	16.0	11.0	6.80	47.0
M <sub>6</sub>	9.60	2.60	7.80	9.60	3.60	14.0	15.0	6.60	45.0
M <sub>7</sub>	1.47	2.78	7.72	-2.37	2.77	7.58	-4.72	5.29	27.5
M <sub>8</sub>	5.50	2.30	5.50	1.40	2.40	5.60	-2.40	5.20	26.0
M <sub>9</sub>	5.20	2.30	5.50	-0.047	2.40	5.60	-6.30	5.10	26.0
M <sub>10</sub>	5.50	2.30	5.60	-0.860	2.37	5.50	-2.40	5.10	26.0

### 3.6 Modelo não linear de ordem reduzida do actuador

Utilizando o modelo termodinâmico M<sub>7</sub>, o modelo de ordem reduzida do actuador fica definido pelas equações seguintes, com o valor do índice politrópico dado por  $n = 1.35$ :

$$\frac{dP_A}{dt} = -\gamma \frac{P_A A_A}{V_A} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R}{V_A} T_A \dot{m}_A + \frac{(\gamma-1)}{V_A} k_0 (T_{\text{amb}} - T_A) \quad (170)$$

$$T_A = T_{A0} \left( \frac{P_A}{P_{A0}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (171)$$

$$\dot{m}_A = f_A(u_A, P_A, T_A) \quad (172)$$

$$\frac{dP_B}{dt} = \gamma \frac{P_B A_B}{V_B} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R}{V_B} T_B \dot{m}_B + \frac{(\gamma-1)}{V_B} k_0 (T_{\text{amb}} - T_B) \quad (173)$$

$$T_B = T_{B0} \left( \frac{P_B}{P_{B0}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (174)$$

$$\dot{m}_B = f_B(u_B, P_B, T_B) \quad (175)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{P_A A_A - P_B A_B - P_{atm} A_h - F_{atr} - F_{ext}}{M} \quad (176)$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad (177)$$

Tal como sucedeu na secção 3.4, nas equações (166) a (177) também há várias possibilidades para o modelo das servoválvulas – ver Tabela 12 – e para o modelo da força de atrito – ver Tabela 13. Neste trabalho o modelo de ordem reduzida do actuador será utilizado em duas secções distintas: na secção 4.1, para a determinação do modelo linearizado, utilizando o modelo ISO para as servoválvulas e o modelo de atrito viscoso; no capítulo 5, na síntese do controlador não linear, com os modelos inversos das servoválvulas (IANN) e com o modelo de atrito FANN.

### 3.7 Conclusões do capítulo 3

Neste capítulo realizou-se a modelação da componente mecânica e termodinâmica do actuador pneumático. Na componente mecânica foi realizado um breve resumo dos modelos de atrito mais utilizados em controlo de sistemas. De seguida, identificaram-se experimentalmente três modelos de atrito: o modelo de Karnopp, que também permitiu identificar a massa móvel do sistema, um modelo que utiliza redes neuronais (FANN) e um modelo de atrito viscoso. Cada um destes modelos será utilizado para fins distintos nos próximos capítulos. O modelo de Karnopp e o modelo de atrito viscoso serão utilizados em tarefas de modelação, enquanto o modelo FANN será utilizado no controlador não linear desenvolvido no capítulo 5.

Na componente termodinâmica foi inicialmente deduzido o modelo completo de uma câmara pneumática. Com base nessa dedução foram apresentadas e discutidas duas dificuldades que esse modelo coloca: a determinação do coeficiente de transferência de calor e a necessidade de redução de ordem.

Para resolver a questão da determinação experimental do coeficiente de transferência de calor foi proposta uma metodologia simples e eficaz que se baseia na

constante de tempo térmica do cilindro. A validade desta metodologia foi confirmada quer em simulação, quer experimentalmente, com dados recolhidos de três cilindros pneumáticos industriais.

A parte final deste capítulo foi dedicada à simplificação do modelo termodinâmico do sistema. Em primeiro lugar analisaram-se as diversas formas existentes na literatura para reduzir a ordem do modelo; de seguida foram propostos novos modelos que incluem a transferência de calor explicitamente. Foi ainda realizada uma comparação, na previsão de pressão, do desempenho de todos estes modelos de ordem reduzida. Deste exercício concluiu-se que o erro de previsão de pressão pode ser substancialmente diminuído utilizando um dos modelos propostos, o modelo  $M_7$ .

O próximo capítulo é dedicado ao estudo de controladores lineares, sintetizados com base no modelo do actuador de ordem reduzida linearizado.

# CAPÍTULO 4

## Controladores lineares

Este capítulo é dedicado ao estudo de controladores lineares, com o intuito de avaliar o seu desempenho quando aplicados ao sistema em estudo. O capítulo é iniciado com a determinação de modelos linearizados para o sistema, partindo do modelo de ordem reduzida do actuador que foi determinado na parte final do Capítulo 3.

Com base no modelo linearizado, são de seguida sintetizados diversos controladores lineares. Em primeiro lugar analisa-se o desempenho obtido com um controlador muito simples, o controlador proporcional. Os resultados obtidos não foram satisfatórios, não só pela baixa precisão de posicionamento, como também pelo surgimento de algumas oscilações na posição da haste do cilindro em torno do valor de referência. Por estes motivos, evoluiu-se para um controlador mais complexo, o controlador PID.

Como se verá adiante, o controlador PID provoca um ciclo limite no sistema, independentemente do ajuste de parâmetros efectuado. A sua origem é analisada detalhadamente, utilizando para o efeito funções descritivas da não linearidade introduzida pela força de atrito.

Na parte final deste capítulo analisam-se controladores por retorno de estado, com e sem acção integral. Ambos conduzem novamente a oscilações indesejáveis, cujas causas são apresentadas e discutidas.

#### 4.1 Modelos linearizados

A linearização do modelo do sistema servopneumático tem por objectivo a obtenção de um modelo para a síntese e análise de controladores lineares (P, PID e retorno de estado). O desempenho deste conjunto de controladores, por serem controladores amplamente utilizados, quer em investigação, quer na indústria, constituirá um termo de comparação para controladores mais evoluídos. A linearização será efectuada partindo do modelo de ordem reduzida determinado na secção 3.6. Utilizar-se-ão ainda o modelo de atrito viscoso (cf. secção 3.1.6) e o modelo ISO (cf. secção 2.3) para as servoválvulas. Uma vez que as pressões de equilíbrio tomam valores elevados, da ordem dos  $5 \times 10^5$  Pa, assume-se que os caudais que fluem pelas restrições  $R_1$  são subsónicos e que os que fluem pelas restrições  $R_2$  são sónicos. O modelo de base utilizado na linearização fica assim definido por:

$$\frac{dP_A}{dt} = -\gamma \frac{P_A A_A}{V_A} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R}{V_A} T_A \dot{m}_A + \frac{(\gamma-1)}{V_A} k_0 (T_{\text{amb}} - T_A) \quad (178)$$

$$T_A = T_{A0} (P_A / P_{A0})^{\frac{n-1}{n}} \quad (179)$$

$$\dot{m}_A = \dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2} \quad (180)$$

$$\frac{dP_B}{dt} = \gamma \frac{P_B A_B}{V_B} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R}{V_B} T_B \dot{m}_B + \frac{(\gamma-1)}{V_B} k_0 (T_{\text{amb}} - T_B) \quad (181)$$

$$T_B = T_{B0} (P_B / P_{B0})^{\frac{n-1}{n}} \quad (182)$$

$$\dot{m}_B = \dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2} \quad (183)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{P_A A_A - P_B A_B - P_{\text{atm}} A_h - k_a \dot{x} - F_{\text{ext}}}{M} \quad (184)$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad (185)$$



Os caudais que passam em cada restrição das duas servoválvulas são dados por:

$$\dot{m}_{A1} = C_{A1} P_S \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_A / P_S - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2} \quad (186)$$

$$\dot{m}_{A2} = C_{A2} P_A \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \quad (187)$$

$$\dot{m}_{B1} = C_{B1} P_S \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_s}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2} \quad (188)$$

$$\dot{m}_{B2} = C_{B2} P_B \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_B}} \quad (189)$$

Para simplificar a notação, os coeficientes de condutância sónica  $C_{A1}(u_A)$ ,  $C_{A2}(u_A)$ ,  $C_{B1}(u_B)$ ,  $C_{B2}(u_B)$  e as razões de pressão críticas  $r_{A1}(u_A)$ ,  $r_{A2}(u_A)$ ,  $r_{B1}(u_B)$  e  $r_{B2}(u_B)$  serão escritas de ora em diante, como  $C_{A1}$ ,  $C_{A2}$ ,  $C_{B1}$ ,  $C_{B2}$ ,  $r_{A1}$ ,  $r_{A2}$ ,  $r_{B1}$  e  $r_{B2}$ , respectivamente.

O sistema descrito pelas equações (178), (179), ...(189) pode ser representado de forma compacta como:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (190)$$

em que o vector de acção de controlo é dado por  $\mathbf{u} = [u_A \quad u_B]^T$ . Para além disso, numa abordagem clássica a sistemas servopneumáticos, a variação de tensão aplicada à válvula A é simétrica relativamente à aplicada à válvula B ( $\delta u_B = -\delta u_A$ ). A linearização será efectuada utilizando uma expansão em série de Taylor (limitada aos termos de primeira ordem) em torno de um estado de equilíbrio  $\mathbf{x}_0$ . É assim possível aproximar a equação (190) por:

$$\dot{\mathbf{x}} \approx \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_0 \delta \mathbf{x} + \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_0 \delta \mathbf{u} \quad (191)$$

em que

$$\delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0 \quad (192)$$

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \quad (193)$$

A aplicação de (191) ao sistema em estudo resulta em:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{P}_A \\ \dot{P}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial P_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial P_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial x} \right|_0 & \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \dot{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial P_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial P_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial x} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial \dot{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial P_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial P_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial x} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial \dot{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial P_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial P_B} \right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta \dot{x} \\ \delta P_A \\ \delta P_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial u_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial u_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial u_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial u_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial u_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial u_B} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial u_A} \right|_0 & \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial u_B} \right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_A \\ \delta u_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 \end{bmatrix} \delta F_{\text{ext}} \quad (194)$$

Para encontrar o modelo linearizado, é necessário determinar as condições que definem o estado de equilíbrio  $\mathbf{x}_0$ , bem como os coeficientes que figuram na equação (194).

#### 4.1.1 Condições de equilíbrio

As condições de equilíbrio são obtidas impondo o repouso ao estado do sistema:

$$\dot{\mathbf{x}} = 0 \quad (195)$$

*Repouso em posição:  $\dot{x} = 0$*

$$\frac{dx}{dt} = 0 \quad (196)$$

*Repouso em velocidade:  $\ddot{x} = 0$*

$$P_A A_A - P_B A_B - P_{\text{atm}} A_h = k_a \dot{x} + F_{\text{ext}}|_0 \quad (197)$$

Para efeitos de linearização considerou-se que as forças exteriores na situação de equilíbrio são nulas ( $F_{\text{ext}}|_0 = 0$ ), pelo que a condição de repouso em velocidade se reduz a:

$$P_A A_A - P_B A_B - P_{\text{atm}} A_h = 0 \quad (198)$$

*Repouso na pressão da câmara A:  $\dot{P}_A = 0$*

$$0 = \gamma \frac{R}{V_A} T_A \dot{m}_A + \frac{(\gamma-1)}{V_A} k_0 (T_{\text{amb}} - T_A) \quad (199)$$

Para determinar esta situação de equilíbrio note-se que, quando a pressão na câmara A é constante ( $\dot{P}_A = 0$ ), a temperatura de equilíbrio  $T_A = T_{A0}$  também o é pela lei politrópica (171). Considere-se que, por redução ao absurdo, esse valor constante é diferente da temperatura ambiente ( $T_{A0} \neq T_{\text{amb}}$ ). Nesse caso, o termo  $(\gamma-1)k_0(T_{\text{amb}}-T_A)/V_A$  não é nulo. Pela equação (199), se esse termo não é nulo então a massa em cada câmara varia, tendendo ou para zero ou para infinito. Como não é possível manter-se esta situação indefinidamente, conclui-se que a hipótese inicial está errada, logo  $T_{A0} = T_{\text{amb}}$  e  $\dot{m}_A|_0 = 0$ .

*Repouso na pressão da câmara B:  $\dot{P}_B = 0$*

Pelo mesmo raciocínio realizado para a câmara A, em repouso  $T_{B0}=T_{\text{amb}}$  e  $\dot{m}_B|_0 = 0$ .

*Definição de  $P_{A0}$ ,  $P_{B0}$  e  $u_0$ ,  $x_0$*

Uma vez que em equilíbrio não há caudal mássico a entrar ou a sair das câmaras, a determinação das pressões de equilíbrio pode ser feita recorrendo às curvas de ganho de pressão das servoválvulas com caudal nulo [6]. De facto, nesta situação as condições de repouso das pressões estão garantidas e as curvas de ganho de pressão multiplicadas pelas áreas respectivas são uma representação da equação (198). Foram assim efectuados os seguintes passos:

- 1) Calcular a força disponível quando o cilindro está em repouso, dada por  $P_A A_A - P_B A_B$  em que  $P_A$  e  $P_B$  são as pressões obtidas no ensaio de ganho de pressão da cada válvula;
- 2) Determinar a tensão  $u_{A0}$  correspondente ao equilíbrio entre a força disponível e a força exterior, no caso presente a força devida à pressão atmosférica a actuar na haste – Fig. 121 a);
- 3) Determinar a pressão de equilíbrio  $P_{A0}$  (pressão correspondente a  $u_{A0}$  na curva de ganho de pressão da válvula A) e a pressão de equilíbrio  $P_{B0}$  (pressão correspondente a  $u_{B0}=10 - u_{A0}$  na curva de ganho de pressão da válvula B) – Fig. 121 b).

Não há nenhuma restrição à posição de equilíbrio em torno da qual a linearização é feita; neste trabalho, a posição escolhida foi  $x_0=0$ , pelo que  $V_{A0}=A_A l/2+V_{Ad}$  e  $V_{B0}=A_B l/2+V_{Bd}$ . A Tabela 24 resume os valores de equilíbrio encontrados.

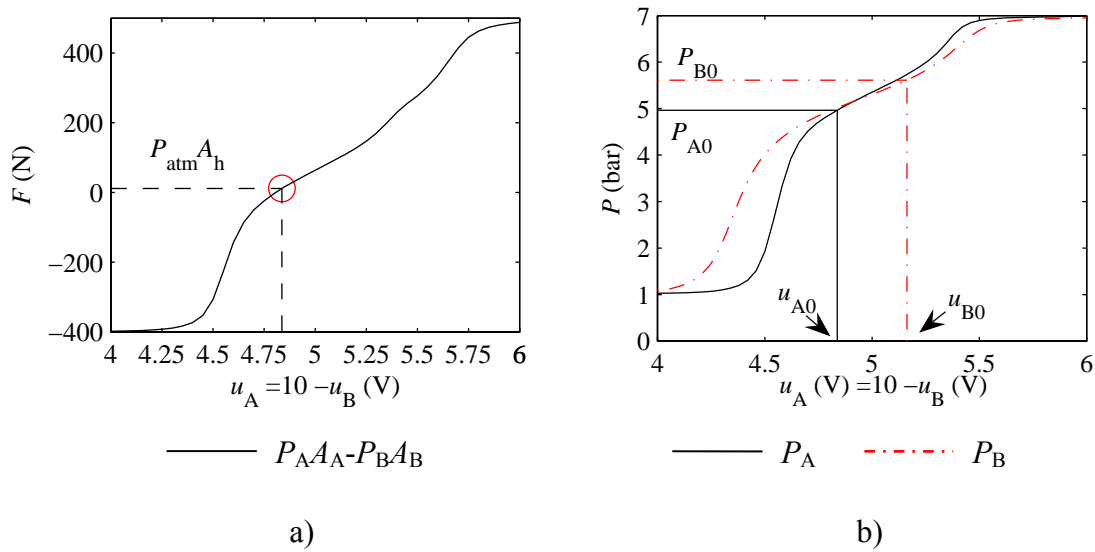


Fig. 121 – Determinação da tensão (a) e das pressões de equilíbrio (b)

Tabela 24 – Valores do sistema na situação de equilíbrio

Variável	$x$ (m)	$\dot{x}$ (m/s)	$P_{A,B}$ (bar)	$T_{A,B}$ (K)	$u_{A,B}$ (V)
Valor	$x_0 = 0$	$\dot{x}_0 = 0$	$P_{A0} = 4.97$ $P_{B0} = 5.61$	$T_{A0} = 293.15$ $T_{B0} = 293.15$	$u_{A0} = 4.84$ $u_{B0} = 5.16$

#### 4.1.2 Cálculo dos coeficientes do modelo linearizado

Estando encontradas as condições de equilíbrio, apresenta-se de seguida o cálculo dos coeficientes que figuram na equação (194).

##### 4.1.2.1 Expressões genéricas

Derivadas parciais de  $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$

Uma vez que neste modelo  $x$  e  $\dot{x}$  são variáveis de fase, é possível escrever para as derivadas parciais da velocidade que:

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{x}} \right|_0 = 1 \quad (200)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial P_A} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial P_B} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial u_A} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial u_B} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 = 0 \quad (201)$$

$$\text{Derivadas parciais de } \boxed{\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{P_A A_A - P_B A_B - P_{\text{atm}} A_h - k_a \dot{x} - F_{\text{ext}}}{M}}$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial x} \right|_0 = 0 \quad (202)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \dot{x}} \right|_0 = -\frac{k_a}{M} \quad (203)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial P_A} \right|_0 = \frac{A_A}{M} \quad (204)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial P_B} \right|_0 = -\frac{A_B}{M} \quad (205)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial u_A} \right|_0 = \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial u_B} \right|_0 = 0 \quad (206)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \ddot{x}}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 = -\frac{1}{M} \quad (207)$$

$$\text{Derivadas parciais de } \boxed{\frac{dP_A}{dt} = -\gamma \frac{P_A A_A}{V_A} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R}{V_A} T_A \dot{m}_A + \frac{(\gamma-1)}{V_A} k_0 (T_{\text{amb}} - T_A)}$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial x} \right|_0 = 0 \quad (208)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial \dot{x}} \right|_0 = - \frac{\gamma P_{A0} A_A}{V_{A0}} = \psi_A \quad (209)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial P_A} \right|_0 = \left( \frac{\gamma R T_A}{V_A} G_{PA} \right) \Big|_0 - \left( \frac{(\gamma-1)k_0}{V_A} \frac{\partial T_A}{\partial P_A} \right) \Big|_0 \quad (210)$$

Na equação acima  $G_{PA} = \partial \dot{m}_A / \partial P_A = \partial (\dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2}) / \partial P_A$  é o coeficiente caudal/pressão da válvula A, e a derivada da temperatura relativamente à pressão pode ser obtida a partir da equação (179):

$$\frac{\partial T_A}{\partial P_A} = \frac{T_{A0}}{P_{A0}^{\frac{n-1}{n}}} \frac{n-1}{n} P_A^{-\frac{1}{n}} \Rightarrow \left. \frac{\partial T_A}{\partial P_A} \right|_0 = \frac{n-1}{n} \frac{T_{A0}}{P_{A0}} \quad (211)$$

O coeficiente de caudal/pressão pode ser calculado recorrendo às relações entre as derivadas parciais de uma superfície regular\* :

$$\frac{\partial \dot{m}_A}{\partial P_A} = - \frac{\partial \dot{m}_A}{\partial u_A} \Big/ \frac{\partial P_A}{\partial u_A} \quad (212)$$

Os termos de ganho de caudal ( $\partial \dot{m}_A / \partial u_A = G_{uA}$ ) serão determinados mais à frente. O ganho de pressão  $\partial P_A / \partial u_A$ , por seu turno, pode ser determinado através da curva de ganho de pressão experimental. Este ganho foi calculado utilizando uma aproximação por diferenças finitas centradas, tal como exemplificado na Fig. 122:

$$\left. \frac{\partial P_A}{\partial u_A} \right|_0 \approx \left( P_A|_{u_{A0}+0.1} - P_A|_{u_{A0}-0.1} \right) / 0.2$$

---

\* Ver apêndice.

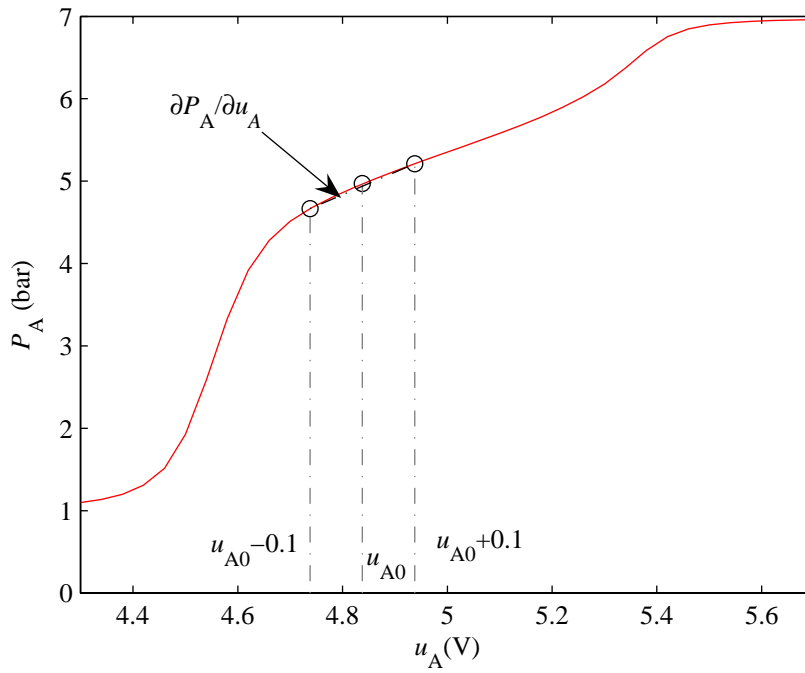


Fig. 122 – Cálculo de  $\partial P_A / \partial u_A$  para efeitos de linearização do modelo

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial P_B} \right|_0 = 0 \quad (213)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial u_A} \right|_0 = \left( \frac{\gamma R T_A}{V_A} \right) \bigg|_0 G_{uA} \bigg|_0 \quad (214)$$

Na equação acima o ganho de caudal da válvula que alimenta a câmara A,  $G_{uA}$  é dado por  $G_{uA} = \partial \dot{m}_A / \partial u_A = \partial (\dot{m}_{A1} - \dot{m}_{A2}) / \partial u_A$ . Para a determinação deste termo é necessário calcular  $\partial \dot{m}_{A1} / \partial u_A$  e  $\partial \dot{m}_{A2} / \partial u_A$ , o que pode ser efectuado derivando as expressões (186) e (187) em ordem à acção de controlo  $u_A$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{m}_{A1}}{\partial u_A} = & P_S \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_S}} \frac{\partial C_{A1}}{\partial u_A} \sqrt{1 - \left( \frac{P_A / P_S - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2} + \\ & + \frac{C_{A1}}{2} P_S \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_S}} \left( 1 - \left( \frac{P_A / P_S - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2 \right)^{-0.5} \frac{\partial}{\partial u_A} \left( 1 - \left( \frac{P_A / P_S - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (215)$$



sendo

$$\frac{\partial}{\partial u_A} \left( 1 - \left( \frac{P_A / P_S - r_{A1}}{1 - r_{A1}} \right)^2 \right) = 2 \frac{\partial r_{A1}}{\partial u_A} \left( \left( \frac{P_A / P_S - r_{A1}}{(1 - r_{A1})^2} \right) - \left( \frac{(P_A / P_S - r_{A1})^2}{(1 - r_{A1})^3} \right) \right) \quad (216)$$

$$\frac{\partial \dot{m}_{A2}}{\partial u_A} = \frac{\partial \left( C_{A2} P_A \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \right)}{\partial u_A} = \frac{\partial C_{A2}}{\partial u_A} P_A \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_A}} \quad (217)$$

O procedimento de determinação dos coeficientes  $\partial C_{A1} / \partial u_A$ ,  $\partial C_{A2} / \partial u_A$  e  $\partial r_{A2} / \partial u_A$  será exemplificado na secção 4.1.2.2.

$$\left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial u_B} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 = 0 \quad (218)$$

$$\text{Derivadas parciais de } \boxed{\frac{dP_B}{dt} = \gamma \frac{P_B A_B}{V_B} \frac{dx}{dt} + \gamma \frac{R}{V_B} T_B \dot{m}_B + \frac{(\gamma - 1)}{V_B} k_0 (T_{\text{amb}} - T_B)}$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial x} \right|_0 = 0 \quad (219)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial \dot{x}} \right|_0 = \frac{\gamma P_{B0} A_B}{V_{B0}} = \psi_B \quad (220)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial P_A} \right|_0 = 0 \quad (221)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial P_B} \right|_0 = \left( \frac{\gamma R T_B}{V_B} G_{PB} \right) \Big|_0 - \left( \frac{(\gamma - 1) k_0}{V_B} \frac{\partial T_B}{\partial P_B} \right) \Big|_0 \quad (222)$$

Nesta expressão, o coeficiente caudal/pressão da câmara B,  $G_{PB}$ , é dado por  $G_{PB} = \partial \dot{m}_B / \partial P_B = \partial (\dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2}) / \partial P_B$  e o termo  $\partial T_B / \partial P_B$  pode ser encontrado derivando a equação (182) em ordem a  $P_B$ :

$$\frac{\partial T_B}{\partial P_B} = \frac{T_{B0}}{P_{B0}^{\frac{n-1}{n}}} \frac{n-1}{n} P_B^{-\frac{1}{n}} \Rightarrow \left. \frac{\partial T_B}{\partial P_B} \right|_0 = \frac{n-1}{n} \frac{T_{B0}}{P_{B0}} \quad (223)$$

O procedimento utilizado na determinação do ganho de caudal/pressão da câmara B é semelhante ao utilizado na câmara A.

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial u_A} \right|_0 = \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial F_{\text{ext}}} \right|_0 = 0 \quad (224)$$

$$\bullet \quad \left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial u_B} \right|_0 = \left( \frac{\gamma R T_B}{V_B} \right) \Big|_0 G_{uB} \Big|_0 \quad (225)$$

Na equação acima, o ganho de caudal da válvula que alimenta a câmara B,  $G_{uB}$  é dado por:

$$G_{uB} = \frac{\partial \dot{m}_B}{\partial u_B} = \frac{\partial (\dot{m}_{B1} - \dot{m}_{B2})}{\partial u_B} \quad (226)$$

De novo, para a determinação deste termo é necessário calcular  $\frac{\partial \dot{m}_{B1}}{\partial u_B}$  e  $\frac{\partial \dot{m}_{B2}}{\partial u_B}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{m}_{B1}}{\partial u_B} = & P_S \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_S}} \frac{\partial C_{B1}}{\partial u_B} \sqrt{1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2} + \\ & + \frac{C_{B1}}{2} P_S \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_S}} \left( 1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2 \right)^{-0.5} \frac{\partial}{\partial u_B} \left( 1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (227)$$

sendo

$$\frac{\partial}{\partial u_B} \left( 1 - \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{1 - r_{B1}} \right)^2 \right) = 2 \frac{\partial r_{B1}}{\partial u_B} \left( \left( \frac{P_B / P_S - r_{B1}}{(1 - r_{B1})^2} \right) - \left( \frac{(P_B / P_S - r_{B1})^2}{(1 - r_{B1})^3} \right) \right) \quad (228)$$

$$\frac{\partial \dot{m}_{B2}}{\partial u_B} = \frac{\partial C_{B2}}{\partial u_B} P_B \rho_0 \sqrt{\frac{293.15}{T_B}} \quad (229)$$

Resta assim determinar os coeficientes de sensibilidade dos parâmetros ISO 6358 relativamente à acção de controlo.

#### 4.1.2.2 Cálculo dos coeficientes relativos ao modelo ISO 6358

*Cálculo dos coeficientes relativos à condutância sónica:*  $\frac{\partial C_{A1}}{\partial u_A}, \frac{\partial C_{A2}}{\partial u_A}, \frac{\partial C_{B1}}{\partial u_B}, \frac{\partial C_{B2}}{\partial u_B}$

É de esperar que os valores destes coeficientes obtidos numa vizinhança próxima de  $u_{A0}$  e  $u_{B0}$  sejam baixos. De facto, nesta zona da servoválvula uma alteração elevada da acção de controlo não se traduz numa alteração elevada do caudal mássico: o ganho da válvula é muito baixo, tal como o patamar horizontal da sua superfície característica sugere – cf. Fig. 51 e Fig. 52. No entanto, analisando a mesma figura, é claro que o ganho da válvula aumenta significativamente para regiões um pouco afastadas da zona central das tensões de equilíbrio. Por estes motivos, as derivadas parciais nos pontos de equilíbrio ( $\partial C / \partial u|_{u=u_0}$ ) foram estimadas como a média de duas parcelas: a derivada parcial calculada em  $u_0 + \delta u$  ( $\partial C / \partial u|_{u=u_0+\delta u}$ ) e a derivada parcial calculada em  $u_0 - \delta u$  ( $\partial C / \partial u|_{u=u_0-\delta u}$ ). Cada uma destas parcelas, por seu turno, foi aproximada por diferenças finitas centradas. O procedimento de escolha de  $\delta u$  será apresentado na secção 4.1.3. Exemplificado com o cálculo de  $\partial C_{A1} / \partial u_A$  e com  $|\delta u| = 0.6$ , obtém-se:

$$\left. \frac{\partial C_{A1}}{\partial u_A} \right|_{u_A = u_{A0}} = \frac{\left. \frac{\partial C_{A2}}{\partial u_A} \right|_{u_A = u_{A0} - 0.6} + \left. \frac{\partial C_{A2}}{\partial u_A} \right|_{u_A = u_{A0} + 0.6}}{2} \quad (230)$$

Na Fig. 123 apresenta-se a representação gráfica deste procedimento.

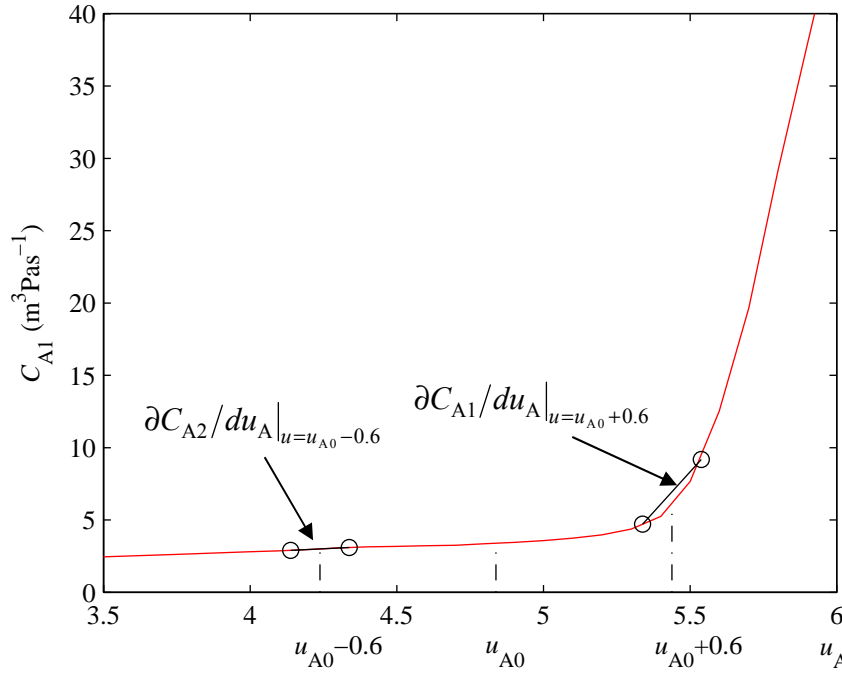


Fig. 123 – Cálculo de  $\partial C_{A1}/\partial u_A$  para efeitos de linearização do modelo ( $|\delta u| = 0.6$ )

*Cálculo dos coeficientes relativos à razão de pressões crítica:*  $\frac{\partial r_{A1}}{\partial u_A}, \frac{\partial r_{A2}}{\partial u_A}, \frac{\partial r_{B1}}{\partial u_B}, \frac{\partial r_{B2}}{\partial u_B}$

O cálculo destes coeficientes foi efectuado de forma semelhante ao dos coeficientes de condutância sónica. Exemplificando com o caso de  $\partial r_{A1}/\partial u_A$ , este coeficiente foi calculado como (ver Fig. 124):

$$\left. \frac{\partial r_{A1}}{\partial u_A} \right|_{u_A = u_{A0}} = \frac{\left. \frac{\partial r_{A1}}{\partial u_A} \right|_{u_A = u_{A0} - 0.6} + \left. \frac{\partial r_{A1}}{\partial u_A} \right|_{u_A = u_{A0} + 0.6}}{2} \quad (231)$$

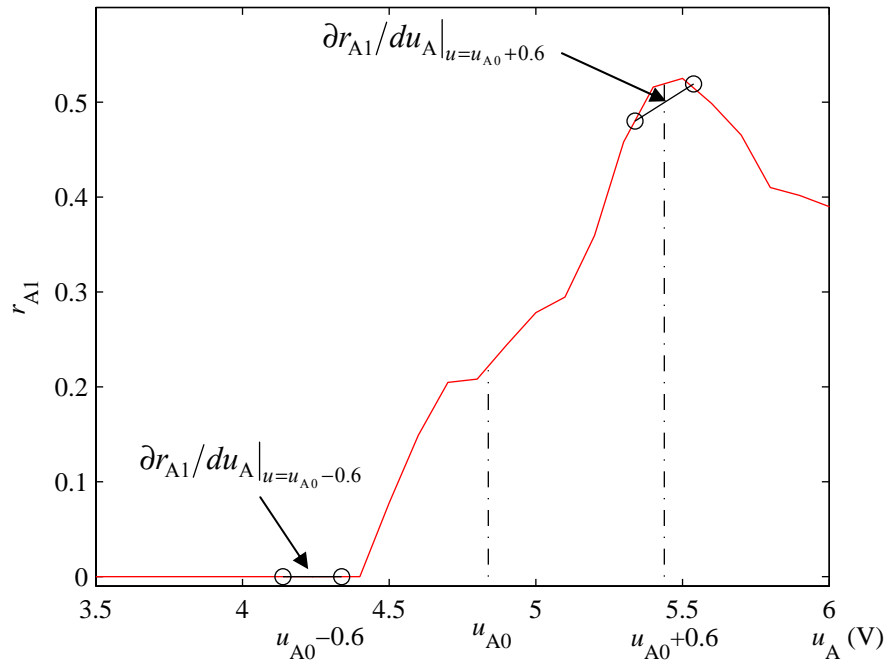


Fig. 124 – Cálculo de  $\partial r_{A1}/\partial u_A$  para efeitos de linearização do modelo ( $|\delta u| = 0.6$ )

#### 4.1.3 Modelo linearizado de 4ª ordem

Apresenta-se de seguida o modelo linearizado alcançado após substituição das derivadas obtidas na secção anterior na equação (194). Note-se que como as condições de equilíbrio em posição e velocidade são nulas,  $\delta x = x$  e  $\delta \dot{x} = \dot{x}$ . Do mesmo modo, como  $F_{\text{ext}}|_0 = 0$ ,  $\delta F_{\text{ext}} = F_{\text{ext}}$ .

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{P}_A \\ \dot{P}_B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_a}{M} & \frac{A_A}{M} & -\frac{A_B}{M} \\ 0 & \psi_A & -\frac{1}{\tau_A} & 0 \\ 0 & \psi_B & 0 & -\frac{1}{\tau_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \delta P_A \\ \delta P_B \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \left(\frac{\gamma R T_{A0}}{V_{A0}}\right) G_{uA}|_0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\gamma R T_{B0}}{V_{B0}}\right) G_{uB}|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_A \\ \delta u_B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_{\text{ext}}
 \end{aligned} \tag{232}$$

Neste modelo linearizado, as constantes de tempo da pressão de cada câmara são dadas por:

$$\tau_A = - \frac{1}{\left. \frac{\partial \dot{P}_A}{\partial P_A} \right|_0} = - \frac{1}{\left( \frac{\gamma R T_A}{V_A} G_{PA} \right) \Big|_0 - \frac{(\gamma-1)k_0}{V_{A0}} \frac{(n-1)}{n} \frac{T_{A0}}{P_{A0}}} \quad (233)$$

$$\tau_B = - \frac{1}{\left. \frac{\partial \dot{P}_B}{\partial P_B} \right|_0} = - \frac{1}{\left( \frac{\gamma R T_B}{V_B} G_{PB} \right) \Big|_0 - \frac{(\gamma-1)k_0}{V_{B0}} \frac{(n-1)}{n} \frac{T_{B0}}{P_{B0}}} \quad (234)$$

A Fig. 125 apresenta o diagrama de blocos do modelo linearizado de quarta ordem.

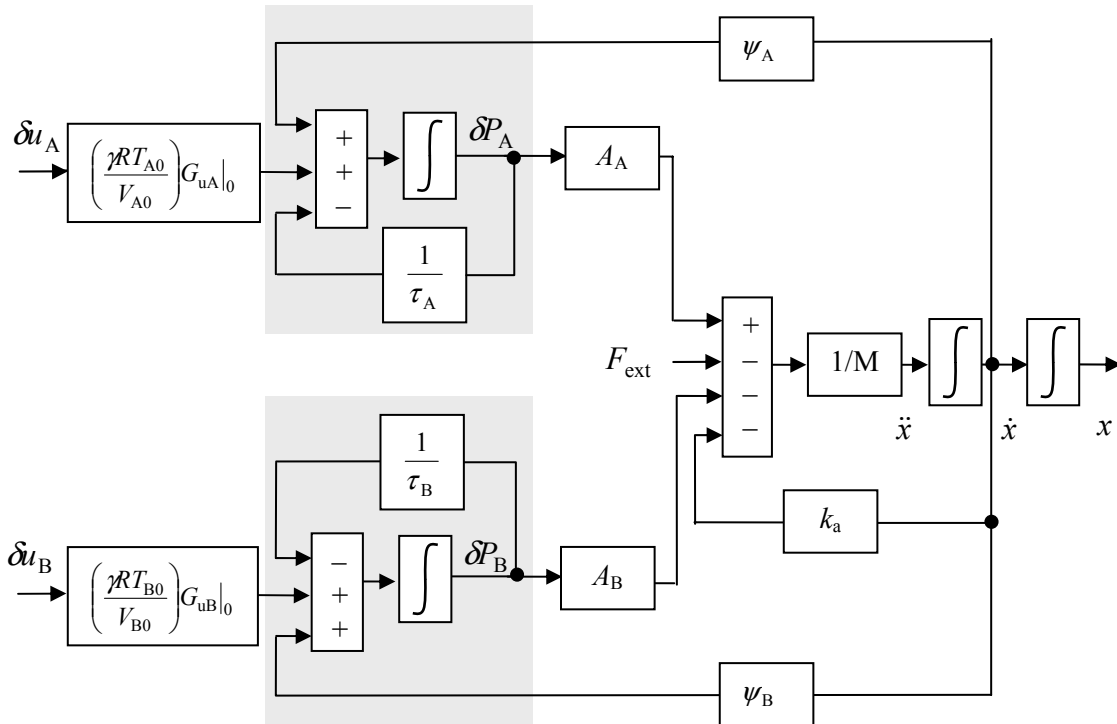


Fig. 125 – Diagrama de blocos do modelo linearizado de 4ª ordem

#### 4.1.3 Modelo linearizado de 3ª ordem

A Fig. 125 evidencia a cinzento a estrutura paralela das dinâmicas de pressão das câmaras do cilindro. Esta estrutura deve-se ao facto de a aceleração ser função de uma

combinação linear de  $P_A$  e  $P_B$  (ver equação (184)) e indica que, pelo menos em alguns pontos de funcionamento, é possível utilizar a aceleração como variável de estado. Como nesses pontos de funcionamento há uma relação algébrica entre as pressões de cada câmara, há uma redução na ordem do sistema. Substituindo a relação entre acções de controlo ( $\delta u_B = -\delta u_A$ ), o modelo (232) pode ser simplificado para:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{P}_A \\ \dot{P}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_a}{M} & \frac{A_A}{M} & -\frac{A_B}{M} \\ 0 & \psi_A & -\frac{1}{\tau_A} & 0 \\ 0 & \psi_B & 0 & -\frac{1}{\tau_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \delta P_A \\ \delta P_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\gamma R T_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 \\ -\frac{\gamma R T_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \end{bmatrix} \delta u_A - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_{\text{ext}} \quad (235)$$

A derivada da equação de equilíbrio de forças é dada por:

$$\ddot{x} = \frac{\dot{P}_A A_A - \dot{P}_B A_B - k_a \ddot{x} - \dot{F}_{\text{ext}}}{M}$$

Substituindo as equações de pressão do modelo linearizado de 4ª ordem obtém-se:

$$\ddot{x} = \frac{1}{M} \left( (A_A \psi_A - A_B \psi_B) \dot{x} - \frac{A_A}{\tau_A} \delta P_A + \frac{A_B}{\tau_B} \delta P_B - k_a \ddot{x} + \left( \frac{A_A \gamma R T_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{A_B \gamma R T_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \right) \delta u_A - \dot{F}_{\text{ext}} \right) \quad (236)$$

Considere-se agora que a constante de tempo de pressões das duas câmaras pode ser aproximada por uma constante de tempo média  $\tau_m \approx \tau_A \approx \tau_B$ . Esta aproximação só é estritamente permitida quando  $\tau_A = \tau_B$ , o que apenas acontece quando as válvulas são rigorosamente idênticas e  $V_{A0} = V_{B0}$ . No entanto, como o modelo de terceira ordem simplifica as tarefas de síntese e análise de controladores, é prática corrente aceitar esta aproximação. A forma mais utilizada para determinar a constante de tempo média é a proposta por Kellal [79], que determina  $\tau_m$  como sendo a média harmónica das constantes de tempo de pressão das câmaras A e B:

$$\frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_A} + \frac{1}{\tau_B} \right) \quad (237)$$

Substituindo  $\tau_m = \tau_A = \tau_B$  em (236),

$$\begin{aligned} \ddot{x} = & \left( \frac{A_A \psi_A}{M} - \frac{A_B \psi_B}{M} \right) \dot{x} - \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{A_A}{M} \delta P_A - \frac{A_B}{M} \delta P_B \right) - \frac{k_a}{M} \ddot{x} \\ & + \left( \frac{A_A \mathcal{RT}_{A0}}{MV_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{A_B \mathcal{RT}_{B0}}{MV_{B0}} G_{uB}|_0 \right) \delta u_A - \frac{\dot{F}_{\text{ext}}}{M} \end{aligned} \quad (238)$$

Uma vez que, da equação de equilíbrio de forças,

$$\frac{A_A}{M} \delta P_A - \frac{A_B}{M} \delta P_B = \ddot{x} + \frac{k_a}{M} \dot{x} + \frac{F_{\text{ext}}}{M} \quad (239)$$

pode reescrever-se a equação (238) como:

$$\ddot{x} = \frac{1}{M} \left[ - \left( \frac{k_a}{\tau_m} - A_A \psi_A + A_B \psi_B \right) \dot{x} - \left( \frac{M}{\tau_m} + k_a \right) \ddot{x} + \left( \frac{A_A \mathcal{RT}_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{A_B \mathcal{RT}_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \right) \delta u_A - \dot{F}_{\text{ext}} - \frac{1}{\tau_m} F_{\text{ext}} \right] \quad (240)$$

Considerando agora que não há forças exteriores a actuar no sistema,  $F_{\text{ext}} = 0$ , é possível representar o diagrama de blocos que ilustra as relações da equação (240) tal como apresentado na Fig. 126.



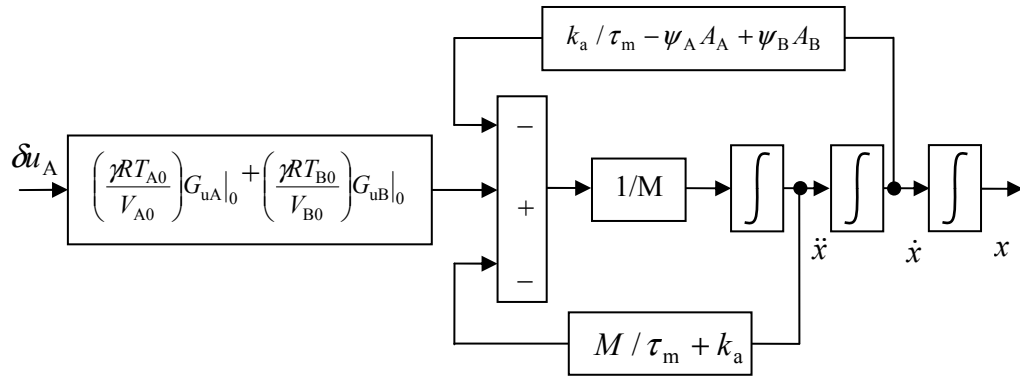


Fig. 126 – Diagrama de blocos correspondente à equação (240) sem forças exteriores

O sistema total linearizado pode ainda ser descrito de uma forma mais compacta através da equação (241):

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_{\text{lin}}\omega_n^2 \end{bmatrix} \delta u_A \quad (241)$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix}^T$$

Os coeficientes desta equação são dados por:

$$\omega_n^2 = -\frac{A_A \psi_A}{M} + \frac{A_B \psi_B}{M} + \frac{k_a}{\tau_m M} \quad (242)$$

$$2\xi\omega_n = \frac{1}{\tau_m} + \frac{k_a}{M} \quad (243)$$

$$k_{\text{lin}}\omega_n^2 = \frac{A_A \gamma R T_{A0}}{M V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{A_B \gamma R T_{B0}}{M V_{B0}} G_{uB}|_0 \quad (244)$$

Substituindo os valores de equilíbrio e os parâmetros do sistema na equação (241), com  $\delta u = 0$ , obtêm-se os resultados apresentados na Tabela 25.

Tabela 25 – Parâmetros do modelo de 3ª ordem do sistema linearizado analiticamente ( $\delta u = 0$ )

	$M = 2.69 \text{ kg}$	$M = 13.1 \text{ kg}$
$\omega_n \text{ (rad/s)}$	39.92	18.15
$\xi$	0.31	0.21
$k_{lin} \text{ (ms}^{-1}\text{/V)}$	0.33	0.33

Uma vez que o valor de  $k_{lin}$  apresentado na Tabela 25 é calculado com  $\delta u = 0$ , é de esperar que o seu valor seja bastante baixo. De facto, como já referido na secção 4.1.2.2, os coeficientes de sensibilidade da condutância sónica relativamente à acção de controlo são baixos numa vizinhança próxima de  $u_{A0}$  e  $u_{B0}$ , isto é, quando  $\delta u = 0$ . Dado que estes coeficientes afectam directamente os ganhos de caudal  $G_{uA}$  e  $G_{uB}$ , que por sua vez afectam o ganho do sistema  $k_{lin}$ , também é de esperar que o valor de  $k_{lin}$  seja baixo para  $\delta u = 0$ . Por este motivo, o cálculo de  $k_{lin}$ ,  $\xi$  e  $\omega_n$  foi efectuado para vizinhanças  $|\delta u|$  progressivamente crescentes. As Fig. 127 e Fig. 128 apresentam a evolução dos parâmetros  $k_{lin}$ ,  $\xi$  e  $\omega_n$  com a variação de  $|\delta u|$ , para  $M = M_{min}$  e  $M = M_{max}$ .

A análise destas figuras permite concluir que a frequência natural é pouco sensível à variação de  $|\delta u|$ , contrariamente ao que acontece com o ganho e o amortecimento do sistema. A evolução do ganho do sistema está directamente relacionada com a curva característica da válvula e, portanto, com a evolução das condutâncias sónicas das suas restrições: para valores baixos de  $|\delta u|$  o ganho é baixo e varia pouco (há ainda sobreposição entre a gaveta e a camisa da válvula, pelo que o caudal flui pela folga entre elas), para valores de  $|\delta u|$  entre 0.2 e 1V o ganho sobe acentuadamente (as restrições da válvula abrem) e para valores superiores a 1.2V o ganho volta a descer. O amortecimento e a frequência natural sofrem evoluções semelhantes à do ganho. É assim de esperar que os parâmetros que resultam da identificação do modelo linear do sistema, que será realizada na próxima secção, estejam dentro dos limites apresentados na Fig. 127 e na Fig. 128. Uma vez que com  $|\delta u| = 0.6\text{V}$  os valores dos parâmetros tomam um valor médio quando as restrições da válvula abrem, é com base neste valor que o modelo médio resultante do processo de linearização analítica é calculado – ver Tabela 26. De notar que neste caso a constante de tempo da câmara A é mais baixa do que a da câmara B, apesar de na posição de equilíbrio o volume da câmara A ser maior que o da câmara B. Isto deve-se ao facto de o ganho de caudal da válvula A ser, na zona central, maior do que o da válvula B.

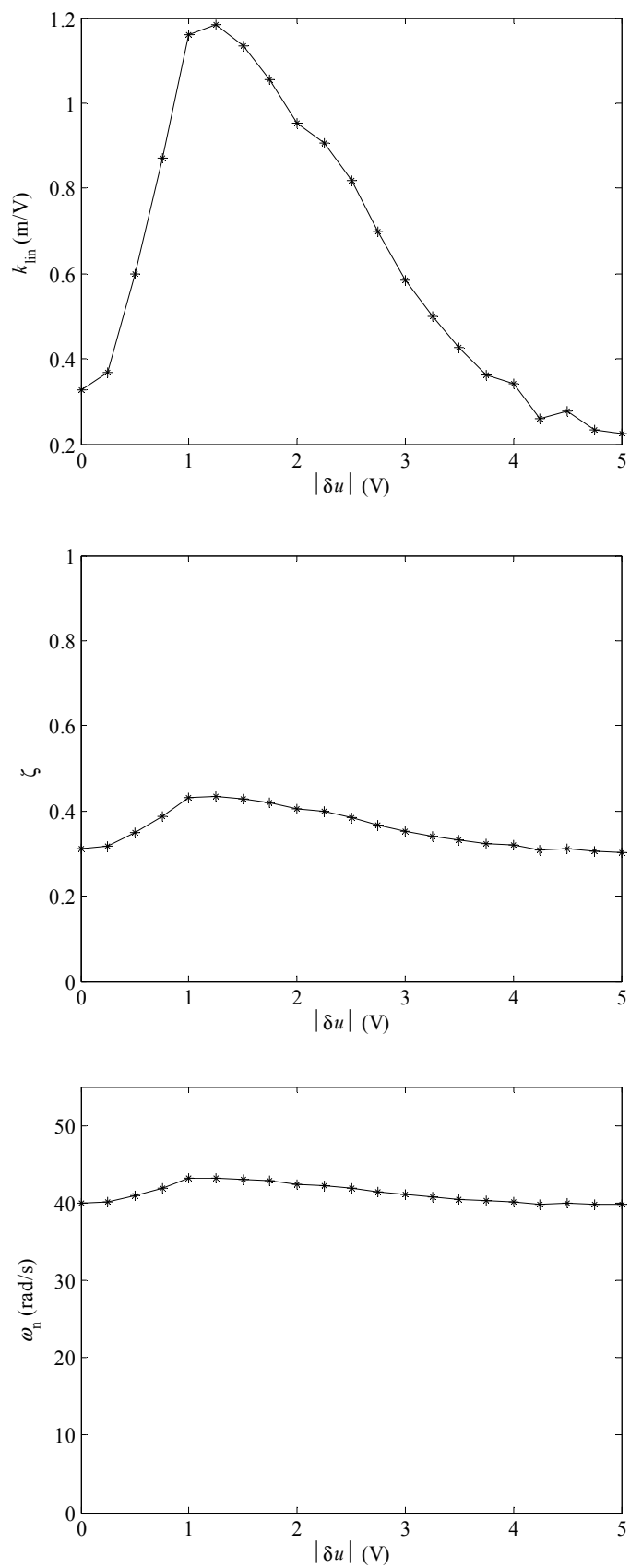


Fig. 127 – Variação, em torno de  $u_0$ , dos parâmetros do modelo (241) com  $|\delta u|$   
( $M=M_{min}$ )

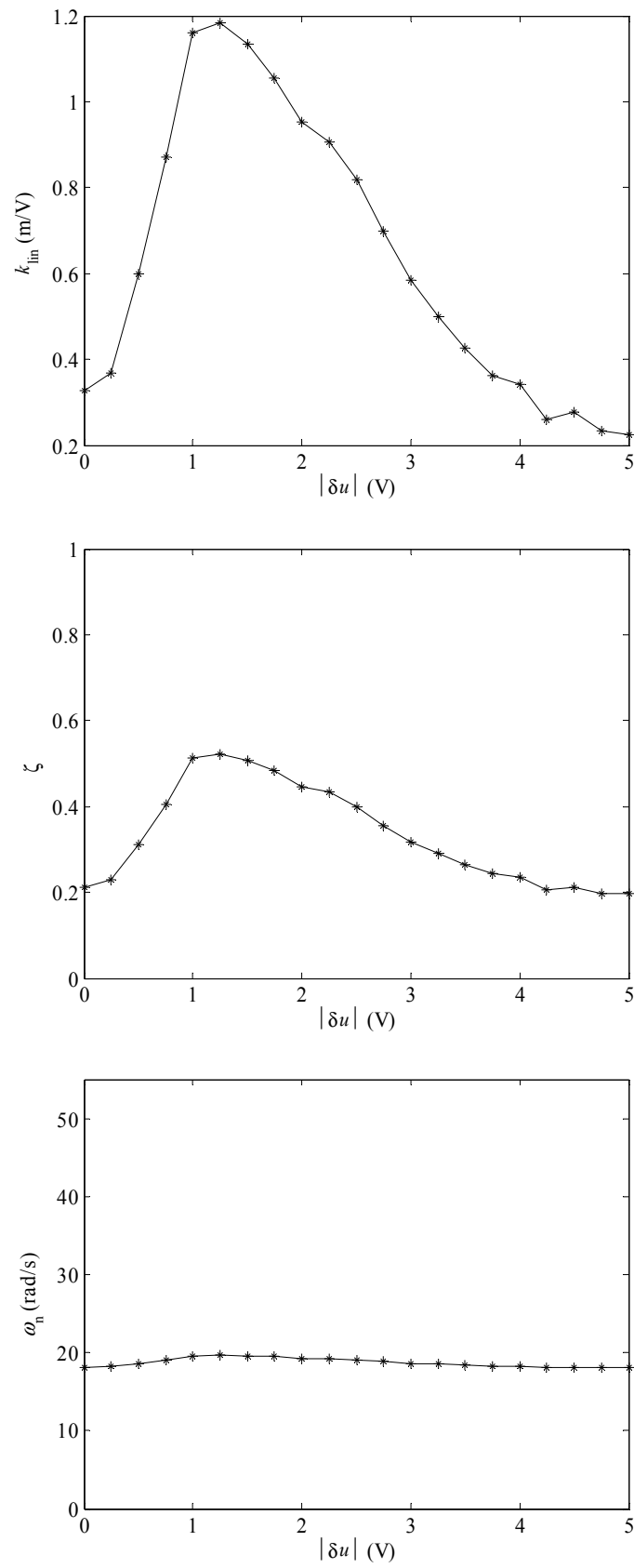


Fig. 128 – Variação, em torno de  $u_0$ , dos parâmetros do modelo (241) com  $|\delta u|$  ( $M=M_{max}$ )

Tabela 26 – Valor dos parâmetros do sistema linearizado analiticamente para  $M=M_{\min}$  e  $M=M_{\max}$  e  $|\delta u| = 0.6$

	$\omega_n$	$\zeta$	$k_{\text{lin}}$	$\tau_A$ (s)	$\tau_B$ (s)	$G_{uA}$ (kgs <sup>-1</sup> V <sup>-1</sup> )	$G_{uB}$ (kgs <sup>-1</sup> V <sup>-1</sup> )
$M=2.69$ kg	41.51	0.37	0.76	0.104	0.112	$4.8 \times 10^{-3}$	$3.2 \times 10^{-3}$
$M=13.1$ kg	18.88	0.37	0.76	0.104	0.112	$4.8 \times 10^{-3}$	$3.2 \times 10^{-3}$

#### 4.1.4 Identificação do modelo

No intuito de validar o procedimento e os resultados obtidos na secção anterior, procedeu-se à identificação experimental dos parâmetros do sistema. A identificação foi feita recorrendo à *System Identification Toolbox* existente no Matlab®, utilizando como modelo do sistema real a equação (241). Para encontrar os parâmetros que minimizam um critério de erro entre este modelo e os valores experimentais é necessário desenhar um procedimento experimental para a obtenção de dados.

A forma mais adoptada na identificação de sistemas consiste em excitar o sistema em malha aberta e utilizar o erro entre a saída prevista,  $\hat{y}$ , e a saída medida,  $y$ , para ajustar os parâmetros do modelo a identificar – ver Fig. 129. O sinal de excitação  $u(t)$  deve conter dados aleatórios de espectro plano, de forma a obter o que se designa por excitação persistente [80].

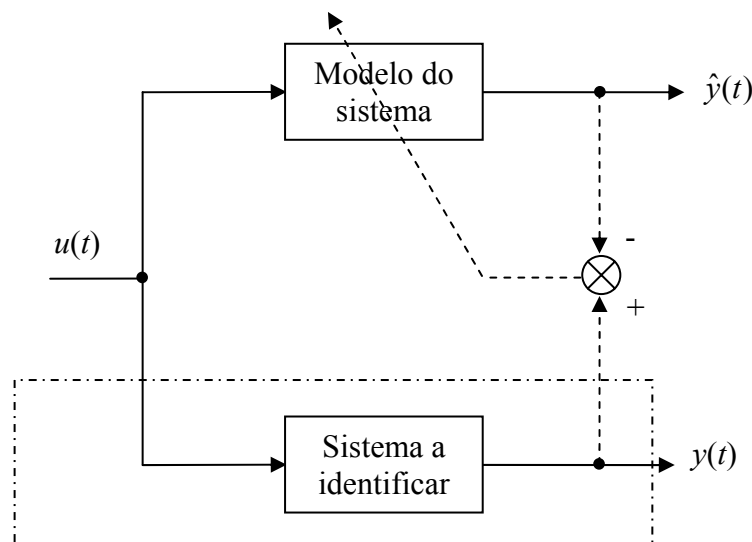


Fig. 129 – Identificação em malha aberta

Há no entanto, um problema em utilizar um procedimento de identificação em malha aberta no sistema em estudo. De facto, considere-se a função de transferência de malha aberta do modelo (241):

$$\frac{Y(s)}{U_A(s)} = \frac{k_{\text{lin}} \omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (245)$$

Como se pode verificar, o sistema em estudo é do tipo 1 e portanto não é possível solicitá-lo em malha aberta sem evitar que o êmbolo entre em deriva e acabe por encostar num dos topos do cilindro. Por este motivo foi necessário introduzir alguma realimentação no procedimento experimental de identificação, de forma a garantir que o sistema é atraído para uma referência de posição fixa e, como tal, não entra em deriva. A Fig. 130 apresenta a solução utilizada: através de uma malha de controlo proporcional de baixo ganho ( $k_{\text{pi}}$ ) garante-se que o pistão se movimenta em torno de uma posição de referência  $y_{\text{ref}}(t)$ ; através da adição de um sinal de perturbação  $u_p(t)$  garante-se que o sistema é excitado em torno dessa referência.

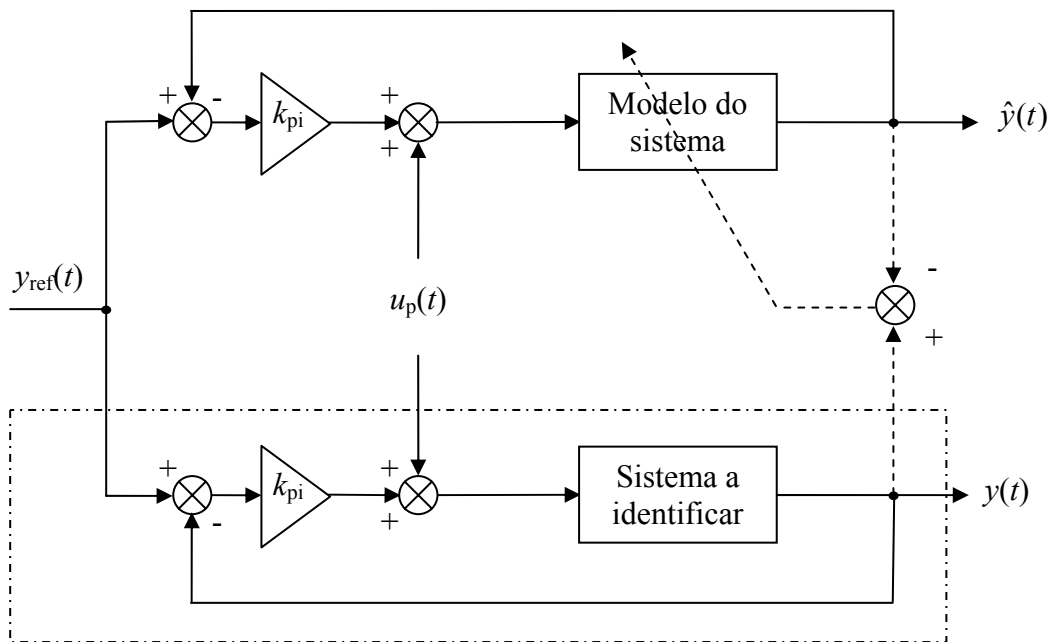


Fig. 130 – Esquema do procedimento de identificação utilizado

Para evidenciar qualquer influência do ganho de realimentação nos resultados da identificação, esta foi efectuada com dois ganhos distintos:  $k_{\text{pi}}=5$  e  $k_{\text{pi}}=10$ . Note-se que

com o procedimento adoptado para identificação, existe uma função de transferência entre  $Y_{\text{ref}}(s)$  e  $Y(s)$  e uma outra entre  $U_p(s)$  e  $Y(s)$ :

$$Y(s) = \frac{k_{\text{lin}} \omega_n^2}{s^3 + 2\xi \omega_n s^2 + \omega_n^2 s + k_{\text{pi}} k_{\text{lin}} \omega_n^2} U_p(s) + \frac{k_{\text{lin}} \omega_n^2}{s^3 + 2\xi \omega_n s^2 + \omega_n^2 s + k_{\text{pi}} k_{\text{lin}} \omega_n^2} k_{\text{pi}} Y_{\text{ref}}(s) \quad (246)$$

Uma vez que  $u_p(t)$  é a entrada que permite obter informação dinâmica do sistema, considera-se apenas a função de transferência entre  $U_p(s)$  e  $Y(s)$ . O procedimento de identificação visa assim determinar os parâmetros  $\omega_n$ ,  $\zeta$  e  $k_{\text{lin}}$  do primeiro termo do segundo membro da equação (246). Note-se que este modelo é contínuo, apesar de a identificação ser feita com base em valores amostrados pelos conversores A/D do sistema de aquisição de dados. Por este motivo, a aquisição de dados e o controlo foram efectuados com um período de amostragem muito reduzido ( $\Delta = 1/5000\text{s}$ ) quando comparado com o período de amostragem utilizado no processo de identificação ( $\Delta_{\text{id}} = 1/500\text{s}$ ). Desta forma, do ponto de vista da identificação, o sistema a partir do qual foram obtidos os dados é praticamente contínuo e foi amostrado com um período  $\Delta_{\text{id}}$ . Na figura 2 apresenta-se o esquema de identificação com os amostradores incorporados.

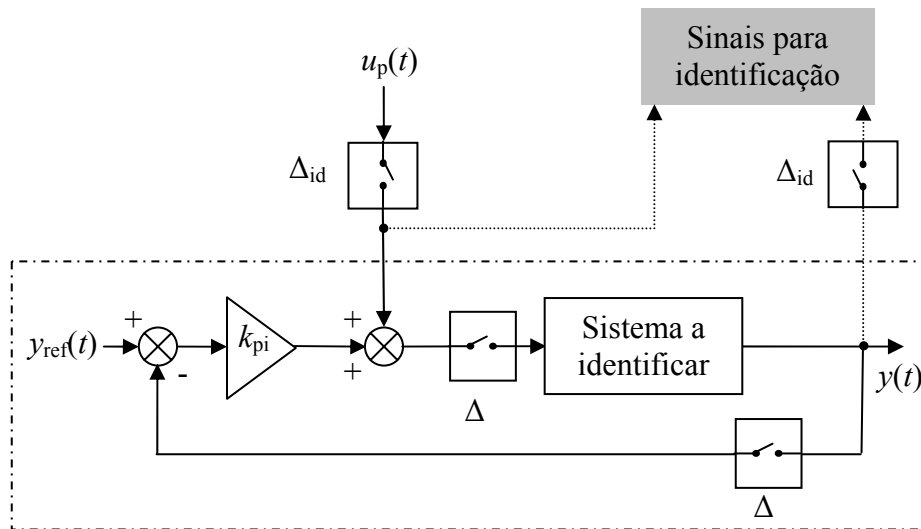


Fig. 131 – Esquema do procedimento de identificação utilizado: sinais amostrados

Utilizaram-se dois tipos de sinais na perturbação  $u_p(t)$ : uma onda sinusoidal de amplitude e frequência crescentes e um sinal aleatório. O sinal aleatório foi implementado como apresentado na Fig. 132: aos números aleatórios positivos fornecidos por um gerador de distribuição uniforme é aplicado o sinal de números gerados por um segundo gerador de números aleatórios, com distribuição gaussiana. Consegue-se desta forma que os sinais gerados estejam contidos num intervalo positivo e negativo de valores que são ajustados experimentalmente para que o pistão se mova mas não bata nos extremos. Assim, o intervalo dos dados gerados na distribuição uniforme foi ajustado, de  $t=0$  a  $t=75$ s, para  $[0.6, 1.6]$  V, e de  $t=75$  a  $t=106$ s, para  $[0.9, 2]$  V. A Tabela 27 resume as características dos sinais de perturbação.

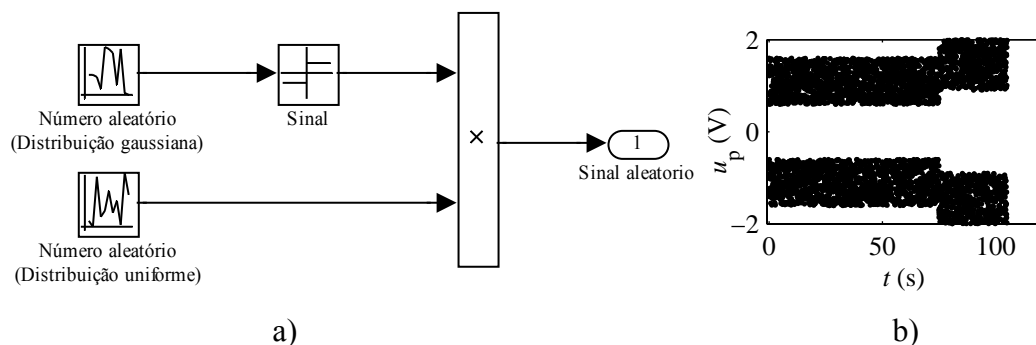


Fig. 132 – a) Implementação do sinal aleatório b) sinal aleatório

Tabela 27 – Parâmetros dos sinais de identificação utilizados na identificação do modelo linear

$u_p(t) = \text{sinal aleatório}$				
Gerador números aleatórios gaussianos				
Seed (V)		Média (V)	Variância (V <sup>2</sup> )	Período de amostragem(s)
251		0	5	0.025
Gerador números aleatórios com distribuição uniforme				
Seed (V)		Mínimo (V)	Máximo (V)	Período de amostragem(s)
$0 \leq t < 75$	0	0.6	1.6	0.025
$75 \leq t < 106$	0	0.9	2	0.025
$u_p(t) = \text{sinal sinusoidal}$				
Amplitude inicial/final (V)		Frequência inicial/final (Hz)	Variação de amplitude (V/s)	Variação de Frequência (Hz/s)
1.44/4.00		0.4/22.8	0.024	0.2



Para obter dados experimentais em diferentes posições ao longo do curso do cilindro, o valor da referência  $y_{\text{ref}}(t)$  foi variado tal como apresentado na Fig. 133. Este sinal de referência só foi implementado com  $u_p(t)$  aleatório pois a sua aplicação quando  $u_p(t)$  é sinusoidal levaria o pistão a embater nos extremos.

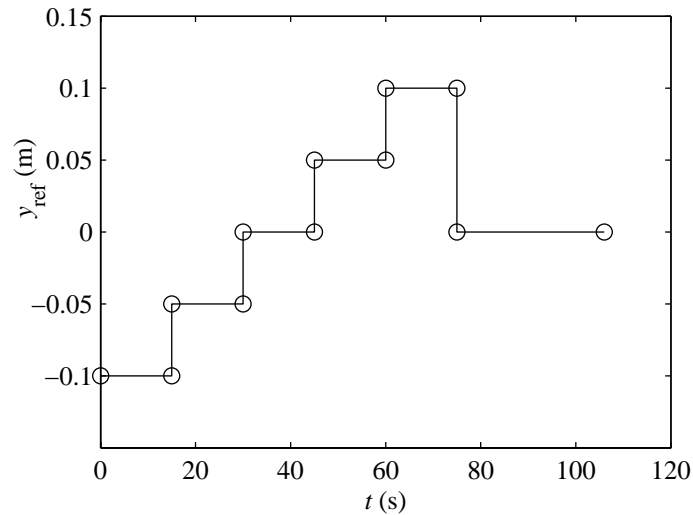


Fig. 133 – Sinal de referência  $y_{\text{ref}}(t)$  utilizado no processo de identificação quando  $u_p(t)$  é aleatório

Apesar da utilização de realimentação no procedimento de identificação, os dados experimentais apresentam uma componente estacionária não nula (ver exemplo na Fig. 134) que foi eliminada através de um filtro passa-alto de 5ª ordem, com uma frequência de cruzamento de ganho de 0.1Hz.

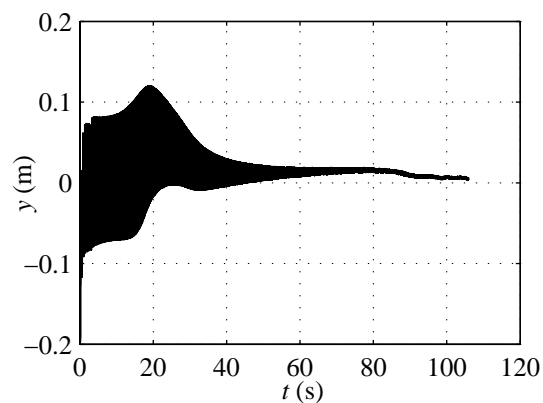


Fig. 134 – Dados experimentais de identificação do sistema linear antes de filtragem

Os resultados obtidos para os diferentes sinais, ganhos e duas massas distintas são apresentados na Tabela 28.

Tabela 28 – Resultados obtidos na identificação do modelo linear

		$u_p(t)$ aleatório		$u_p(t)$ sinusoidal		$\overline{(\dots)}$	$\sigma(\dots)$
		$k_{pi}=5$	$k_{pi}=10$	$k_{pi}=5$	$k_{pi}=10$		
$M=2.69$ kg	$\omega_n$ (rad/s)	41.96	40.53	37.34	36.96	39.20	2.44
	$\xi$	0.42	0.43	0.34	0.37	0.39	0.04
	$k_{lin}$ (m/V)	0.73	0.71	0.73	0.73	0.72	0.01
$M=13.1$ kg	$\omega_n$ (rad/s)	18.58	17.94	15.71	15.67	16.97	1.51
	$\xi$	0.44	0.47	0.51	0.65	0.52	0.09
	$k_{lin}$ (m/V)	0.74	0.69	0.90	0.87	0.80	0.10

É possível verificar que não há, para cada massa e diferentes valores de  $k_{pi}$ , uma diferença elevada nos resultados da identificação. O ganho apresenta uma maior regularidade do que o coeficiente de amortecimento e a frequência natural mas, se a análise destes valores for feita no plano complexo (Fig. 135), observa-se que as raízes que resultam de cada identificação estão razoavelmente próximas.

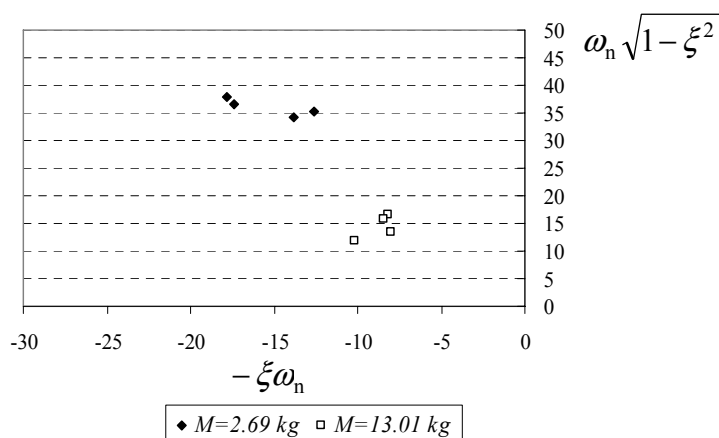


Fig. 135 – Localização no plano complexo dos pólos dos sistemas identificados

Para além da pequena dispersão dos resultados na identificação, os modelos lineares podem também ser validados comparando os resultados da identificação com os obtidos na secção anterior. Por um lado, confirma-se que os parâmetros da identificação estão

dentro dos limites apresentados na Fig. 127 e na Fig. 128. Por outro, comparando o modelo analítico “médio” (Tabela 26) com o modelo identificado (Tabela 29), com exceção do coeficiente de amortecimento para a massa máxima, as diferenças são relativamente pequenas. Por estes motivos, o modelo identificado é considerado válido, e é dado por:

$$\frac{Y(s)}{U_A(s)} = \frac{k_{\text{lin}} \omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2)} \quad (247)$$

em que os parâmetros  $k_{\text{lin}}$ ,  $\xi$ , e  $\omega_n$  estão assinalados a cinzento na Tabela 29. Este modelo será utilizado na análise e síntese de controladores lineares realizada no próximo capítulo.

Tabela 29 – Parâmetros do sistema: teóricos e identificados

		Média da identificação	Valores obtidos analiticamente
$M=2.69 \text{ kg}$	$\omega_n \text{ (rad/s)}$	39.20	41.51
	$\xi$	0.39	0.37
	$k_{\text{lin}} \text{ (m/V)}$	0.72	0.76
$M=13.1 \text{ kg}$	$\omega_n \text{ (rad/s)}$	16.97	18.88
	$\xi$	0.52	0.37
	$k_{\text{lin}} \text{ (m/V)}$	0.80	0.76

#### 4.2 Análise de controladores lineares

Como ficou patente no capítulo 3, o sistema servopneumático em estudo é extremamente não linear, pelo que o seu controlo deverá exigir técnicas também não lineares. Há, no entanto, duas razões que justificam o estudo de controladores lineares que será apresentado de seguida. Em primeiro lugar, a teoria de controlo linear está mais consolidada do que a não linear, tendo provas dadas quer científica quer industrialmente. É portanto interessante compreender quais os resultados que se podem atingir utilizando-a no sistema em estudo. Em segundo lugar, os controladores que serão apresentados de seguida (proporcional, PID e retorno de estado) poderão permitir

estabelecer uma base comparativa para o desempenho do controlador não linear que será apresentado no Capítulo 5.

Os controladores lineares apresentados nesta secção foram testados para a configuração de massa mínima do sistema, salvo referência em contrário. Convém ainda relembrar que o modelo linear identificado na secção 4.1.4 utiliza acções de controlo simétricas ( $\delta u_B = -\delta u_A$ ) e que as acções de controlo em equilíbrio são  $u_{A0} = 4.84\text{V}$  e  $u_{B0} = 5.16\text{V}$ . Por este motivo, a relação entre a tensão efectivamente aplicada à válvula ( $u_A, u_B$ ) e a saída dos controladores lineares ( $u$ ) é dada por  $u_A = u + u_{A0}$  e  $u_B = -u + u_{B0}$ . A Fig. 136 ilustra as relações entre  $u$ ,  $u_A$  e o modelo linear do sistema. Como se pode verificar nesta figura, a função de transferência entre  $y$  e  $\delta u_A$  é idêntica à função de transferência entre  $y$  e  $u$ . Por este motivo, na análise de controladores lineares,  $\delta u_A$  será substituído por  $u$ .

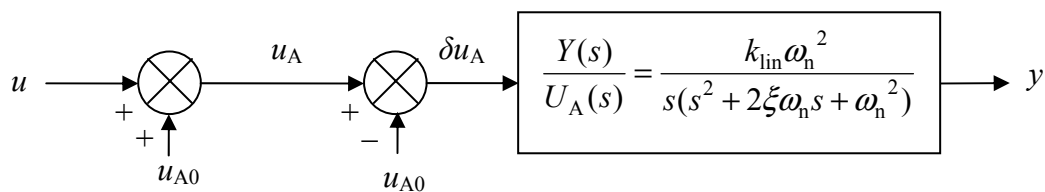


Fig. 136 – Relação entre  $u$ ,  $u_A$  e  $y$

#### 4.2.1 Controlador proporcional

A forma mais simples de controlar um sistema é aplicar-lhe uma acção de controlo proporcional ao erro entre a sua saída  $y$  e a saída desejada  $y_{\text{ref}}$  – Fig. 137.

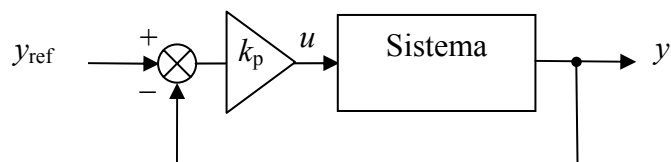


Fig. 137 – Controlo proporcional

Se um controlador proporcional conduzir a um bom desempenho do sistema, então não será necessário o estudo de controladores mais evoluídos. Por estes motivos, o primeiro controlador a ser testado foi um controlador proporcional.

Considere-se o lugar de raízes do modelo linear de 3ª ordem do sistema com a massa mínima – Fig. 138.

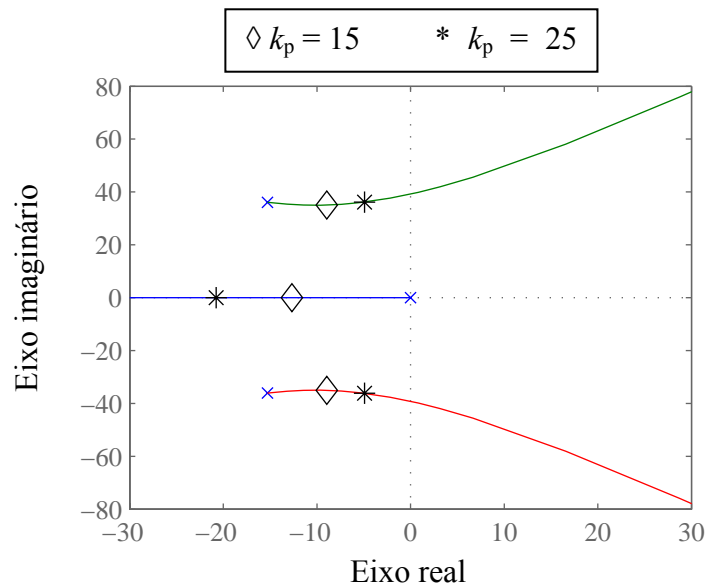


Fig. 138 – Lugar de raízes do sistema controlado proporcionalmente,  $M=M_{\min}$

Para ajustar o valor do ganho proporcional  $k_p$ , utilizou-se o procedimento proposto por Ziegler-Nichols [14]. O ganho foi experimentalmente aumentado até o sistema chegar ao limiar da estabilidade ( $k_{pcr} \approx 40 \text{ Vm}^{-1}$ ) tendo sido, de seguida, progressivamente diminuído até valores próximos de  $k_p \approx 20 \text{ Vm}^{-1}$  (o valor que garante uma margem de ganho de sensivelmente 6 dB). Uma vez que os resultados obtidos com  $k_p = 20 \text{ Vm}^{-1}$  não foram satisfatórios (alguma sobrelevação e erro de posicionamento de  $\pm 4 \text{ mm}$ ), testaram-se mais dois valores de ganho: um valor “alto”  $k_p = 25 \text{ Vm}^{-1}$  e um valor “baixo”  $k_p = 15 \text{ Vm}^{-1}$ . Constatou-se que para valores baixos o erro de posicionamento é bastante elevado (aproximadamente  $\pm 5 \text{ mm}$ , como se pode constatar na Fig. 139) e para valores elevados o erro é menor (aproximadamente  $\pm 3 \text{ mm}$ ) mas o comportamento do sistema apresenta um *overshoot* excessivo – Fig. 140.

Para além destes resultados fracos, o controlador proporcional apresenta um outro aspecto negativo, que consiste no facto de o pistão se movimentar em pequenos degraus mesmo quando a referência de posição é constante. No gráfico superior da Fig. 140 apresenta-se uma destas situações. Este fenómeno, altamente indesejável, será justificado mais à frente. Conclui-se assim que não é possível, utilizando um controlador proporcional, obter resultados satisfatórios, pelo que é necessário recorrer a um controlador mais evoluído.

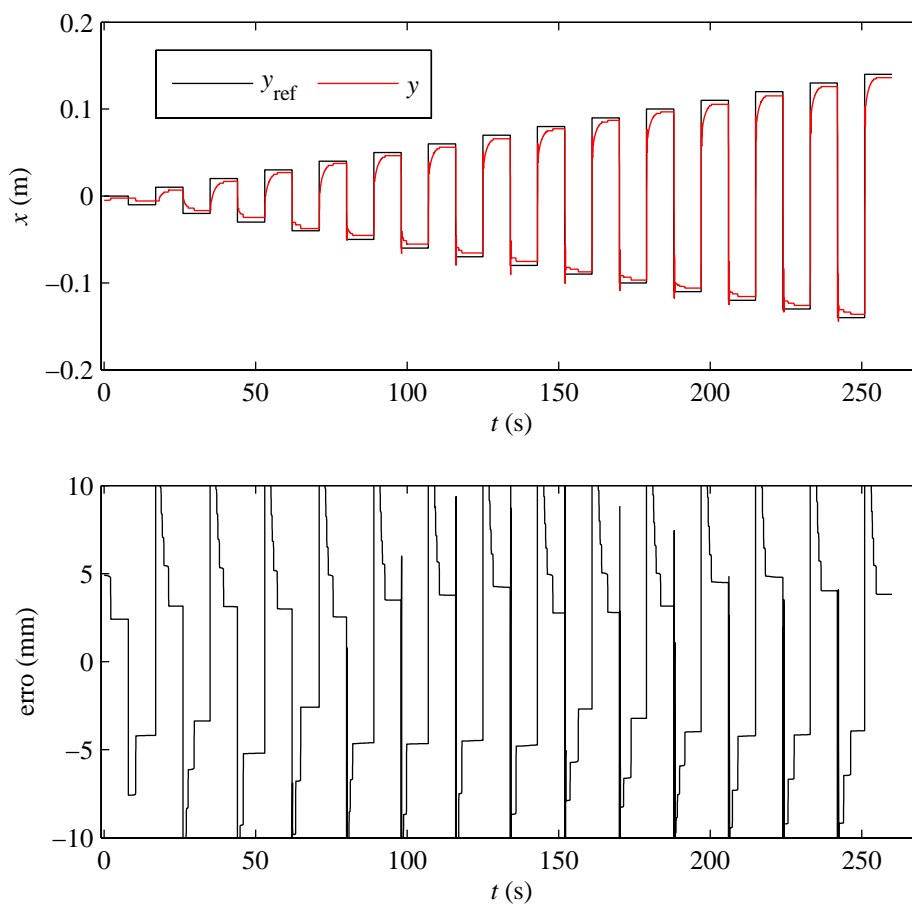


Fig. 139 – Resultados de posicionamento com  $k_p=15 \text{ Vm}^{-1}$

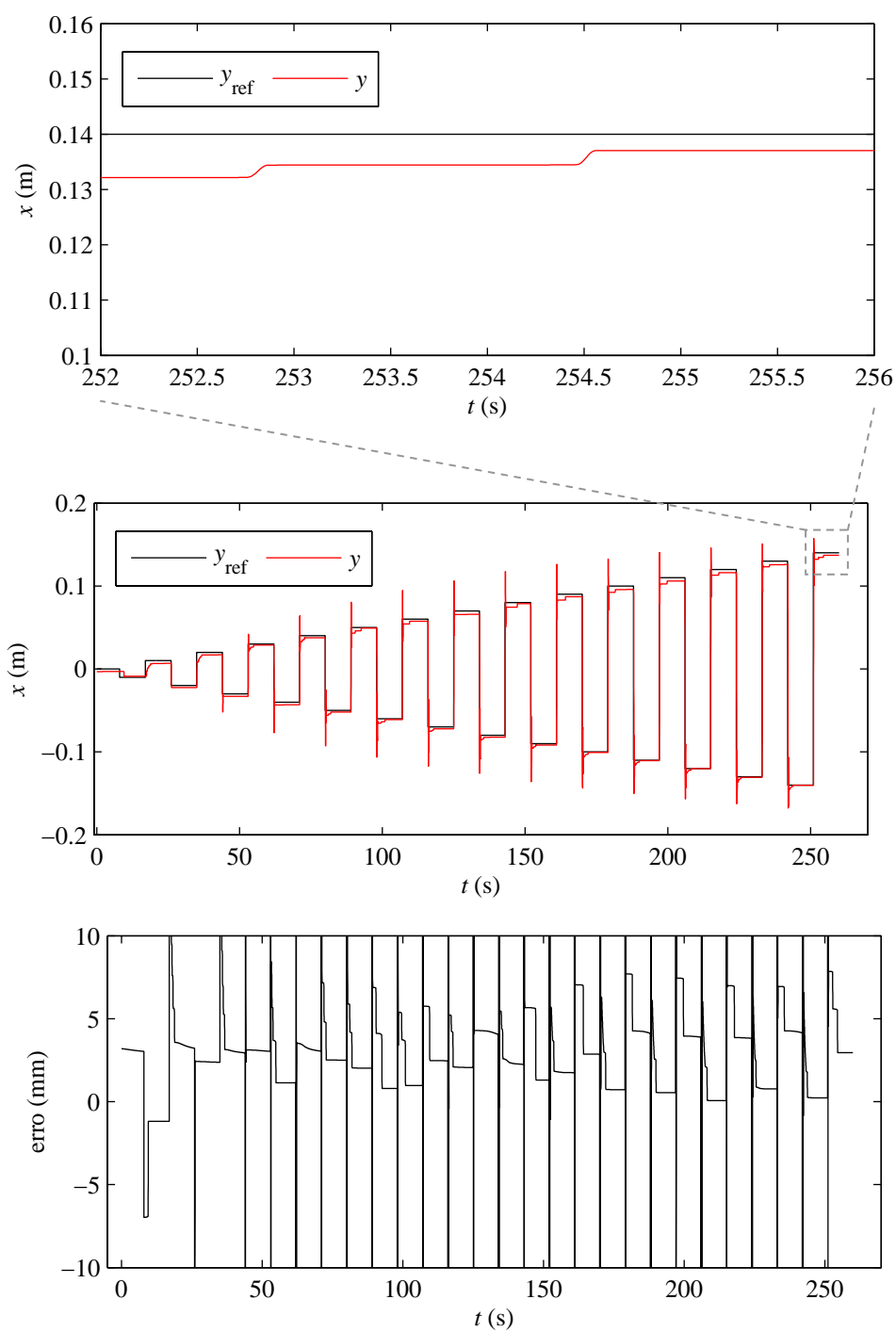


Fig. 140 – Resultados de posicionamento com  $k_p=25 \text{ Vm}^{-1}$

### 4.2.2 Controlador PID

O estudo do controlador PID reveste-se da maior importância uma vez que se trata de um controlador linear de referência. Um PID actua sobre o erro ( $e$ ) entre o sinal de referência e o sinal desejado através de três acções: acção proporcional ( $k_{PID}e$ ), acção derivativa ( $k_{PID} \dot{e}T_d$ ) e acção integral ( $k_{PID} / T_{int} \int_0^t edt$ ) – ver Fig. 141 e equação (248).

$$u = k_{PID} \left( e + \frac{1}{T_{int}} \int_0^t edt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (248)$$

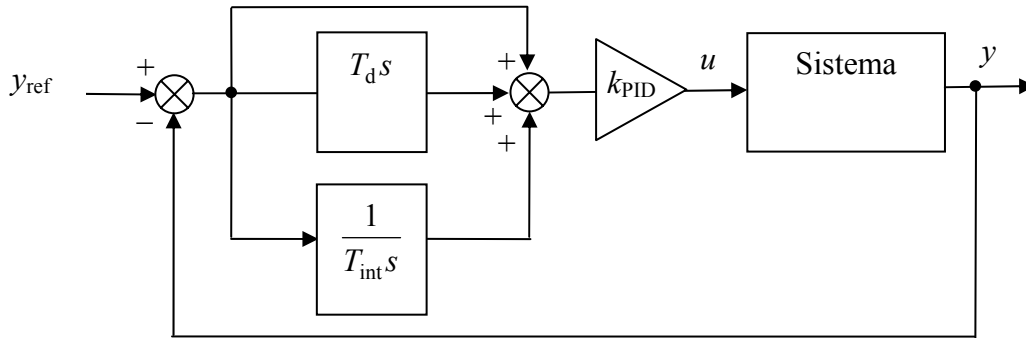


Fig. 141 – Sistema controlado por controlador PID

A acção proporcional e derivativa (PD) pode ser interpretada, num determinado instante de tempo  $t$ , como uma acção proporcional ao valor previsto do erro em  $t+T_d$ . De facto, a expansão em série de Taylor de  $e(t+T_d)$  resulta em:

$$e(t + T_d) \approx T_d \frac{de(t)}{dt} + e(t) \quad (249)$$

A acção de controlo PD pode ser, desta forma, interpretada como uma correcção antecipada do erro, contribuindo assim para um aumento da estabilidade do sistema [81]. A acção integral, por seu turno, tem como objectivo principal eliminar o erro estacionário do sistema; para exemplificar esta afirmação, considere-se por redução ao absurdo que o sistema da Fig. 141 está em regime estacionário. Nessa situação, por



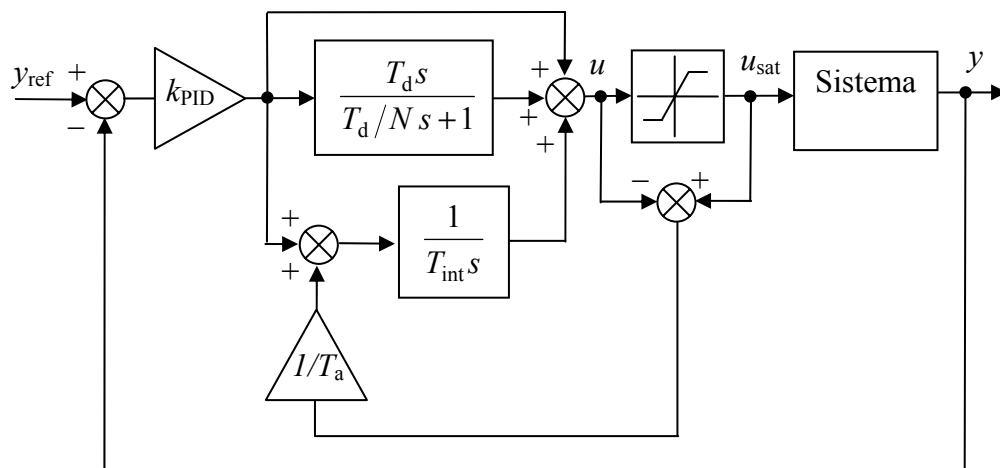
definição de regime estacionário, a acção de controlo e o erro,  $e_0$ , também são constantes. No entanto, a acção de controlo calculada com a equação (248) nessa situação seria de  $u_0 = k_{\text{PID}}(e_0 + e_0/T_{\text{int}} t)$ , o que contradiz o pressuposto de acção de controlo constante. Conclui-se assim que a única situação em que se atinge regime estacionário é quando  $e_0 = 0$ , pois a acção de controlo só é constante nessa situação; desta forma, a acção integral elimina o erro estacionário do sistema.

No trabalho presente utilizou-se uma versão ligeiramente alterada da equação (248) para limitar o ganho da acção derivativa. De facto, considere-se que existe um ruído de medição  $n$  do tipo  $n = a \sin(\omega t)$ . A acção derivativa sobre este ruído será de  $u = k_{\text{PID}} T_d (dn/dt) = a k_{\text{PID}} T_d \omega \cos(\omega t)$ . Desta forma, a amplitude do sinal de controlo depende linearmente da frequência e pode, assim, tomar valores excessivos caso a frequência do ruído seja elevada. Para reduzir este problema é prática comum filtrar o termo derivativo ideal  $k_{\text{PID}} T_d (de/dt)$  por um filtro passa baixo de constante de tempo  $T_d/N$ , em que  $N$  é uma constante que tipicamente toma valores entre 8 a 20 [81]. Desta forma a acção de controlo implementada é dada pela equação (250), escrita no domínio de Laplace. É de realçar que existem muitas formulações de controladores PID distintas da que foi utilizada neste trabalho (ver por exemplo [14] ou [81]).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_{\text{PID}} \left( 1 + \frac{1}{T_{\text{int}} s} + \frac{T_d s}{(T_d/N)s + 1} \right) \quad (250)$$

Na implementação do controlador foi introduzido um mecanismo *anti-windup* de forma a evitar a integração do erro quando a acção de controlo satura. Esse mecanismo compara a acção de controlo fornecida pelo PID ( $u$ ) com o valor de  $u$  limitado pelo valor máximo permitido pelo sistema ( $u_{\text{sat}}$ ): se essa diferença for negativa, então o sistema estará a saturar no limite superior pelo que a entrada para o integrador é reduzida por um factor  $(u_{\text{sat}} - u)/T_a$ . Um raciocínio semelhante pode ser efectuado quando a diferença  $(u_{\text{sat}} - u)$  é positiva. Naturalmente que, quando não há saturação, o termo  $(u_{\text{sat}} - u)$  é nulo. A Fig. 142 apresenta o controlador PID implementado neste trabalho.

Os parâmetros do controlador PID foram ajustados segundo as regras de Ziegler-Nichols. O valor de  $T_a$  foi ajustado experimentalmente. Os parâmetros finais do controlador ajustado para o sistema com massa mínima são apresentados na Tabela 30.

Fig. 142 – Sistema controlado por PID com derivada filtrada e *anti-windup*

Nos ensaios de posicionamento realizados com este controlador verificou-se que surge um ciclo-limite na resposta, tal como exemplificado na Fig. 143. Apesar de inúmeras tentativas de afinação dos parâmetros, não foi possível eliminá-lo, pelo que se procedeu ao estudo das suas causas.

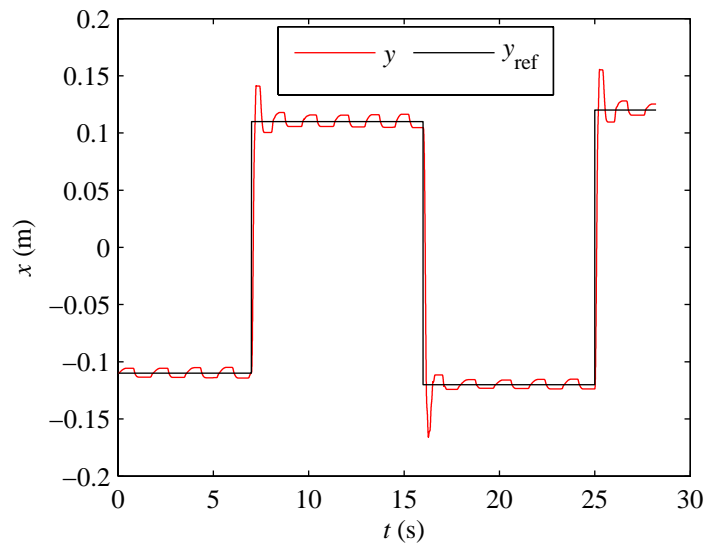


Fig. 143 – Ciclo-limite na resposta ao degrau do controlador PID

Tabela 30 – Parâmetros utilizados no controlador PID

Parâmetro	$k_{PID} \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$T_{int} \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$T_d \text{ (s)}$	$T_a \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$N$
Valor	25.2	0.08	0.02	0.2	10

Um ciclo-limite pode ser originado por não-linearidades no sistema, pelo que a teoria de controlo linear não é aplicável. A sua análise e previsão podem ser feitas utilizando *funções descritivas* [82]. As funções descritivas podem ser aplicadas a sistemas como os apresentados na Fig. 144, ou seja, em sistemas que podem ser descritos por um elemento não linear e invariante no tempo  $w = f(e)$  em série com um elemento linear  $G(s)$ .

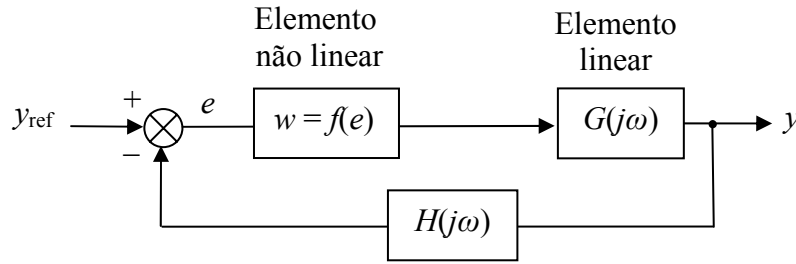


Fig. 144 – Sistema não linear

As funções descritivas são uma extensão ao domínio não linear das técnicas de resposta em frequência. Para as determinar aplica-se uma entrada sinusoidal ao elemento não linear e aproxima-se a saída apenas pelo seu primeiro harmónico – ver Fig. 145. A razão entre o primeiro harmónico da saída e a sinusóide de entrada é definida como a função descritiva do elemento não linear. Uma vez que grande parte dos sistemas físicos se comporta como um filtro passa-baixo, é de esperar que os harmónicos desprezados, de frequências elevadas, sejam filtrados pelo sistema. Assim sendo, esta aproximação não acarretará erros significativos.

O elemento não linear pode ser assim substituído pela sua função descritiva  $G_d(Am, \omega)$  quando a entrada é um sinal sinusoidal. Desta forma, as técnicas de resposta em frequência dos sistemas lineares podem ser aplicadas, nomeadamente o critério de Nyquist [82], que prevê instabilidade quando a equação característica do sistema da Fig. 144 for igual a zero:

$$G_d(Am, \omega)G(j\omega)H(j\omega) + 1 = 0 \Rightarrow G(j\omega)H(j\omega) = -\frac{1}{G_d(Am, \omega)} \quad (251)$$

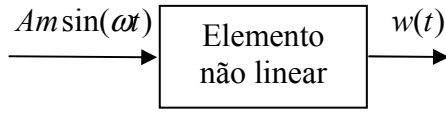
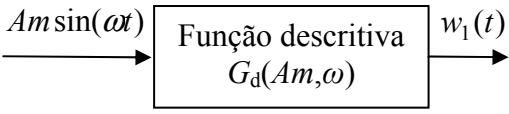
Descrição exacta (expansão em série Fourier)	Descrição aproximada (1º harmónico da expansão em série Fourier)
 $w(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$ $a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) d(\omega t)$ $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \cos(n\omega t) d(\omega t)$ $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \sin(n\omega t) d(\omega t)$	 $w_1(t) \approx w(t) = a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)$ $a_0 = 0 \text{ (se o elemento não linear for ímpar)}$ $a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \cos(\omega t) d(\omega t)$ $b_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} w(t) \sin(\omega t) d(\omega t)$

Fig. 145 – Função descritiva: descrição exacta e aproximada por funções descritivas

No caso em estudo, a não linearidade predominante é devida ao atrito nos vedantes do pistão e da haste, pelo que foi procurada uma função descritiva capaz de a descrever. Merritt [83] considera um modelo de atrito que inclui uma componente de Coulomb ( $F_{cb}$ ) e uma componente de atrito estático ( $F_s$ ), tal como apresentado no modelo da Fig. 146. Este modelo, apesar de diferente do adoptado para controlo (que se baseia em redes neuronais artificiais), pode ser considerado como uma boa aproximação do atrito real quando as velocidades e acelerações são baixas, como acontece durante a ocorrência de ciclos limite. Para determinar o valor de  $F_s$  e de  $F_{cb}$  utilizaram-se os parâmetros que foram identificados para o modelo de Karnopp no início do capítulo 3. De facto, o modelo da Fig. 146 é idêntico ao modelo de Karnopp simétrico, com  $\dot{x}_{\min} = 0$  (cf. Fig. 80). Como não se encontrou um efeito de Stribeck significativo, considera-se que  $F_s = F_{cb} = 21 \text{ N}$ .

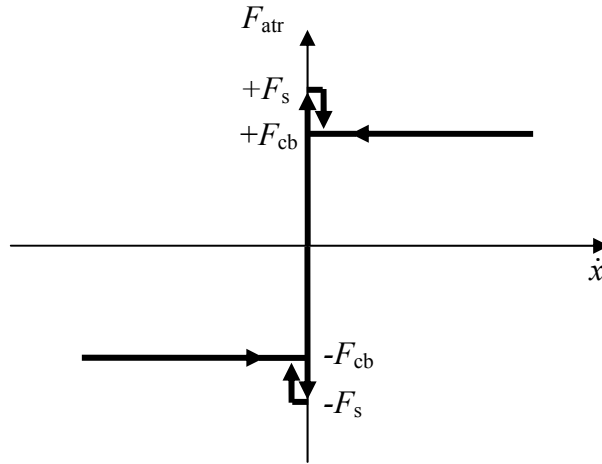


Fig. 146 – Modelo da componente não linear da força de atrito para determinação de função descritiva

Segundo Merritt [83], existem três funções descritivas para a não linearidade provocada pela força de atrito não viscosa, consoante o tipo de forças predominantes: forças elásticas, viscosas ou inerciais. No caso em análise, durante a ocorrência de um ciclo limite, as forças predominantes não são nem inerciais (baixas acelerações e massa) nem são viscosas (a componente principal do atrito é a estática). É lógico portanto assumir que a força disponível é predominantemente transmitida para forças elásticas devidas à compressibilidade do ar em cada câmara. A função descritiva para esta situação é apenas função da amplitude do sinal de entrada ( $Am$ ) e é dada por [83]:

$$G_d(Am) = G_d = \left[ \left( \frac{c_1}{Am} \right)^2 + \left( \frac{c_2}{Am} \right)^2 \right]^{1/2} \angle \tan^{-1} \left( \frac{c_1}{c_2} \right) \quad (252)$$

sendo os coeficientes  $c_1$  e  $c_2$  dados por:

$$c_1 = \frac{Am}{\pi} \left[ 4 \left( \frac{F_{cb}}{Am} \right)^2 \left( 1 + \frac{F_s}{F_{cb}} \right) - 4 \frac{F_{cb}}{Am} - \left( \frac{F_{cb}}{Am} \right)^2 \left( 1 + \frac{F_s}{F_{cb}} \right)^2 \right]$$

$$c_2 = \frac{Am}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \left( 1 - \frac{F_{cb}}{Am} \left( 1 + \frac{F_s}{F_{cb}} \right) \right) + \left( 1 - \frac{F_{cb}}{Am} \left( 3 - \frac{F_s}{F_{cb}} \right) \right) \left( \frac{2F_{cb}}{Am} \left( 1 + \frac{F_s}{F_{cb}} \right) - \left( \frac{F_{cb}}{Am} \right)^2 \left( 1 + \frac{F_s}{F_{cb}} \right)^2 \right)^{1/2} \right]$$

A função descritiva (252) é deduzida com base num sistema massa+mola, como representado na Fig. 147 a), onde as forças de inércia devidas à massa  $M_a$  são desprezáveis face às forças elásticas e de atrito presentes. A equação de movimento para este modelo simplificado é dado por:

$$\underbrace{Kx_1}_{F_{\text{elásticas}} + F_{\text{atrito}}} = \underbrace{Kx}_{F_{\text{elásticas}}} + \underbrace{F_{\text{atr}}}_{F_{\text{atrito}}} \quad (253)$$

O diagrama de blocos correspondente à equação (253) encontra-se representado na Fig. 147 b)\*. Esta figura evidencia que a função descritiva (252) tem de ser aplicada à soma dos termos da força elástica e de atrito não linear do sistema. É assim necessário incluir a componente não linear da força de atrito no modelo obtido na secção 4.1 e, de seguida, manipulá-lo algebricamente de forma destacar esses dois termos.

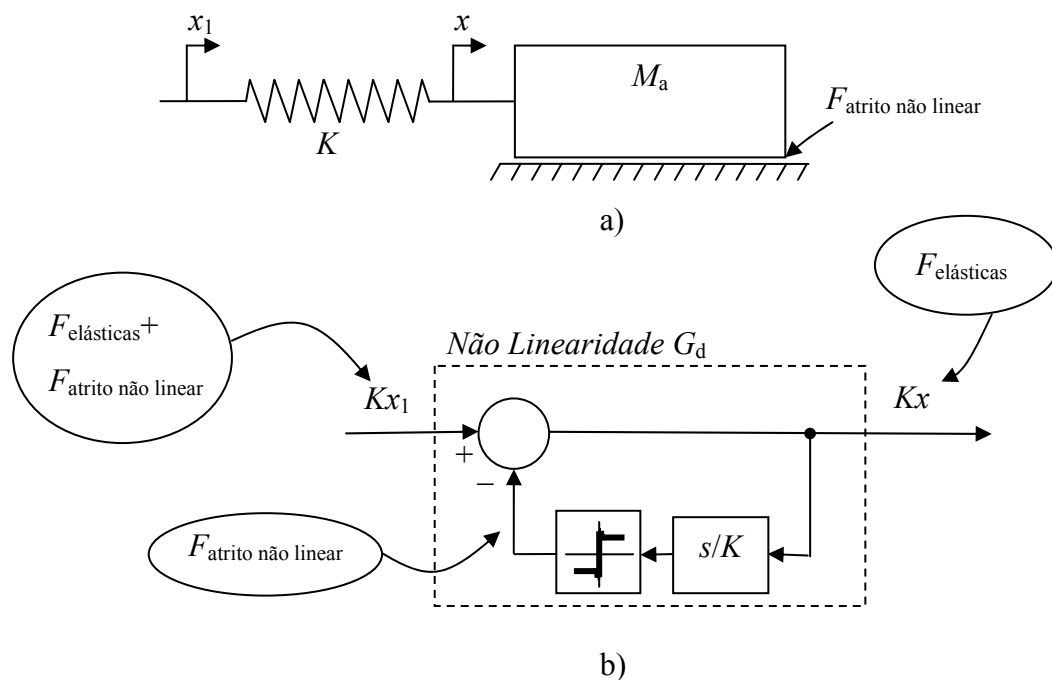


Fig. 147 – a) Sistema massa+mola; b) Não linearidade  $G_d$

\* É de realçar que não se pode aplicar o operador de Laplace  $s$  na Fig. 147 pois no diagrama de blocos o termo  $F_{\text{atr}}$  é não linear; no entanto, por questões de simplicidade, optou-se por cometer um ligeiro abuso de notação representando o operador  $d/dt$  por  $s$ .

Considere-se a equação (240) da secção 4.1.3, com  $\delta u_A$  substituído por  $u$  e  $x$  por  $y$ :

$$\ddot{y} = \frac{1}{M} \left[ - \left( \frac{k_a}{\tau_m} - A_A \psi_A + A_B \psi_B \right) \dot{y} - \left( \frac{M}{\tau_m} + k_a \right) \ddot{y} + \left( \frac{A_A \mathcal{RT}_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{A_B \mathcal{RT}_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \right) u - \dot{F}_{\text{ext}} - \frac{1}{\tau_m} F_{\text{ext}} \right] \quad (254)$$

Para incluir no modelo linear a componente não linear da força de atrito, utiliza-se a parcela correspondente à força externa que surge na equação (254). No caso em estudo a componente não linear da força de atrito tem apenas a componente de Coulomb,

$$F_{\text{atr}} = F_{\text{cb}} \text{sign}(\dot{y}) \quad (255)$$

Substituindo  $F_{\text{ext}} = F_{\text{atr}}$  na equação (254) e reorganizando os termos obtém-se, no domínio de Laplace, a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} (MY(s)s^2 + k_a Y(s)s) \frac{\tau_m s + 1}{\tau_m s} &= (A_A \psi_A - A_B \psi_B) Y(s) \\ &+ \left( \frac{A_A \mathcal{RT}_{A0}}{V_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{A_B \mathcal{RT}_{B0}}{V_{B0}} G_{uB}|_0 \right) \frac{1}{s} U(s) - F_{\text{atr}} - \frac{1}{s \tau_m} F_{\text{atr}} \end{aligned} \quad (256)$$

Relembrando que  $k_{\text{lin}} \omega_n^2 = \frac{A_A \mathcal{RT}_{A0}}{MV_{A0}} G_{uA}|_0 + \frac{A_B \mathcal{RT}_{B0}}{MV_{B0}} G_{uB}|_0$ , é possível escrever a equação (256) numa forma mais simples:

$$\begin{aligned} \underbrace{Mk_{\text{lin}} \omega_n^2 \frac{1}{s} U(s)}_{\text{termos relativos ao caudal mássico}} &- \left( \underbrace{MY(s)s^2}_{\text{termos inerciais}} + \underbrace{k_a Y(s)s}_{\text{termos viscosos}} \right) \left( 1 + \frac{1}{\tau_m s} \right) \\ &= \underbrace{(-A_A \psi_A + A_B \psi_B) Y(s)}_{\text{termos de rigidez } K} + F_{\text{atr}} + \frac{1}{s \tau_m} F_{\text{atr}} \end{aligned} \quad (257)$$





A função de transferência do sistema da Fig. 148 é dada por:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Mk_{\text{lin}}\omega_n^2}{s} \frac{G_d/K}{1 + \frac{G_d}{K}(Ms^2 + k_a s) \left(1 + \frac{1}{\tau_m s}\right)} \quad (260)$$

que pode ser reescrita como\*

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Mk_{\text{lin}}\omega_n^2}{Ms^3 + \left(\frac{M}{\tau_m} + k_a\right)s^2 + \left(\frac{K}{G_d} + \frac{k_a}{\tau_m}\right)s} \quad (261)$$

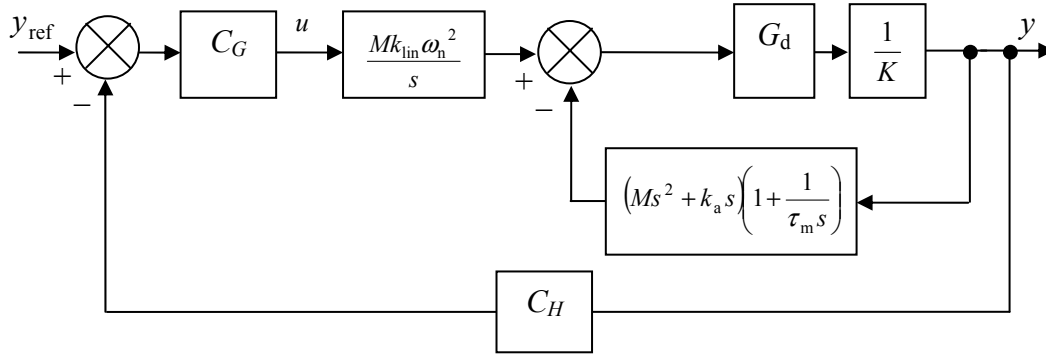
Registe-se que impondo  $G_d = 1$  na equação (262), ou seja, não considerando a não linearidade devida à força de atrito, obtém-se a função de transferência do modelo linearizado de 3ª ordem (cf. equação (247)).

Quando o sistema da Fig. 148 é controlado por um controlador  $C$  cuja função de transferência no ramo directo é dada por  $C_G$  e no ramo de realimentação por  $C_H$  – ver Fig. 149 – a função de transferência em malha fechada é dada por:

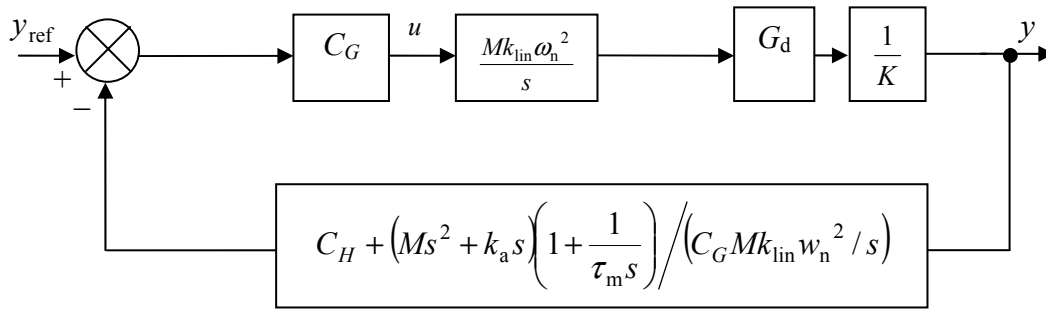
$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{ref}}(s)} = \frac{Mk_{\text{lin}}\omega_n^2 C_G}{s \left( Ms^2 + \left( \frac{M}{\tau_m} + k_a \right) s + \frac{K}{G_d} + \frac{k_a}{\tau_m} \right) + Mk_{\text{lin}}\omega_n^2 C_G C_H} \quad (262)$$

---

\* Assume-se que  $G_d \neq 0$ .

Fig. 149 – Sistema da Fig. 148 controlado por  $C$ 

Após algumas manipulações no diagrama de blocos da Fig. 149, é possível chegar-se a um diagrama de blocos com a mesma estrutura que o representado na Fig. 144

Fig. 150 – Sistema da Fig. 148 controlado por  $C$  (diagrama de blocos reorganizado)

Do diagrama de blocos da Fig. 149 pode-se retirar a expressão que permite a detecção de ciclos limite:

$$\frac{M\tau_m s^3 + (M + k_a\tau_m)s^2 + k_a s + C_G C_H M k_{lin} \omega_n^2 \tau_m}{K \tau_m s} = -\frac{1}{G_d} \quad (263)$$

Para o controlador PID,  $C_H=1$  e  $C_G$  é dada por:

$$C_G = k_{PID} \frac{(T_d / N + T_d)s^2 + (1 + T_d / T_{int} / N)s + 1 / T_{int}}{(T_d / N)s^2 + s} \quad (264)$$

Substituindo os valores obtidos na identificação do modelo linear (ver Tabela 29) e os parâmetros do PID (Tabela 30) na equação (263) resulta a seguinte expressão:

$$\frac{s^5 + 530.6s^4 + 1.548 \times 10^4 s^3 + 4.043 \times 10^5 s^2 + 1.429 \times 10^7 s + 1.743 \times 10^8}{1338 s^3 + 6.6914 \times 10^5 s^2} = -\frac{1}{G_d} \quad (265)$$

A Fig. 151 apresenta o diagrama de Nyquist de ambos os membros da equação (265). Constatase que há cruzamento entre as duas curvas, pelo que se conclui que a força de atrito provoca de facto um ciclo limite.

Pelo critério de estabilidade de Nyquist,  $Z = N + P$ , em que  $Z$  é o número de pólos de malha fechada instáveis,  $N$  é o número de envolvimentos do ponto  $-1+j0$  no sentido horário e  $P$  o número de pólos de malha aberta instáveis [14]. No critério de Nyquist estendido [82], o ponto  $-1+j0$  é substituído por pontos da função descritiva. Considere-se o ponto de teste  $T_1$  da Fig. 151. Este ponto não é envolvido nenhuma vez no sentido horário, logo  $N = 0$ . Como  $P = 0$ , pois o membro esquerdo da equação (265) não tem pólos instáveis,  $Z = 0$  e logo  $T_1$  é estável: a amplitude da oscilação decrescerá em direcção ao ponto de intersecção das duas curvas. Considere-se agora o ponto de teste  $T_2$  da Fig. 151. Este ponto é envolvido uma vez no sentido horário, pelo que  $N = 1$ . Como  $P = 0$ ,  $Z = 1$ , logo  $T_2$  é instável e a amplitude da oscilação tenderá a subir em direcção ao ponto de intersecção das duas curvas. Finalmente, como o raciocínio feito para  $T_1$  e  $T_2$  pode ser feito para qualquer ponto acima e abaixo, respectivamente, do ponto de intersecção da função descritiva com o diagrama de Nyquist, conclui-se que o ciclo limite é estável.

Importa referir que a amplitude e frequência do ciclo limite podem não ser correctamente previstas pelas funções descritivas [82]. No entanto, esta imprecisão não é relevante para os propósitos deste trabalho. O que poderia ser relevante diz respeito a situações em que a função descritiva prevê a ocorrência de um ciclo limite mas de facto ele não existe ou *vice-versa*. No entanto, é possível verificar que qualquer que seja a afinação dos parâmetros PID, o diagrama de Nyquist do membro esquerdo da equação (265) passa à direita do ponto  $-1+j0$  pois caso contrário o sistema controlado seria instável. Desta forma, aceitando-se como correcta a função descritiva (252), é inevitável a ocorrência de um ciclo limite. Conclui-se assim que o controlador PID, quando

aplicado ao sistema servopneumático em estudo, não apresenta um comportamento satisfatório.

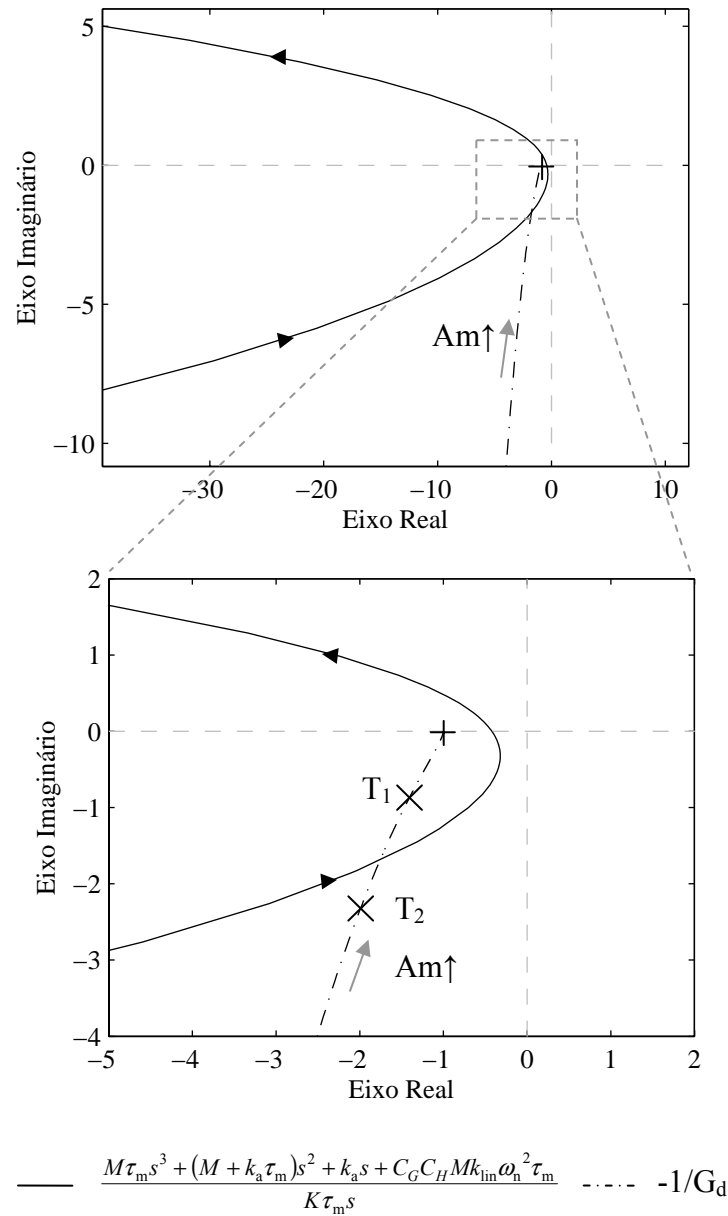


Fig. 151 – Detecção de ciclo limite utilizando funções descritivas e diagrama de Nyquist: controlador PID

### 4.2.3 Controlador por retorno de estado

O controlador por retorno de estado (RE) exige, contrariamente aos dois anteriores, a medição/observação do vector de estado do sistema. Pode ser, desta forma, um controlador mais exigente do ponto de vista da instrumentação necessária, com o consequente aumento de custo. Existem diversas variantes do controlador por retorno de estado, nomeadamente a que utiliza ganhos variáveis para compensar as não linearidades do sistema. A título de exemplo, em [6] efectua-se a síntese de um controlador por retorno de estado com ganhos variáveis em função da posição do cilindro. No entanto, neste trabalho utilizar-se-á apenas a versão mais simples com ganhos constantes, que está amplamente descrita na literatura de controlo de sistemas (ver por exemplo, [14] ou [84]).

#### 4.2.3.1 Controlador por retorno de estado sem acção integral

Genericamente, um controlador por retorno de estado sem acção integral permite obter erro nulo em regime permanente a referências constantes quando se reúnem as seguintes condições: o sistema é do tipo 1, a variável de saída coincide com a primeira componente do vector de estado e não existem forças exteriores [14]. No caso presente, e apesar de estas condições serem verificadas, será de esperar algum erro estacionário, visto que existe uma força de atrito estático.

A síntese deste controlador será feita com base no modelo linearizado de 3ª ordem que foi identificado na secção 4.1.4 (sistema com a massa mínima). Numa representação em espaço de estados, este sistema pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\tag{266}$$

em que as matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  são dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1536.6 & -30.6 \end{bmatrix} \quad (267)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1106.4 \end{bmatrix} \quad (268)$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (269)$$

Para seguimento de uma referência  $y_{\text{ref}}(t)$ , a acção de controlo do controlador por retorno de estado é dada por:

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_1 y_{\text{ref}} \quad (270)$$

em que o vector de ganhos  $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3]$  é calculado de forma a impor a resposta do sistema em malha fechada por um processo clássico de colocação de pólos. É assim necessário determinar o vector de ganhos  $\mathbf{K}$  que impõe à equação característica (271) os pólos desejados.

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}| = 0 \quad (271)$$

Existem diversas opções no que respeita à colocação de pólos (ver por exemplo [6]). No caso do trabalho presente, impôs-se uma dinâmica em malha fechada idêntica à de um filtro de Bessel com frequência característica  $\omega_{\text{RE}}$ . Esta opção justifica-se pelo facto de a fase do filtro de Bessel variar de forma aproximadamente constante com a frequência. Consegue-se assim que a resposta do sistema apresente um atraso temporal constante no seguimento de trajectórias. A Fig. 152 apresenta a resposta ao degrau de um filtro de Bessel com  $\omega_{\text{RE}} = 60$  rad/s.

Os melhores resultados experimentais com a massa mínima ( $M_{\text{min}}=2.69\text{Kg}$ ) foram obtidos com  $\omega_{\text{RE}} = 60$  rad/s. A Fig. 153 apresenta uma parte dos resultados de posicionamento obtidos com este controlador.

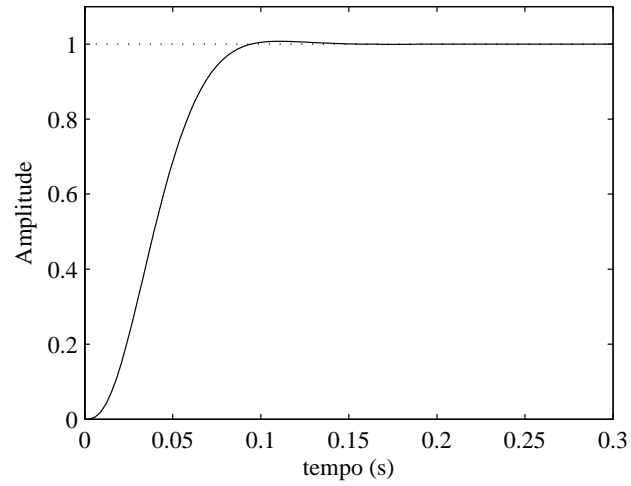


Fig. 152 – Resposta ao degrau de um filtro de Bessel com  $\omega_{RE} = 60$  rad/s

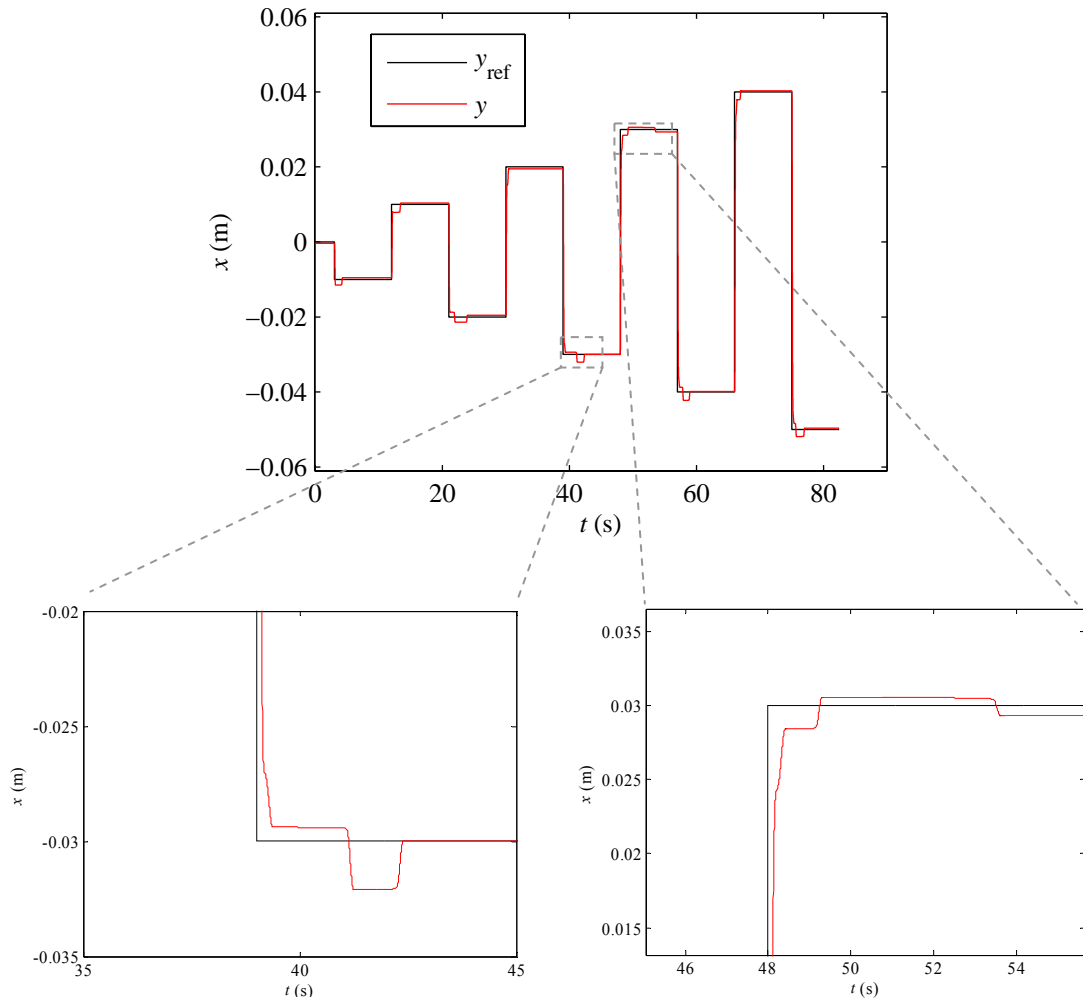


Fig. 153 – Resultados de posicionamento do controlador por retorno de estado,  $M_{min}$ ,  $\omega_{RE} = 60$  rad/s

Como se pode observar na Fig. 153, no controlador por retorno de estado a resposta ao degrau é por vezes estranha no sentido em que o pistão pára numa determinada posição próxima da referência mas depois, sem que aparentemente nada o justifique, descola e volta a colar numa outra posição, que pode inclusivamente conduzir a um erro estático maior (como por exemplo na situação do gráfico inferior direito na Fig. 153). Uma situação semelhante tinha já sido detectada com o controlador proporcional. Foram testadas inúmeras afinações do controlador para tentar eliminar este efeito; no entanto, qualquer que seja a afinação, uma situação de descolamento idêntica à apresentada na Fig. 153 acaba por ocorrer. Uma vez que este fenómeno se assemelha a um ciclo limite, empregou-se a metodologia das funções descritivas para o procurar explicar.

Com o controlador por retorno de estado, o sistema pode ser representado como na Fig. 154.

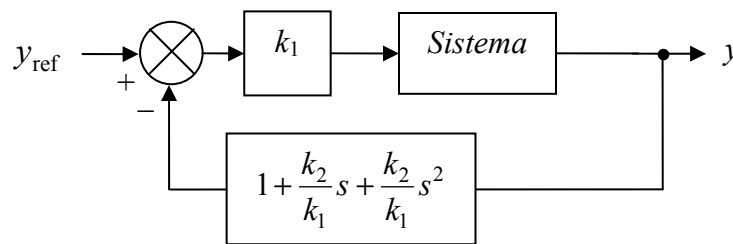


Fig. 154 – Controlador por retorno de estado: representação em diagrama de blocos

Desta forma, as funções de transferência  $C_G$  e  $C_H$  são dadas por:

$$C_G = k_1 \quad (272)$$

$$C_H = 1 + \frac{k_2}{k_1}s + \frac{k_3}{k_1}s^2 \quad (273)$$

Substituindo estas expressões na equação (263), é possível escrever a seguinte expressão:

$$\frac{s^3 + 146s^2 + 7.53 \times 10^3 s + 2.16 \times 10^5}{1.338 \times 10^3 s} = -\frac{1}{G_d} \quad (274)$$



Como se pode ver na Fig. 155, não há cruzamento entre os dois diagramas, pelo que a função descritiva utilizada não prevê, neste caso, a ocorrência de ciclo limite. Note-se que o cruzamento entre os dois diagramas não ocorrerá quaisquer que sejam os parâmetros do controlador visto que o ângulo da representação polar do membro esquerdo da equação (274) parte de  $-90^\circ$  e termina em  $+180^\circ$  e tem de passar à direita do ponto  $-1+j0$  caso contrário o sistema em malha fechada seria instável.

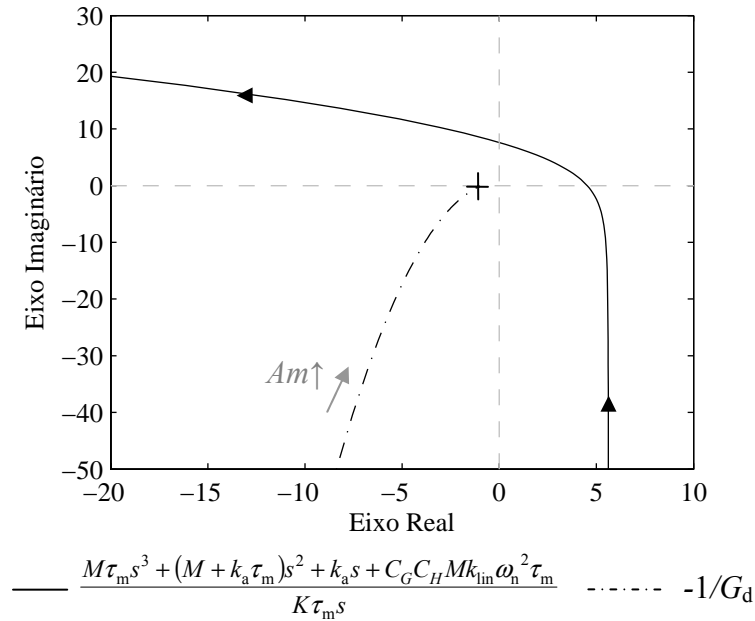


Fig. 155 – Função descritiva de atrito e diagrama de Nyquist para o sistema com controlador por retorno de estado

Para procurar perceber a causa deste fenómeno de descolamento, as pressões em cada câmara foram também analisadas. A Fig. 156 apresenta a evolução das pressões, da posição, da força disponível  $F_i$  (cf. equação (70)) e da acção de controlo  $u_A$ , obtidas experimentalmente durante um teste de posicionamento. O fenómeno de descolamento surge por duas vezes, nos instantes de tempo de aproximadamente 72.8s e 73.8s. Considere-se, a título exemplificativo, o primeiro descolamento: de 72.5 a 72.8 segundos a acção de controlo é constante visto que é dada por (270) e, nessa situação, existe equilíbrio mecânico ( $x$ ,  $\dot{x}$  e  $\ddot{x}$  são nulos). No entanto, as pressões nas câmaras A e B não estão em equilíbrio e a sua dinâmica provoca um aumento de  $F_i$ . Quando  $F_i$  vence a força de atrito estático, ( $t \approx 72.8s$ ) o pistão move-se.

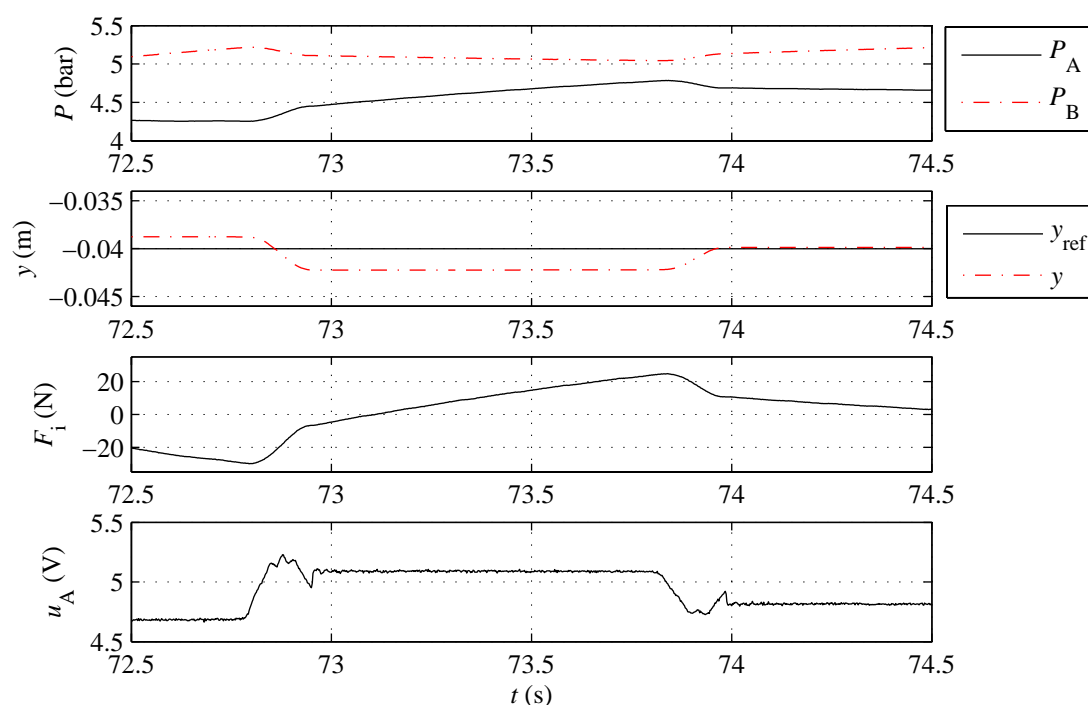


Fig. 156 – Evolução das pressões, posição, força disponível e acção de controlo durante um descolamento do pistão

A justificação para esta dinâmica de pressões foi avançada recentemente em [9]: como quando o pistão se imobiliza a acção de controlo é constante, as pressões evoluem para os valores de equilíbrio das curvas de ganho de pressão das servoválvulas (cf. no Capítulo 2 e na secção 4.1). Se, nessa evolução,  $F_i$  ultrapassar a força de atrito estático, o pistão move-se. Note-se que este fenómeno de descolamento do pistão ocorrerá tantas mais vezes quanto menor for o atrito estático dos vedantes; para além disso, como a dinâmica das pressões depende do volume das câmaras, quanto mais assimétrico for o cilindro mais diferentes serão as constantes de tempo de pressão das duas câmaras e portanto maior será a probabilidade de ocorrência de descolamento do pistão. A explicação acima apresentada, que é extensível a qualquer controlador cuja acção de controlo seja constante durante o equilíbrio mecânico [9] (e portanto ao controlador proporcional), é de carácter meramente qualitativo; descrições mais detalhadas deste fenómeno podem ser encontradas em [6] ou em [9].

#### 4.2.3.2 Controlador por retorno de estado com acção integral

Foi finalmente testado um controlador por retorno de estado com acção integral (REI) [14]. O diagrama de blocos do sistema controlado pelo REI é apresentado na Fig. 157. Nesta figura, as matrizes **A**, **B** e **C** são dadas pelas equações (267) (268) e (269).

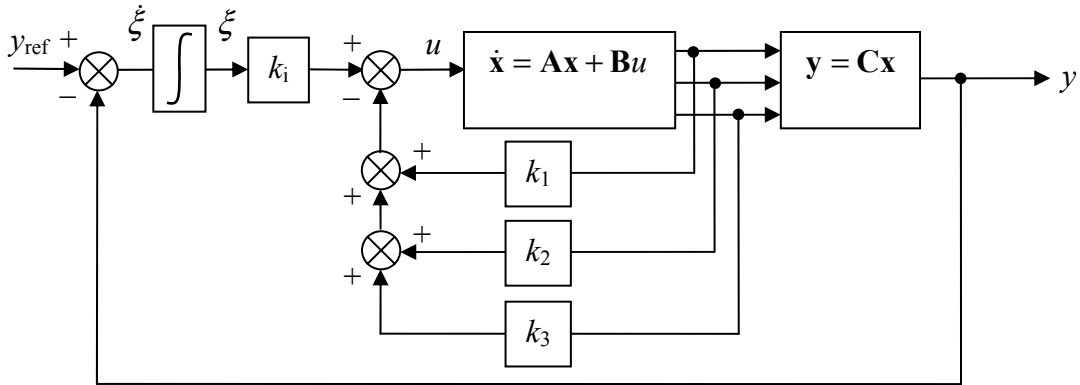


Fig. 157 – Controlador por retorno de estado com acção integral

A introdução do integrador no sistema provoca um aumento da sua ordem e o sistema aumentado passa a ser descrito por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix} y_{\text{ref}} \quad (275)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_i \xi$$

A equação característica deste sistema é dada por (276). Para que o sistema controlado se comporte como um filtro de Bessel com frequência  $\omega_{\text{RE}}=40$  rad/s, os coeficientes do controlador são  $k_i=2313.8$ ,  $k_1=185.2$ ,  $k_2=4.96$  e  $k_3=0.085$ .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K} & \mathbf{B}k_i \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (276)$$

Durante o teste deste controlador verificou-se a existência de um ciclo limite, tal como apresentado na Fig. 158.

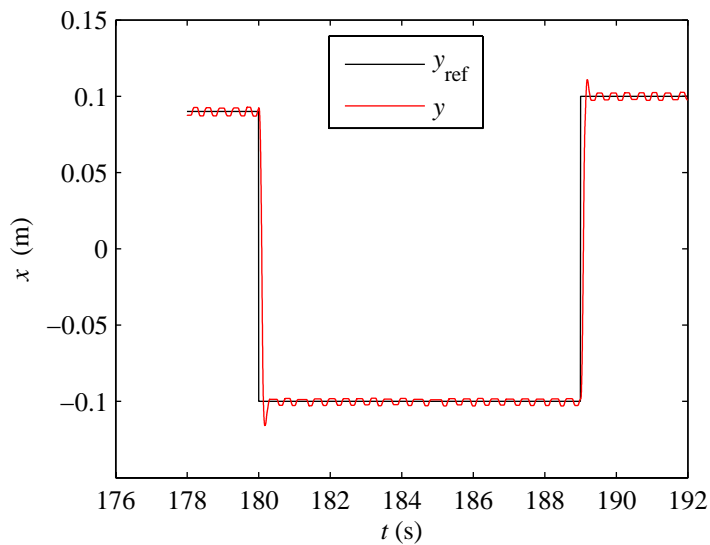


Fig. 158 – Ciclo limite no detectado no controlador REI

Para procurar compreender se este ciclo limite pode ser causado pelas forças de atrito, a metodologia de funções descritivas foi uma vez mais aplicada. O sistema controlado pelo REI pode ser expresso, utilizando funções de transferência, da forma apresentada na Fig. 159.

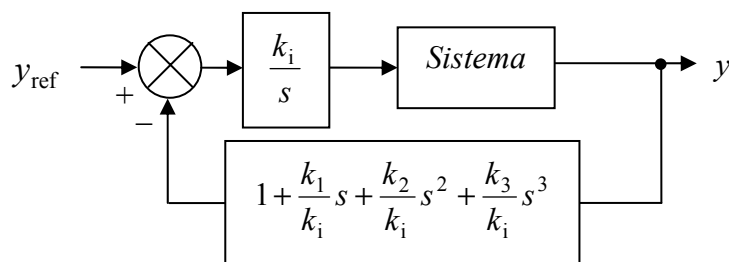


Fig. 159 – Controlador por retorno de estado com acção integral: diagrama de blocos

As funções  $C_G$  e  $C_H$  do controlador REI são dadas por:

$$C_G = \frac{k_i}{s} \quad (277)$$

$$C_H = 1 + \frac{k_1}{k_i}s + \frac{k_2}{k_i}s^2 + \frac{k_3}{k_i}s^3 \quad (278)$$

Substituindo os valores dos parâmetros do controlador e do sistema na equação (263), obtém-se a equação (279), que permite a detecção de ciclos limite.

$$\frac{s^4 + 124.9s^3 + 5685s^2 + 2.05 \times 10^5 s + 2.56 \times 10^6}{1338s^2} = -\frac{1}{G_d} \quad (279)$$

A Fig. 160 apresenta o diagrama de ambos os membros desta equação. Constatase que há cruzamento dos diagramas, indicando a presença de um ciclo limite. Uma vez que a equação (279) não tem pólos instáveis, a estabilidade do ciclo limite depende apenas do número de envoltimentos dos pontos de teste. Os pontos de teste na zona de amplitude crescente da função descritiva (por exemplo  $T_3$ ), não são envolvidos pelo diagrama de Nyquist, pelo que a amplitude da oscilação tenderá a decrescer e a dirigir-se ao ponto de intersecção dos dois diagramas. Já os pontos de teste como  $T_4$  são envolvidos pelo diagrama de Nyquist no sentido horário, pelo que a amplitude da oscilação nessa zona tenderá a aumentar e a dirigir-se ao ponto de intersecção dos dois diagramas. Desta forma, o ciclo limite é estável. Note-se ainda que como o diagrama de Nyquist parte de  $-180^\circ$  e termina em  $+180^\circ$ , e como novamente o diagrama de Nyquist não pode envolver o ponto  $-1+j0$ , a ocorrência de um ciclo limite é inevitável quaisquer que sejam os parâmetros do controlador.

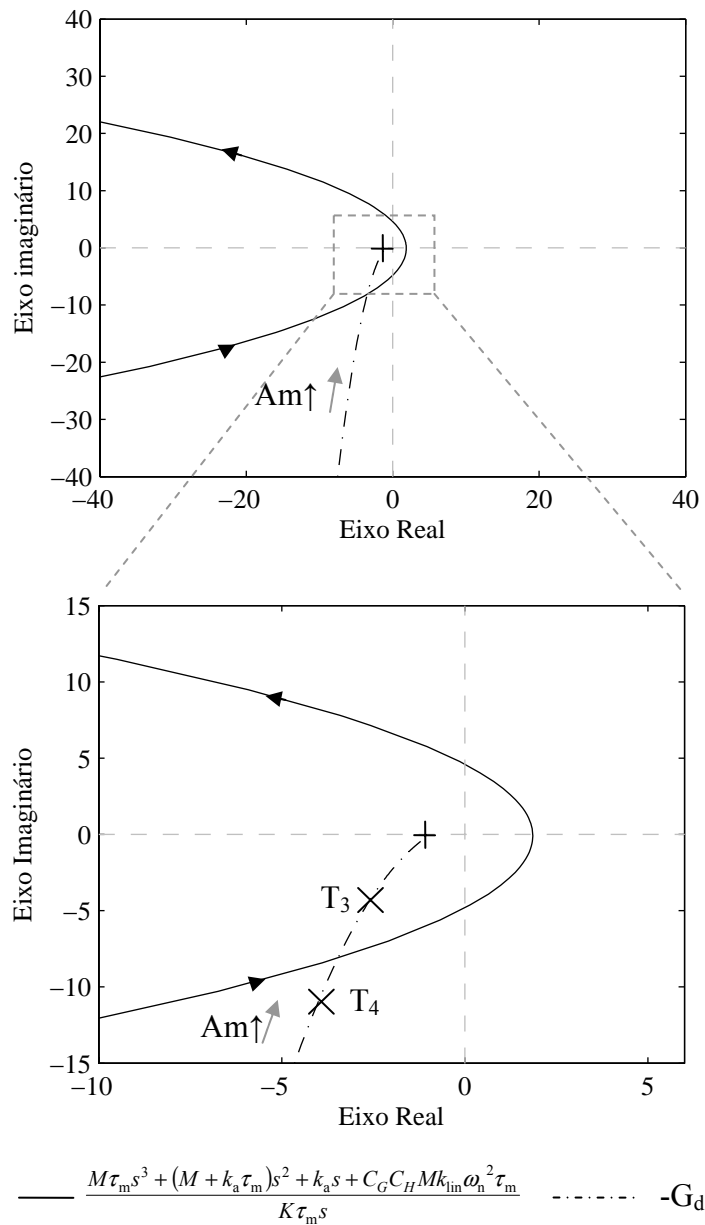


Fig. 160 – Detecção de ciclo limite utilizando funções descritivas e diagrama de Nyquist: controlador por retorno de estado integral

#### 4.3 Conclusões do capítulo 4

Este capítulo focou o controlo linear do sistema. Inicialmente foram desenvolvidos modelos linearizados do sistema, com base no modelo não linear de ordem reduzida apresentado na secção 3.6. De seguida, foram analisados e testados experimentalmente diversos controladores lineares.

Os resultados obtidos com estes controladores não foram satisfatórios, visto que surgiram oscilações indesejáveis na posição da haste do cilindro. A origem destas oscilações foi analisada detalhadamente. No caso dos controladores proporcionais e por retorno de estado sem acção integral, as oscilações são causadas pela dinâmica interna de pressões que surge quando a acção de controlo é constante e as pressões se dirigem para os seus valores de equilíbrio. Por estes motivos, estas oscilações podem surgir sempre que se utiliza um controlador cuja acção de controlo não varia com a dinâmica de pressões nas câmaras. No caso dos controladores PID e retorno de estado com acção integral, as oscilações são devidas à combinação da não linearidade devida à força de atrito estático com a acção integral do controlador. Note-se que enquanto as primeiras oscilações tendem a aumentar com uma diminuição da força de atrito, as segundas variam de forma inversa.

Conclui-se assim que os controladores lineares, quando aplicados ao sistema em estudo, não conduzem a resultados satisfatórios, pois apresentam ou ciclos limite devidos ao atrito estático e à acção integral no controlador, ou oscilações devidas à dinâmica não forçada das pressões nas câmaras. Ambos os fenómenos são altamente indesejáveis em tarefas de posicionamento. Desta forma, o próximo capítulo apresenta o desenvolvimento de um controlador não linear.





# CAPÍTULO 5

## Controladores não lineares

Este capítulo analisa o controlo não linear do sistema servopneumático. O capítulo inicia-se com uma breve revisão bibliográfica das metodologias de controlo não linear utilizadas neste tipo de sistemas. Esta revisão permitirá enquadrar o novo controlador que é proposto de seguida. A estrutura deste controlador baseia-se na separação entre a dinâmica de movimento e a dinâmica das pressões em cada câmara do cilindro. Uma vez que as características destas dinâmicas não são idênticas, utilizam-se metodologias de controlo distintas para cada uma delas.

O primeiro controlador apresentado é o da dinâmica de pressões (ou, de forma equivalente, das forças pneumáticas) em cada câmara. Este controlador incorpora o modelo  $M_7$ , desenvolvido no capítulo 3, e os modelos IANN, desenvolvidos no capítulo 2. Esta solução permite implementar a metodologia de controlo seleccionada – retorno de estado não linear – directamente. De seguida analisam-se formas de aproveitar convenientemente o grau de liberdade adicional concedido pela utilização de duas válvulas. Após efectuar uma revisão sumária da literatura sobre este tópico, apresentam-se e comparam-se duas políticas inovadoras de gestão das forças pneumáticas.

O controlador da dinâmica de movimento é então introduzido. Trata-se de um controlador robusto, por superfícies de deslizamento, que inclui a rede FANN desenvolvida no capítulo 3. Esta solução permite lidar com as incertezas na massa móvel do sistema e na força de atrito. Apresentam-se detalhadamente os benefícios decorrentes da inclusão de uma camada de suavização a envolver a superfície de deslizamento. Para além disso, apresenta-se uma metodologia, recentemente proposta na literatura, para a variação da espessura da camada de suavização. É ainda fornecida uma prova inovadora da estabilidade do controlador. A parte final do capítulo é dedicada à análise do desempenho obtido com o novo controlador não linear. Para esse efeito, apresentam-se os resultados experimentais obtidos em diferentes tarefas de posicionamento e seguimento de trajectória. A robustez do controlador a variações paramétricas também é testada, através da utilização de diferentes massas móveis.

### ***5.1 Estratégias de controlo em sistemas pneumáticos***

Nesta secção pretende-se fornecer uma visão global dos trabalhos que têm vindo a ser efectuados na área do controlo de sistemas pneumáticos. Não se trata de uma pesquisa exaustiva mas sim de um resumo de alguns estudos cujas características pareceram importantes para um melhor enquadramento do controlador proposto neste trabalho. Para revisões mais detalhadas na área da hidráulica e da pneumática, o leitor é remetido para os estudos publicados por Edge [85] e Scavarda e Thomasset [86].

Apesar de os primeiros estudos em controlo dinâmico de sistemas pneumáticos terem sido publicados na década de 50, só nos últimos 20 anos surgiu um interesse substancial nesta área. Uma análise da literatura revela que a grande maioria dos estudos utiliza ou técnicas não lineares ou técnicas lineares complementadas por compensações não lineares. Os estudos que utilizam controladores puramente lineares fazem-no normalmente com o intuito de estabelecer uma referência comparativa.

Uma das técnicas de controlo linear mais utilizadas em servopneumática é o *retorno de estado*. Encontram-se referências de estudos que utilizam retorno de estado linear desde há já 20 anos ([87], [88]) até estudos recentes como o realizado por Bone e Ning em 2002 [8]. Neste último estudo utiliza-se inicialmente um controlador por retorno de estado simples mas conclui-se que as não-linearidades devidas ao atrito e à curva de ganho de pressão da válvula não conduzem a um desempenho aceitável, pelo que é introduzida uma compensação não linear do atrito estático que pode ser descrita da seguinte forma: se o erro estático estiver dentro dos valores pretendidos, a acção de controlo aplicada é a acção de controlo que, pela curva de ganho de pressão da válvula, garante força nula. Caso contrário, é somado à lei de controlo um valor, ajustado experimentalmente, para compensar a força de atrito. Constatou-se também neste estudo que o retorno de estado de posição e velocidade (PV) produz, na resposta ao degrau, maus resultados na aproximação à posição de referência mas bons resultados próximo dela. Constatou-se também que o comportamento do controlador com retorno de posição, velocidade e aceleração (PVA) se comporta de forma inversa; por estes motivos, propõe-se um controlador PV/PVA: longe da referência utiliza-se o controlador PVA e próximo dela o controlador PV. Os erros de posicionamento situam-se na casa dos 0.01mm e o controlador é robusto a variações de carga. Esta metodologia aparenta ser no entanto demasiado específica para o sistema utilizado em [8] e não são apresentados resultados no seguimento de trajectória.

Uma extensão do retorno de estado linear que tem vindo a ser muito utilizada em servopneumática é a utilização da *linearização por retorno de estado não linear* [43], [82], nomeadamente a linearização entrada/saída. Nesta metodologia existe normalmente uma malha interna que transforma o sistema num triplo integrador por realimentação não linear, e uma malha de controlo externa, que impõe o comportamento dinâmico do sistema. Esta foi, por exemplo, a via seguida por Richard e Scavarda em [31] e [32]. Mais recentemente, Richard e Outbib [73] propõem a utilização de um controlador por retorno de estado não linear onde não existe qualquer malha interna de linearização. A lei de controlo é directamente obtida através de uma função de Lyapunov deduzida da energia do sistema em malha aberta. Os resultados de simulação apresentados indicam um bom comportamento dinâmico mas o ajuste deste controlador é efectuado para cada posição de equilíbrio e não são avançados resultados quanto à sua robustez ou quanto ao erro de posicionamento obtido.

Também no controlo de força se encontram estudos baseados numa malha interna de linearização por retorno de estado não linear, como é o caso do controlador proposto por Khayati *et al.* em [89]. Nesse estudo a malha externa é utilizada para garantir a robustez do sistema e é constituída por um controlador de retorno de estado linear cujos coeficientes são encontrados por uma aproximação  $H_\infty$ .

Mais recentemente, Xiang e Wikander [90] apresentam um estudo onde se atingem excelentes resultados no posicionamento de um cilindro pneumático industrial, de duplo efeito e simétrico, com duas servoválvulas de três orifícios. A aproximação seguida nesse estudo consiste em dividir o modelo do sistema em blocos (dinâmica de pressões de cada câmara, atrito, válvulas, etc.) e linearizar (exacta ou aproximadamente) cada um deles através de um retorno de estado não linear. Ao sistema linearizado resultante é então aplicado um controlador de retorno de estado linear. Os erros obtidos em diversos ensaios de posicionamento são inferiores a  $5\mu\text{m}$ , o melhor resultado encontrado no posicionamento de cilindros pneumáticos industriais. Apesar disso, em [90] não são apresentados resultados de seguimento de trajectória nem é discutida a robustez do sistema controlado a variações paramétricas.

Uma outra via no controlo de sistemas pneumáticos ou hidráulicos consiste em ajustar os parâmetros do controlador (ou do modelo utilizado pelo controlador) às condições de operação em cada instante. Esta metodologia, o *controlo adaptativo* [91], pode ser genericamente efectuada de duas formas distintas [45], [85]. Se existir informação prévia sobre como variam os factores que afectam o comportamento do

sistema, então os parâmetros do controlador podem ser previamente programados para se adaptarem a essas variações – metodologia dos ganhos escalonados. Se essa informação não estiver disponível, os parâmetros do controlador são auto ajustados previamente ou durante a fase de trabalho.

Um exemplo recente da utilização de ganhos escalonados na servopneumática pode ser encontrado em [92]. Nesse estudo é feito o controlo de um actuador pneumático de duplo efeito com uma servoválvula. Utiliza-se um controlador I-PD cujos parâmetros são escolhidos de forma a conseguir impor o comportamento em malha fechada do sistema. Para que a acção integral do controlador não introduza um ciclo limite no sistema (como se viu na secção 4.2.2) e para diminuir os efeitos do atrito, é utilizada uma compensação de atrito estático e um algoritmo de estabilização da componente integral da acção de controlo. A compensação do atrito é feita somando à acção de controlo um valor constante sempre que o cilindro está parado e a referência de velocidade é diferente de zero. O algoritmo de estabilização inibe a evolução da componente integral da acção de controlo sempre que o erro de posição é inferior a um determinado valor e o cilindro está parado. O escalonamento de ganhos é introduzido para lidar com variações da pressão de alimentação e é feito utilizando lógica *fuzzy*. Nos resultados experimentais apresentados o erro de posicionamento estático é de cerca de 0.5mm. O comportamento do controlador quando o actuador transporta diferentes massas não é analisado nem são fornecidas informações sobre o comportamento do sistema em seguimento de trajectória.

Na área das técnicas auto adaptativas, foi recentemente efectuado por Richardson *et al.* [93] um estudo onde se utiliza um cilindro pneumático de baixo atrito sujeito a forças externas. Os parâmetros de um modelo linear simplificado do sistema e a pressão necessária para vencer a força externa foram estimados em tempo real por identificação recursiva de mínimos quadrados. Com base neste modelo, os parâmetros de um controlador por retorno de estado são calculados *online*. Os resultados obtidos com referências em degrau indicam erros estacionários inferiores a 10% do curso e um erro de seguimento de alguns milímetros. Neste trabalho comparam-se também os resultados obtidos com dois actuadores distintos: um cilindro pneumático com vedantes normais e um cilindro de muito baixo atrito (Airpel). Conclui-se que o desempenho do Airpel é claramente superior.

Um outro estudo utilizando controlo adaptativo pode ser encontrado em [62]. O sistema em estudo neste caso é constituído por um actuador rotativo e uma servoválvula

e são analisados diversos controladores adaptativos para pressão e posição. Mais concretamente, no controlo de pressão foram utilizados o Controlo Preditivo Generalizado (*Generalized Predictive Control*), retorno de estado adaptativo e linearização entrada/saída adaptativa. No controlo de posição são comparadas diversas técnicas adaptativas e não adaptativas de controlo por linearização por retorno de estado. Mais estudos onde se utiliza controlo adaptativo em sistemas pneumáticos podem ainda ser encontrados em [94], [95] e [96].

No intuito de lidar com as grandes incertezas que normalmente estão associadas aos modelos de sistemas pneumáticos, encontram-se na literatura diversos estudos utilizando *controlo robusto*, nomeadamente com *controladores de estrutura variante*, também chamados *controladores por superfície de deslizamento* (do inglês *variable structure control*, VSC, e *sliding mode control*, SMC, respectivamente\*). O objectivo do VSC é tornar o sistema insensível a erros de modelação e a perturbações externas. Para isso, a dinâmica do sistema é forçada a seguir uma superfície de deslizamento ( $\sigma = 0$ ) de acordo com um princípio muito simples: mal o sistema se afasta de  $\sigma = 0$ , é-lhe fornecida energia suficiente no sentido de o aproximar novamente de  $\sigma = 0$ . Este princípio é implementado através de uma lei de controlo com uma componente descontínua, como por exemplo a função *senal* de  $\sigma$ . Desta forma, o sistema oscila (conceptualmente a uma frequência infinita) em torno de  $\sigma = 0$ , razão pela qual a superfície de deslizamento é também chamada superfície de comutação. Tipicamente esta superfície introduz uma relação algébrica entre as variáveis de estado, pelo que, em sistemas SISO, a ordem do sistema em malha fechada é uma vez inferior à ordem em malha aberta. Esta será também a técnica de controlo utilizada neste trabalho, pelo que uma descrição detalhada do seu princípio de funcionamento pode ser encontrada na secção 5.5.

Um trabalho muito divulgado onde se utiliza VSC foi realizado por Drakunov *et al.* em 1997 [37]. Nesse estudo efectua-se o controlo de posição de um sistema constituído por um cilindro pneumático simétrico de duplo efeito e uma servoválvula. A estrutura do controlador tem duas partes: um retorno de estado não linear para a parte mecânica e um controlador VSC para a diferença de pressões entre câmaras ( $\Delta P = P_A - P_B$ ). O valor de referência fornecido pelo controlador de retorno de estado

---

\* Note-se que apesar de alguns autores distinguirem o *sliding mode control* como um caso particular dos *variable structure control*, neste texto os dois termos serão utilizados indistintamente.

( $\Delta P_{\text{ref}}$ ) é determinado de forma a impor uma dinâmica de segunda ordem, estável, ao erro de posição. A superfície de deslizamento do controlador VSC é definida como sendo o erro entre a diferença de pressões real  $\Delta P$  e  $\Delta P_{\text{ref}}$ :  $\sigma = \Delta P - \Delta P_{\text{ref}}$ . Desta forma, ao garantir que a superfície de deslizamento é seguida ( $\sigma = 0$ ), consegue-se que  $\Delta P = \Delta P_{\text{ref}}$  e logo que a dinâmica do erro de posição seja a desejada. Esta estratégia falha no entanto quando os parâmetros de atrito não são conhecidos com exactidão. Nesse caso, Drakunov *et al.* propõem a utilização de uma segunda superfície de deslizamento que garante a convergência para zero do erro de posição. São apresentados resultados experimentais que comparam o desempenho deste controlador não linear com o de um PID e conclui-se que, quer em termos de seguimento de trajectória, quer em termos de exactidão de posicionamento, os erros do controlador VSC são inferiores aos do PID. Não é possível, no entanto, quantificar esses erros a partir dos dados apresentados. Para além disso, a lei de controlo descontínua do VSC é implementada directamente, sem recurso a qualquer tipo de suavização; como esta metodologia normalmente conduz a uma acção de controlo intensa, seria interessante verificar se neste caso isso também acontece, o que não é possível pois não são apresentados dados relativos à acção de controlo. Por outro lado, é pertinente salientar que o controlador utilizado em [37] tem aspectos comuns com o que é proposto neste trabalho, onde também se separa o controlo da parte mecânica do controlo da parte pneumática.

Também em 1997 surge um estudo realizado por Pandian *et al.* [33] onde um cilindro de duplo efeito com duas servoválvulas proporcionais é controlado por VSC. São apresentados dois modelos não lineares de 3ª ordem: um nas variáveis  $x, \dot{x}$  e  $\ddot{x}$  e outro nas variáveis  $x, \dot{x}$  e  $\Delta P$ . O controlador é sintetizado com base neste último modelo para evitar medir ou estimar a aceleração. Note-se que, apesar dessa vantagem, existe um inconveniente associado a um modelo escrito em pressão: a dinâmica do movimento desejado passa a depender da massa do sistema. Tal como no estudo anterior, o controlador foi implementado sem qualquer tipo de suavização da componente descontínua da acção de controlo mas, apesar disso, os resultados não indiciam o impacto de uma actividade de controlo excessiva. Este facto é justificado por Pandian *et al.* pelo efeito de filtragem criado pela dinâmica das servoválvulas (não considerada no modelo) entre a acção de controlo e a posição da gaveta. O controlador foi testado experimentalmente com várias massas distintas (de 4 a 16 kg) em posição horizontal e com a afinação correspondente à massa média. Os testes de seguimento de

trajectória obtiveram resultados satisfatórios, ainda que mais uma vez não seja possível quantificar o erro de seguimento a partir dos dados apresentados. Foram também efectuados testes experimentais com o cilindro em posição vertical (utilizando uma acção integral para compensar o efeito gravítico) e os resultados foram semelhantes aos obtidos na posição horizontal. A última parte deste estudo faz ainda uma comparação entre a utilização de controladores VSC sintetizados sobre modelos de 2ª, 3ª e 4ª ordem. Conclui-se que o modelo de 3ª ordem apresenta um bom compromisso entre a qualidade da resposta e a complexidade do controlador.

Num outro estudo de 2000, Richer e Hurmuzlu [46] fazem o controlo de força de um cilindro pneumático, de duplo efeito, controlado por uma servoválvula. O modelo do sistema utilizado neste estudo é apresentado em [29]; trata-se de um modelo muito completo que inclui a dinâmica da servoválvula e o atraso temporal devido à tubagem. Como é considerada uma dinâmica de segunda ordem para a servoválvula, o modelo entre a acção de controlo e a força é de terceira ordem. Desta forma, a aplicação de uma superfície de deslizamento em força tornaria o controlador extremamente complexo, pois seria necessário, por exemplo, calcular a terceira derivada das forças nas câmaras. Propõe-se assim a utilização de dois modelos simplificados para controlo: no primeiro a dinâmica da servoválvula é aproximada por um modelo de 1ª ordem e no segundo despreza-se quer a dinâmica da servoválvula quer o atraso temporal nas tubagens. Os controladores são implementados utilizando uma função de comutação suavizada, obtida através da adição de uma camada de regularização (*boundary layer*) em torno da superfície de deslizamento. Foram efectuados diversos ensaios experimentais com o pistão bloqueado e no seguimento de trajectórias sinusoidais de várias frequências; para além disso, apresentam-se resultados da resposta dos dois controladores a uma alteração do comprimento da tubagem. A conclusão global retirada é que o controlador baseado no primeiro modelo tem sempre um desempenho superior ao baseado no segundo, nomeadamente quando se utilizam tubos de ligação mais longos e são necessárias frequências de resposta maiores. No entanto, caso estes requisitos não sejam cruciais, a utilização do controlador baseado no segundo modelo diminui a carga computacional exigida ao controlador e a necessidade de observar determinadas variáveis como, por exemplo, a posição da gaveta da servoválvula.

As superfícies de deslizamento utilizadas nos estudos anteriormente descritos não possuem acção integral; em [97] efectuou-se um estudo que demonstra a melhoria do desempenho que essa acção pode provocar. O sistema em análise é composto por um

actuador pneumático angular e uma servoválvula. O modelo de base utilizado é um modelo não linear de 4ª ordem. Utilizando uma superfície de deslizamento com e sem acção integral, tal como propostas em [82], são sintetizadas duas acções de controlo com uma camada de regularização em torno da superfície de deslizamento. Os resultados experimentais indicam que a utilização da superfície com acção integral melhora significativamente o desempenho do sistema, sendo o erro angular reduzido em cerca de um terço para posições angulares em torno do ponto médio do sistema. Para posições extremas os resultados de ambos os controladores são piores mas o desempenho do controlador com acção integral mantém-se bastante superior.

Nos controladores VSC anteriormente referidos, o modo de deslizamento é de 1ª ordem, uma vez que a descontinuidade devida à acção de controlo se encontra na primeira derivada da superfície de deslizamento [98]. De facto, como se verá na secção 5.3.5, para garantir que a dinâmica do sistema tende para  $\sigma = 0$ , a acção de controlo age sobre a primeira derivada de  $\sigma$ . Mais recentemente, Levant [99] propôs uma técnica de controlo cujo objectivo é garantir que o sistema converge não apenas para  $\sigma = 0$  mas também para  $\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, \sigma^{r-1} = 0$  – diz-se então que há um modo de deslizamento de ordem  $r$ . Estes controladores designam-se por *controladores com modos de deslizamento de ordem elevada* (*High Order Sliding Modes*, HOSM) e uma das suas proclamadas vantagens é remover a alta intensidade da acção de controlo que pode surgir nos VSC [99]. Existem na literatura diversos algoritmos para a síntese da acção de controlo que implementa controladores por superfície de deslizamento de ordem elevada; para 2ª ordem, os algoritmos mais conhecidos são os algoritmos *twisting*, *supertwisting* e o algoritmo de lei de convergência prescrita. Uma vez que a descrição destes algoritmos ultrapassa o âmbito deste texto, o leitor é remetido para [100] para mais detalhes.

Apesar de ter surgido há pouco mais do que uma década, há já alguns estudos sobre a aplicação de HOSM em sistemas pneumáticos. Em [101] Smaoui *et al.* aplicam um HOSM de 2ª ordem a um sistema pneumático constituído por um cilindro de duplo efeito e duas servoválvulas. Utiliza-se um modelo de 4ª ordem em  $x, \dot{x}, P_A$  e  $P_B$  ao qual é aplicado uma transformação de coordenadas que permite escrever o sistema em  $x, \dot{x}, \ddot{x}$  e  $P_A$ . A acção de controlo é sintetizada com um algoritmo *supertwisting* e no controlador final é utilizada ainda uma malha interna de linearização por retorno de estado não linear. Os resultados experimentais apresentam erros inferiores a 0.7mm no



seguimento de uma trajectória em S com velocidade máxima de 0.6 m/s; o erro de posicionamento estático para esta trajectória é de 0.07mm. Nesse trabalho apresenta-se ainda uma (curta) comparação com um controlador VSC de 1ª ordem para evidenciar a maior intensidade na acção de controlo que este controlador provoca. No entanto, não é referido se no VSC é utilizada ou não uma camada de suavização em torno da superfície de deslizamento e também não é apresentado o erro de posicionamento estático deste controlador. Para além disso, não são efectuados testes de robustez.

Num outro estudo publicado em 2005 [34], Smaoui *et al.* utilizam um sistema idêntico ao analisado em [101] mas com uma estrutura de controlador diferente: aproveitando o facto de existirem duas servoválvulas definem duas saídas para o sistema ( $x$  e  $P_A$ ) e para cada uma delas uma superfície de deslizamento  $\sigma_x$  e  $\sigma_{P_A}$ . O sistema é assim dividido em dois subsistemas, um associado à posição e outro à pressão  $P_A$ . O subsistema de posição foi controlado com um HOSM de 2ª ordem com dois algoritmos distintos (algoritmo de lei de convergência prescrita e algoritmo *twisting*). O controlo do subsistema de pressão foi realizado com um controlador de superfície deslizante de 1ª ordem (sem qualquer camada de suavização em torno de  $\sigma_{P_A}$ ). Note-se que com esta estrutura de controlador e uma vez que existem duas servoválvulas, é possível escolher a trajectória de pressão  $P_A$  para uma dada trajectória de movimento. No entanto, nada é referido em [101] sobre quais os critérios que presidiram a essa escolha. Os resultados experimentais obtidos apresentam um erro de posicionamento estático de 0.2mm e, aparentemente, os resultados de seguimento de trajectória são melhores com o algoritmo da lei de convergência prescrita do que com o algoritmo *twisting*. Não são apresentados os valores da acção de controlo, apesar de ser referido que a actividade de controlo ainda é intensa devido ao VSC utilizado no controlo de pressão.

Uma outra abordagem no controlo de sistemas servopneumáticos é a utilização de redes neuronais artificiais. Como referido na secção 2.1, as ANN permitem desenvolver modelos de um sistema com pouco ou nenhum conhecimento do seu modo de funcionamento. Esta tem sido uma forte motivação para a sua utilização no controlo de sistemas não lineares. Esta é uma área extremamente vasta, pelo que o leitor é remetido para [102], [103] ou [17] para estudos completos sobre a utilização de ANN em controlo. Neste texto pretende-se apenas fornecer alguns exemplos da sua utilização em sistemas pneumáticos.

Num estudo publicado em 1997, Matsukuma *et al.* [104] utilizaram uma rede neuronal extremamente simples composta apenas por um neurónio não linear. As entradas da rede são o valor do integral do erro de posição, o erro de posição e a sua derivada e a saída da rede é a acção de controlo do sistema. A actualização dos parâmetros é feita com um algoritmo de *backpropagation* recursivo cuja função de custo é o erro entre a posição real e a desejada da haste do cilindro. Os resultados experimentais apontam para uma razoável capacidade de adaptação a diferentes massas.

Num outro estudo também publicado em 1997, Junbo, *et al.* [105] utilizaram uma solução que é raro encontrar na literatura: um cilindro de duplo efeito controlado por duas válvulas redutoras de pressão proporcionais. O controlador é uma ANN com três camadas cujos parâmetros são ajustados em tempo real através de um algoritmo de treino não convencional, também proposto em [105]. A função de custo utilizada no treino contempla não apenas o erro de posição mas também um termo que é função da acção de controlo – presumivelmente para evitar uma acção de controlo demasiado intensa. Os resultados experimentais apresentados sugerem uma resposta ao degrau razoável mas nada é referido quanto à capacidade de posicionamento estático ou quanto à robustez a diferentes condições de funcionamento.

Em [106], [107] e [108] utiliza-se uma aproximação distinta das anteriores. Nestes estudos a acção de controlo é composta por duas partes: uma é fornecida por uma ANN treinada (*online* ou *offline*) para reproduzir o modelo inverso do sistema; a outra é fornecida por um controlador linear. Em [108] utiliza-se um controlador linear com acção proporcional e integral sobre o erro de aceleração. A rede tem como entradas a posição, velocidade e aceleração desejadas. O objectivo desta estratégia é que a rede aproxime o melhor possível o modelo inverso do sistema para que exista um ganho unitário entre os valores desejados e os obtidos. Como a rede nunca consegue reproduzir um modelo inverso perfeito, os erros de inversão são corrigidos utilizando o controlador linear. Apesar de a ideia de base ser apelativa e os resultados de simulação aparentarem bons resultados, em nenhum dos três estudos referidos foram apresentados resultados experimentais.

Num estudo recente [59] utilizam-se também ANN no controlo de sistemas pneumáticos, sendo que a abordagem neste caso é a utilização das redes para efectuar a compensação de atrito. O controlador está estruturado em duas partes: uma malha interna de controlo de pressão diferencial e uma malha externa de controlo de posição. O controlo de pressão diferencial é efectuado por uma linearização por retorno de

estado não linear e por um controlador PID; o controlo de posição é efectuado através de um PID com compensação de atrito dada ou por uma ANN (semelhante à que foi apresentada na secção 3.1.5) ou por um observador de atrito. Os resultados experimentais obtidos com um cilindro de duplo efeito e uma servoválvula de cinco orifícios revelam que i) a compensação de atrito introduz melhorias significativas no seguimento de trajectória e ii) os erros de seguimento obtidos com a compensação por ANN são inferiores aos obtidos com o observador. As trajectórias utilizadas são ondas sinusoidais de diferentes amplitudes (30 a 70mm) e frequências (0.1 a 0.5 Hz) e o erro máximo com a compensação dada pela ANN está entre 6 a 16mm, consoante a frequência e amplitude das trajectórias.

No sentido de reduzir os custos associados às servoválvulas, uma outra abordagem que surge na literatura analisa a utilização de válvulas *ON/OFF*. A metodologia seguida passa normalmente pela síntese de um controlador segundo uma qualquer técnica de controlo, seguida da modulação do sinal de controlo por *Pulse Width Modulation (PWM)*. Uma vez que as válvulas são *ON/OFF*, o sinal que lhes é aplicado é uma onda quadrada com um determinado período  $\Delta_{pwm}$ . A modulação por *PWM* relaciona a acção de controlo contínua (dada, por exemplo, por um controlador *PID*) com a percentagem de tempo (relativamente a  $\Delta_{pwm}$ ) que a válvula está em *ON* – o denominado *duty cycle*. Tipicamente esta modulação é feita numa das seguintes formas: 1) uma das válvulas abre de forma proporcional ao módulo da acção de controlo enquanto a outra permanece fechada; 2) uma das válvulas está permanentemente aberta enquanto a outra fecha de forma proporcional ao módulo da acção de controlo. Em ambos os casos os papéis das válvulas invertem-se com o sinal da acção de controlo. Note-se que a utilização destas técnicas de modulação torna o tempo de resposta das válvulas um factor crítico: pequenas acções de controlo requerem *duty cycles* baixos e portanto tempos de resposta elevados. Para além disso, estas formas de modulação podem conduzir a uma relação não linear entre a acção de controlo e a velocidade do cilindro pneumático, razão pela qual em [109] se propõem duas novas formas de modulação que linearizam substancialmente essa relação. Esta nova metodologia foi aplicada a um sistema pneumático constituído por um cilindro de duplo efeito e duas válvulas *ON/OFF* com tempo de resposta de 5ms. O controlador é um PID alterado e com compensação de atrito. Os resultados experimentais obtidos são excelentes, pois mesmo com uma variação de massa de cerca de seis vezes consegue-se garantir um erro

de posicionamento máximo de 0.21mm e um erro no seguimento de trajectória em S de cerca de 2mm.

Num outro estudo [110], uma das estratégias de PWM propostas em [109] é melhorada e o seu resultado é testado num cilindro pneumático, montado verticalmente, com duas válvulas direccionais 3/2. Apesar de o tempo de resposta destas válvulas ser de 2ms, os resultados obtidos são piores do que os obtidos em [109]: erro de posicionamento máximo de 1.4mm e erro de seguimento de uma referência de posição em rampa de cerca de 4mm. Note-se, no entanto, que estes são erros máximos, foram obtidos com massas a variar de 0.25 a 1.5kg (no posicionamento estático) e que o controlador PID utilizado não contempla compensação de atrito.

Um outro exemplo de utilização de válvulas ON/OFF pode ser encontrado em [111]. Este estudo utiliza um controlador PID (alterado para prevenir o aparecimento de ciclos limite) com compensação de atrito cujos parâmetros são auto ajustados. Trata-se, portanto, de uma combinação interessante entre a utilização de válvulas ON/OFF e de técnicas de controlo adaptativo. Os parâmetros do controlador são alterados *online* com base na evolução dos parâmetros do modelo do sistema, que é um modelo ARX (autoregressivo com entrada exógena) de segunda ordem. São apresentados resultados experimentais com três actuadores distintos que demonstram a eficácia da metodologia, uma vez que apenas no actuator com maior inércia não são cumpridas as especificações de controlo. O erro de posicionamento é de cerca de 0.2mm e os erros de seguimento de uma trajectória em S têm valores máximos de cerca de 3mm.

Num estudo muito recente [112] utilizam-se duas válvulas direccionais 5/3, de centro fechado, com tempo de resposta de cerca de 15ms no controlo de força de uma das câmaras de um cilindro pneumático com a haste fixa. A particularidade deste estudo é que, contrariamente ao que é comum, não utiliza modulação por *PWM*. A ideia da estratégia de controlo baseia-se no facto de que com duas válvulas distribuidoras 5/3 só há 9 combinações possíveis distintas (os solenóides de ambos os lados nunca são actuados ao mesmo tempo). Desta forma, em cada instante de tempo simula-se o modelo do sistema (válvulas e pressões nas câmaras), para cada uma das nove combinações possíveis, de forma a prever as pressões em cada câmara no instante de tempo seguinte. De seguida, escolhe-se a combinação que conduz à força mais próxima da força desejada. Os resultados experimentais obtidos com esta técnica conduzem a bastante sobrelevação, pelo que o procedimento anterior é alterado para que a combinação escolhida nunca provoque uma força superior à desejada. Com este ajuste

consegue-se obter uma resposta ao degrau de força bastante mais aceitável, apesar de os erros não serem quantificados. Para mais estudos de servopneumática utilizando válvulas *ON/OFF*, podem ser consultadas as referências [113], [114] e [115].

Os estudos acima descritos são apenas uma amostra das principais técnicas de controlo utilizadas em pneumática; a utilização de outras técnicas pode ser encontrada em [116] ou [117], por exemplo. Do panorama geral traçado pode-se concluir que existe uma actividade de investigação bastante intensa no domínio do controlo de sistemas pneumáticos. Cada técnica de controlo tem vantagens e desvantagens e nem sempre é possível efectuar comparações entre técnicas de controlo distintas pois os sistemas analisados são muito diferentes entre si (para estudos comparativos, ver [32], [118] e [119]). Em termos de desempenho no controlo de movimento poder-se-á afirmar que genericamente os erros de posicionamento são de algumas décimas de milímetro (em alguns casos excepcionais centésimas de milímetro) enquanto os erros de seguimento são de alguns milímetros. As únicas excepções a estes resultados encontram-se no trabalho de Xiang e Wikander [90], e no trabalho de Kagawa *et al.* [5], que não foi acima descrito pois não utiliza um cilindro pneumático industrial. De facto, a solução utilizada por Kagawa *et al.* baseia-se num cilindro pneumático com chumaceiras aerostáticas. O objectivo desse trabalho é desenvolver um sistema de posicionamento de *waffers* capaz de operar em vácuo, sem geração excessiva de calor e sem campos electromagnéticos. Uma vez que o atrito do sistema é extremamente reduzido, o controlador utilizado é muito simples e baseia-se num retorno de estado com compensação de perturbações externas. A precisão de posicionamento atingida é de  $\pm 2 \mu\text{m}$ .

Apesar do grande avanço que constituem, nenhum destes dois últimos trabalhos apresenta uma solução isenta de defeitos. O principal inconveniente do trabalho de Xiang e Wikander deverá residir numa fraca robustez a variações paramétricas, uma vez que utiliza um controlador por retorno de estado não linear, uma técnica bastante sensível a erros de modelação. O principal inconveniente do trabalho de Kagawa *et al.* reside nos custos de aquisição e utilização de um actuador de chumaceiras aerostáticas, que são bastante superiores aos de um actuador industrial.

### ***5.2 Estrutura do controlador proposto neste trabalho***

O controlador não linear proposto neste trabalho parte da análise do modelo não linear do sistema, cujo diagrama de blocos se encontra representado na Fig. 161. Neste diagrama distinguem-se claramente as dinâmicas de pressão de cada câmara e a dinâmica do movimento. Esta configuração sugere a divisão das tarefas de controlo em controlo da dinâmica de pressões (ou de forças) e controlo da dinâmica de movimento. Há ainda mais alguns argumentos a favor da divisão das tarefas de controlo. O primeiro prende-se com a incerteza na modelação: é de esperar uma incerteza maior no modelo dinâmico de movimento do que no da dinâmica de pressões. De facto, do estudo efectuado na secção 4.5 resultaram modelos de ordem reduzida que permitem diminuir consideravelmente os erros associados à previsão de pressão. Por outro lado, no capítulo 3 foram obtidos bons resultados na modelação das servoválvulas com redes neurais artificiais. É portanto de esperar que o modelo da Fig. 161 seja bastante exacto na forma como descreve a evolução da pressão em cada câmara. Por outro lado, é de esperar alguma incerteza no modelo da dinâmica do movimento devido a dois factores: incertezas na força de atrito e possibilidade de variação da massa do sistema devida a, por exemplo, tarefas de carga e de descarga de objectos. Desta discussão resulta que o controlador de movimento requer mais robustez a erros de modelação do que o controlador de pressões ou de forças. Dois controladores distintos surgem assim como uma opção natural.

Finalmente, constatou-se na análise dos controladores proporcionais e por retorno de estado que o indesejável fenómeno de descolamento do pistão pode ocorrer se a acção de controlo for constante quando o sistema está em equilíbrio mecânico. Este fenómeno é causado pelo facto de o atrito estático fazer com que a dinâmica de pressões seja inobservável nas variáveis mecânicas. Uma solução possível para este problema é controlar separadamente a dinâmica de pressões e a dinâmica de movimento.

Pelos argumentos acima apresentados, neste trabalho optou-se por um controlador com duas partes distintas: controlo de movimento e controlo de força motora. Com esta divisão de tarefas, o controlador de movimento fornece uma referência de força motora  $F_{\text{iref}}$  que pode ser satisfeita por diversas combinações de  $F_{\text{Aref}}$  e  $F_{\text{Bref}}$ . Existe assim um grau de liberdade que poderá ser aproveitado, por uma política de gestão de forças, para melhorar o desempenho do sistema. Dado um valor de  $F_{\text{Aref}}$  ou de  $F_{\text{Bref}}$  a cumprir, o controlador de força de cada câmara fornece uma referência de

caudal mássico, tirando-se assim partido do facto de esta variável surgir de forma linear no modelo. De facto, e como foi já adiantado no Capítulo 2, esta configuração permite a aplicação directa de técnicas avançadas de controlo não linear. A acção de controlo é obtida inserindo a referência de caudal mássico no modelo IANN. A estrutura deste controlador, onde também se destaca o modelo de atrito FANN, é apresentada na Fig. 162.

O detalhe de cada controlador bem como da política de gestão de forças será efectuado nas próximas secções. Inicialmente faz-se a descrição dos controladores mais locais, os controladores de força, para de seguida se apresentar a política de gestão de forças que lhes fornece as referências. Na secção 5.3.4 apresenta-se o controlador de movimento e na secção 5.3.5 os resultados obtidos com o controlador.

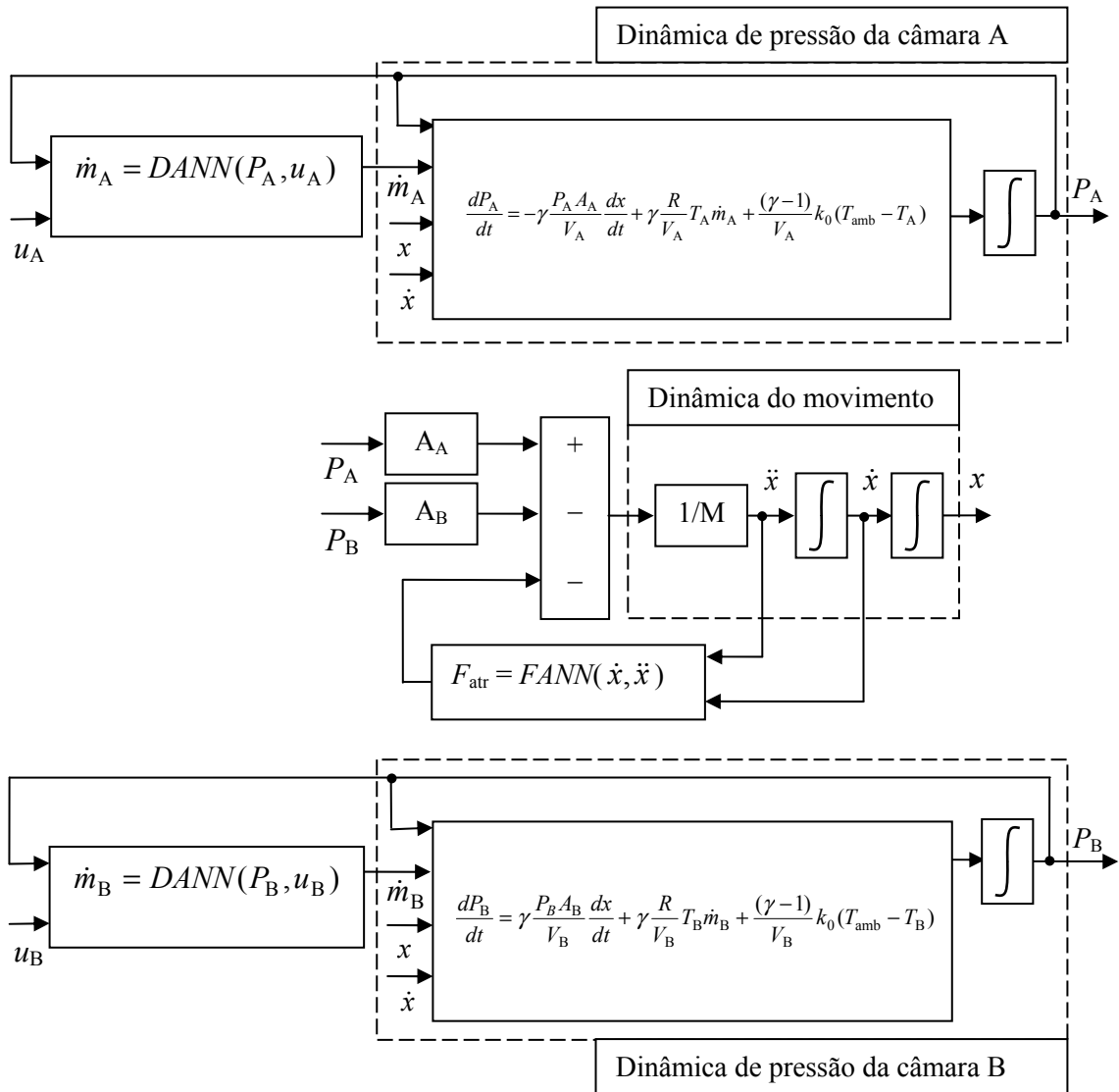


Fig. 161 – Estrutura do modelo não linear

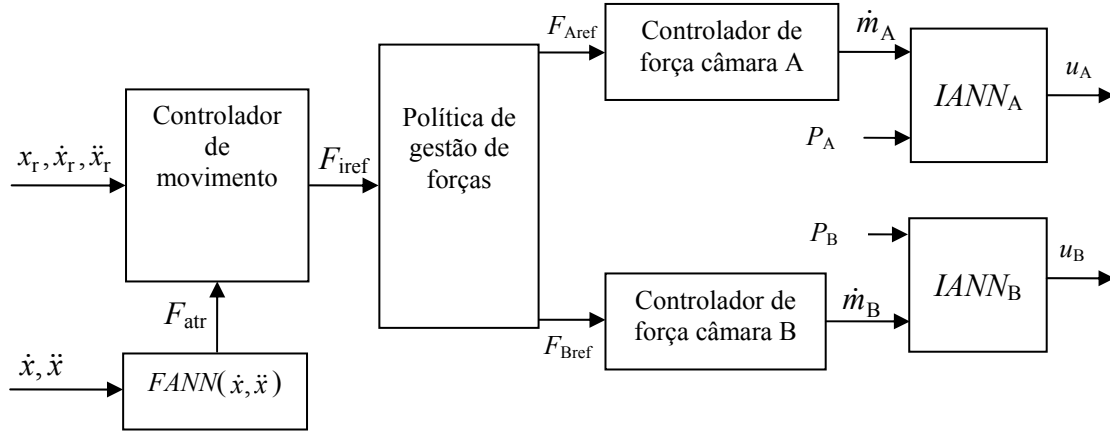


Fig. 162 – Estrutura do controlador não linear proposto neste trabalho

### 5.3 Controlador de força

As equações das pressões nas câmaras A e B, de acordo com o modelo termodinâmico de ordem reduzida M<sub>7</sub>, são repetidas de seguida:

$$\frac{dP_A}{dt} = \frac{1}{V_A} [-\gamma P_A A_A \dot{x} + \gamma R T_A \dot{m}_A + (\gamma - 1) k_0 (T_{\text{amb}} - T_A)] \quad (280)$$

$$\frac{dP_B}{dt} = \frac{1}{V_B} [\gamma P_B A_B \dot{x} + \gamma R T_B \dot{m}_B + (\gamma - 1) k_0 (T_{\text{amb}} - T_B)] \quad (281)$$

Nestas equações, os volumes são dados por:

$$V_A = A_A (l/2 + x) + V_{Ad} \quad (282)$$

$$V_B = A_B (l/2 - x) + V_{Bd} \quad (283)$$

e as temperaturas na câmara A e B são dadas respectivamente por  $T_A = T_{A0} (P_A / P_{A0})^{\frac{n-1}{n}}$

e por  $T_B = T_{B0} (P_B / P_{B0})^{\frac{n-1}{n}}$ .



Uma vez que em regime permanente a temperatura no interior do cilindro tende para a temperatura ambiente  $T_{\text{amb}} = 293\text{K}$ , considera-se também que as temperaturas de equilíbrio são dadas por  $T_{A0} = T_{\text{amb}}$  e  $T_{B0} = T_{\text{amb}}$ . No que diz respeito às pressões de equilíbrio, o seu valor será determinado na secção 5.4.3. Para escrever as equações (280) e (281) em termos de forças, definam-se as variáveis  $x_{\text{Am}}$  e  $x_{\text{Bm}}$ :

$$x_{\text{Am}} = l/2 + V_{\text{Ad}} / A_{\text{A}} \quad (284)$$

$$x_{\text{Bm}} = l/2 + V_{\text{Bd}} / A_{\text{B}} \quad (285)$$

Com estas variáveis, os volumes de cada câmara podem ser expressos como:

$$V_{\text{A}} = A_{\text{A}}(x + x_{\text{Am}}) \quad (286)$$

$$V_{\text{B}} = A_{\text{B}}(x_{\text{Bm}} - x) \quad (287)$$

Substituindo estas expressões na equação de pressões, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{\text{A}}}{dt} &= \frac{1}{A_{\text{A}}(x + x_{\text{Am}})} [-\gamma P_{\text{A}} A_{\text{A}} \dot{x} + \gamma R T_{\text{A}} \dot{m}_{\text{A}} + (\gamma - 1) k_0 (T_{\text{amb}} - T_{\text{A}})] \\ \frac{dP_{\text{B}}}{dt} &= \frac{1}{A_{\text{B}}(x_{\text{Bm}} - x)} [\gamma P_{\text{B}} A_{\text{B}} \dot{x} + \gamma R T_{\text{B}} \dot{m}_{\text{B}} + (\gamma - 1) k_0 (T_{\text{amb}} - T_{\text{B}})] \end{aligned}$$

Recordando que a força pneumática na câmara A é dada por  $F_{\text{A}} = P_{\text{A}} A_{\text{A}}$  e na câmara B por  $F_{\text{B}} = P_{\text{B}} A_{\text{B}}$  (cf. secção 4.1.1), é possível reescrever as equações acima em termos de força:

$$\dot{F}_{\text{A}} = -\frac{\gamma \dot{x}}{x + x_{\text{Am}}} F_{\text{A}} + \frac{\gamma R T_{\text{A}}}{x + x_{\text{Am}}} \dot{m}_{\text{A}} + \frac{\gamma - 1}{x + x_{\text{Am}}} k_0 (T_{\text{amb}} - T_{\text{A}}) \quad (288)$$

$$\dot{F}_{\text{B}} = \frac{\gamma \dot{x}}{x_{\text{Bm}} - x} F_{\text{B}} + \frac{\gamma R T_{\text{B}}}{x_{\text{Bm}} - x} \dot{m}_{\text{B}} + \frac{\gamma - 1}{x_{\text{Bm}} - x} k_0 (T_{\text{amb}} - T_{\text{B}}) \quad (289)$$

As equações (288) e (289) são equações diferenciais, não lineares, que descrevem a dinâmica das forças pneumáticas nas câmaras do cilindro de forma bastante precisa, devido ao estudo efectuado na secção 4.5. Para além disso, os seus parâmetros são conhecidos porque foram estimados experimentalmente no sistema em causa ( $x_{Am}$ ,  $x_{Bm}$ ,  $k_0$ ). Desta forma, a principal dificuldade a vencer no controlo das forças prende-se com a não linearidade das equações. A utilização de um retorno de estado não linear [43], [82], para linearizar este subsistema surge assim como uma opção natural.

A aplicação directa desta metodologia pressupõe, no entanto, um modelo linear na acção de controlo. Como já referido na secção 2.4, para colocar as equações (288) e (289) nessa configuração é necessário assumir alguns pressupostos que limitam a exactidão do modelo das servoválvulas. Note-se, no entanto, que nessas equações o caudal mássico em cada câmara surge linearmente. Por este motivo, a “acção de controlo” sintetizada pelo controlador de força utilizado neste trabalho não é a tensão eléctrica aplicada à servoválvula mas sim o caudal mássico que entra ou sai em cada câmara. Para um dado caudal mássico de referência, a tensão eléctrica a aplicar a cada servoválvula é fornecida pelas redes neuronais IANN que foram desenvolvidas no Capítulo 2. Esta abordagem permite assim uma síntese directa da lei de retorno de estado não linear: se a lei de controlo do controlador de força da câmara A for dada por

$$\dot{m}_A = \frac{x + x_{Am}}{\gamma R T_A} \left[ v_A + \frac{\gamma \dot{x}}{x + x_{Am}} F_A - \frac{\gamma - 1}{x + x_{Am}} k_0 (T_{amb} - T_A) \right] \quad (290)$$

então, por substituição desta lei de controlo na equação acima, obtém-se:

$$\dot{F}_A = v_A \quad (291)$$

De forma semelhante, se a lei de controlo na câmara B for:

$$\dot{m}_B = \frac{x_{Bm} - x}{\gamma R T_B} \left[ v_B - \frac{\gamma \dot{x}}{x_{Bm} - x} F_B - \frac{\gamma - 1}{x_{Bm} - x} k_0 (T_{amb} - T_B) \right] \quad (292)$$

então, em malha fechada, a dinâmica de força é dada por:

$$\dot{F}_B = v_B \quad (293)$$

A aplicação das leis de retorno de estado não linear acima apresentadas reduz a dinâmica de forças de cada câmara a um integrador simples com novas entradas  $v_A$  e  $v_B$  – ver Fig. 163. Para controlar essa dinâmica de forças linearizada, foi inicialmente utilizado um controlador proporcional. No entanto, este controlador revelou-se demasiado simples para garantir bons resultados no seguimento de trajectórias de força. Tendo-se verificado a necessidade de introduzir alguma rapidez na resposta, adicionou-se a derivada da referência de força à acção de controlo. Para evitar os efeitos nefastos do ruído, implementou-se uma versão filtrada da derivada do valor de referência da força, tal como apresentado na Fig. 164. A acção deste controlador é dada por:

$$v_A = k_{pFA} (F_{Aref} - F_A) + \frac{1}{s/\omega_{FA} + 1} \dot{F}_{Aref} \quad (294)$$

para a câmara A e por

$$v_B = k_{pFB} (F_{Bref} - F_B) + \frac{1}{s/\omega_{FB} + 1} \dot{F}_{Bref} \quad (295)$$

para a câmara B. Os valores dos parâmetros destes controladores foram encontrados experimentalmente e são apresentados na Tabela 31.

Tabela 31 – Parâmetros do controlador de força

Parâmetro	$\omega_{FA}$ (rad/s)	$\omega_{FB}$ (rad/s)	$k_{pFA}$ (s <sup>-1</sup> )	$k_{pFB}$ (s <sup>-1</sup> )
Valor	300	300	40	40

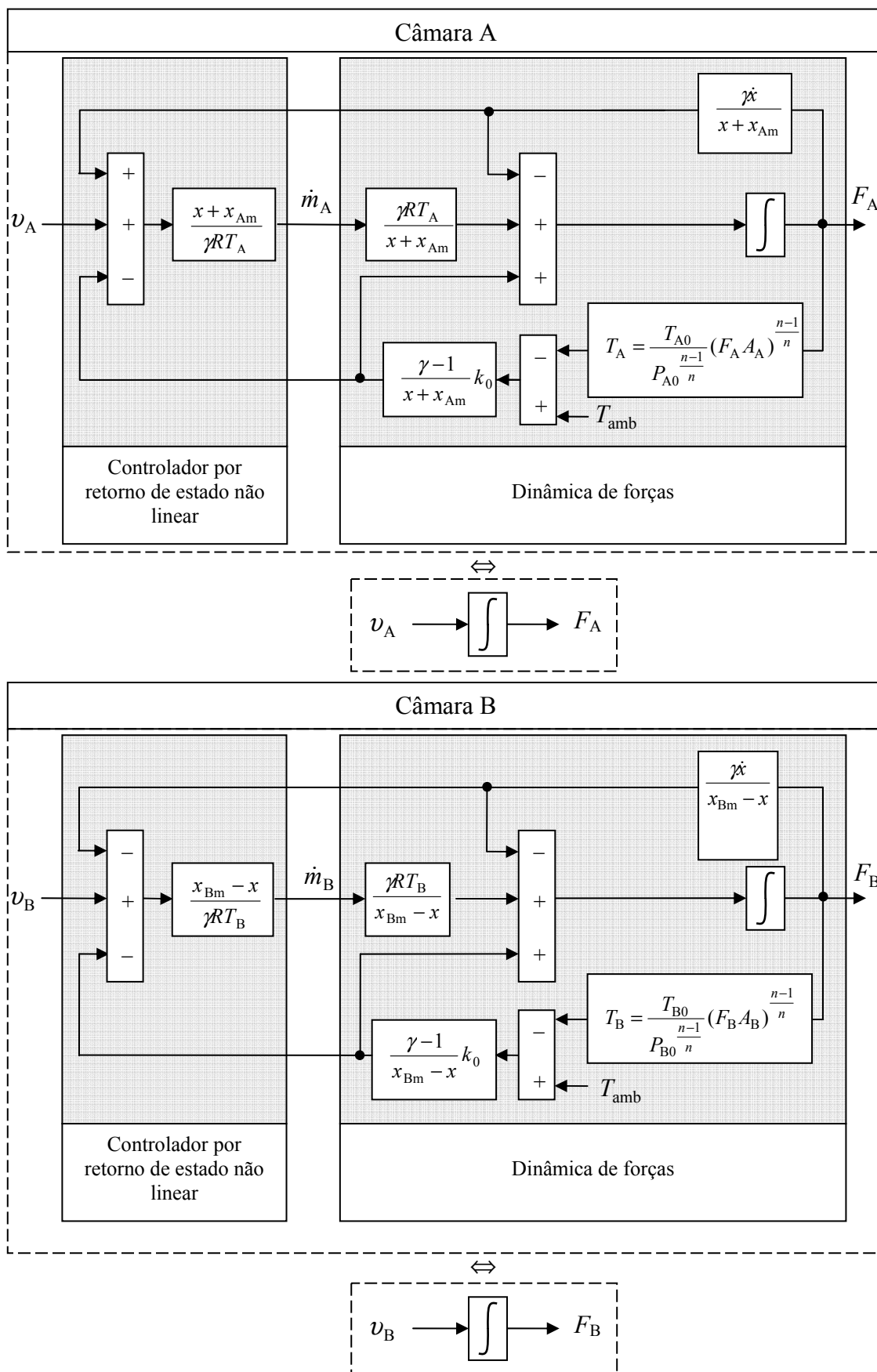


Fig. 163 – Controladores da dinâmica de forças: retorno de estado não linear

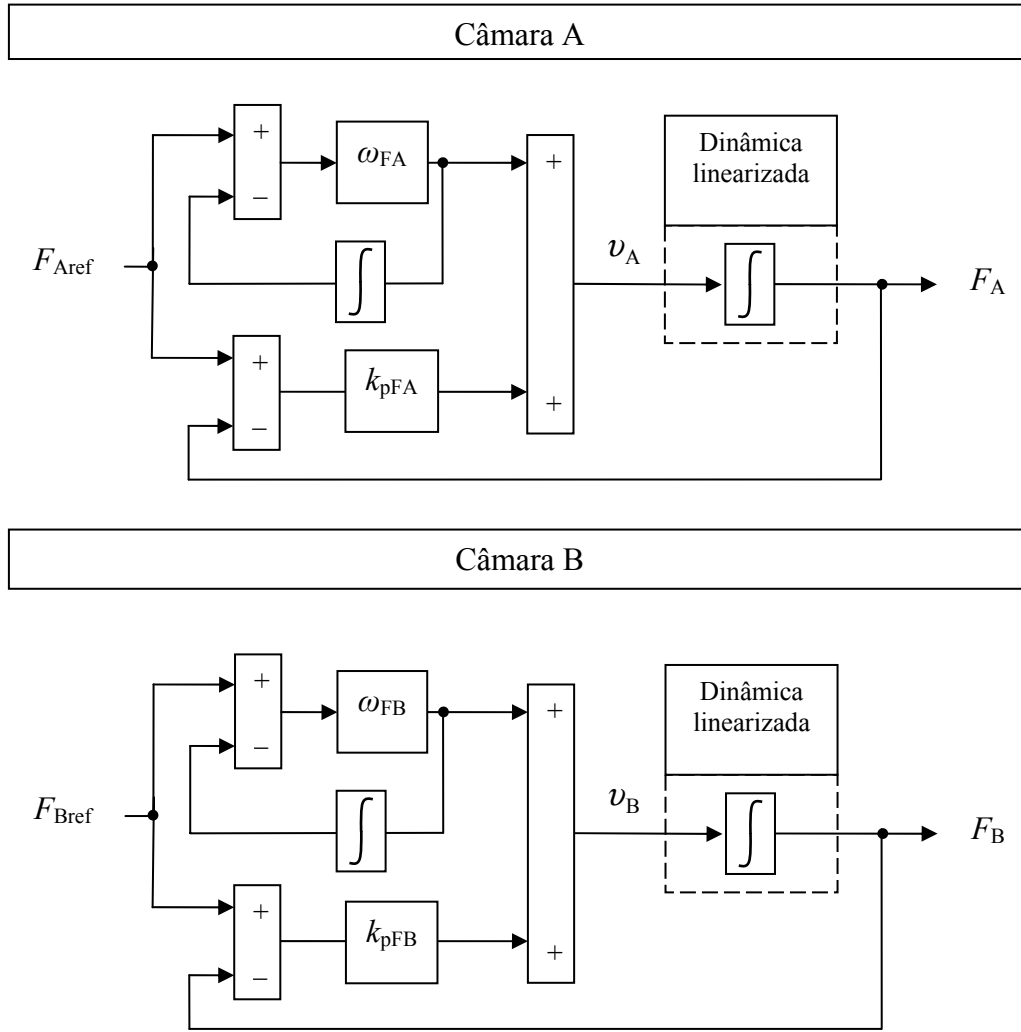


Fig. 164 – Controladores da dinâmica de forças

Com estas leis de controlo e admitindo uma linearização perfeita pelo retorno de estado não linear, a dinâmica das forças na câmara A e B é dada por:

$$\frac{F_A}{F_{Aref}} = \frac{s(k_{pFA} + \omega_{FA}) + k_{pFA} \omega_{FA}}{s^2 + s(k_{pFA} + \omega_{FA}) + k_{pFA} \omega_{FA}} \quad (296)$$

$$\frac{F_B}{F_{Bref}} = \frac{s(k_{pFB} + \omega_{FB}) + k_{pFB} \omega_{FB}}{s^2 + s(k_{pFB} + \omega_{FB}) + k_{pFB} \omega_{FB}} \quad (297)$$

#### 5.4 Política de gestão de forças

Na configuração do controlador apresentada na Fig. 162, a força  $F_{\text{iref}}$  pode ser obtida por diversas combinações de  $F_{\text{Aref}}$  e  $F_{\text{Bref}}$ . Este grau de liberdade pode ser aproveitado para melhorar o desempenho do sistema. Na literatura são poucos os estudos que focam a melhor forma de aproveitar a existência de duas servoválvulas, e os que existem procuram normalmente reduzir o consumo de energia pneumática.

Num dos primeiros estudos onde esta problemática é abordada [31], Richard propõe três formas de gerir o grau de liberdade adicional: i) repartir os caudais mássicos de forma igual entre as duas servoválvulas; ii) repartir os efeitos do caudal mássico na derivada de aceleração; iii) minimizar a energia dispendida através de regras empíricas baseadas no aproveitamento da energia acumulada no actuador. As duas primeiras situações não correspondem à minimização de nenhum critério nem a nenhuma consideração física particular; para além disso, de acordo com Richard [31], não conduzem a melhorias significativas relativamente à utilização de acções de controlo simétricas. Quanto à terceira opção, os resultados obtidos por simulação apontam para uma redução do consumo energético. Mais recentemente, Brun [6] propôs uma metodologia baseada no seguinte princípio: dada uma trajectória de referência de posição (diferenciável pelo menos três vezes), é definida uma trajectória de pressão numa das câmaras (diferenciável pelo menos uma vez) que conduza a um consumo energético reduzido. A trajectória de pressão na segunda câmara resulta das duas trajectórias anteriormente definidas e tem naturalmente que estar contida dentro do intervalo  $[P_{\text{atm}}, P_s]$ . A escolha da trajectória de pressões de forma a reduzir o consumo energético é feita de forma *ad hoc*: escolhe-se uma trajectória de forma a “manter as pressões baixas” e posteriormente verifica-se a sua validade.

Num outro estudo onde esta questão é abordada [120], Barth *et al.* procuram reduzir o consumo energético do sistema utilizando dois modos de funcionamento distintos: um modo activo, semelhante ao modo de funcionamento clássico com duas acções de controlo simétricas, e um modo passivo, em que a válvula ligada à alimentação está fechada e a outra descarrega para a atmosfera de forma a controlar o movimento do pistão. Naturalmente que o modo passivo não pode ser sempre utilizado, pelo que em [120] também se propõem formas de comutação entre os dois modos de funcionamento. Os resultados experimentais indicam que em posicionamento as

reduções de consumo energético são de cerca de 10% e no seguimento de trajectórias sinusoidais variam de 14 a 46%, de acordo com a frequência da referência.

Note-se que uma estratégia de redução do consumo energético tende sempre a baixar as pressões médias nas câmaras do cilindro e consequentemente a sua rigidez pneumática. Daí que seja importante saber quais os efeitos que essa redução (em princípio nefasta) pode produzir no comportamento do sistema. Esta análise não foi, no entanto, realizada em nenhum dos estudos acima referidos. Para além disso, se por um lado a redução do consumo energético é naturalmente um factor positivo, especialmente para sistemas autónomos, por outro será também interessante verificar se o grau de liberdade extra disponível pode ser utilizado para melhorar o desempenho do sistema de acordo com outros critérios. Por estes motivos, neste estudo seguir-se-á uma abordagem distinta da que normalmente é seguida na literatura, baseada não numa busca de melhores rendimentos energéticos mas sim num estudo da rigidez pneumática do cilindro e da gama de forças máximas atingíveis. A rigidez do cilindro é extremamente importante no sentido em que dela depende directamente a largura de banda do sistema (e portanto a sua rapidez de resposta). A gama de forças máximas atingíveis é também extremamente importante para evitar saturações do controlador de força.

Considerem-se as equações diferenciais da força pneumática em cada câmara do cilindro, calculadas com base no modelo não linear do actuador (secção 3.4), mas onde, por uma questão de simplicidade, se considera o modelo de transferência de calor média dado pela equação (158) do Capítulo 3:

$$\dot{F}_A = -\frac{\gamma \dot{x}}{x + x_{Am}} F_A + \frac{\gamma R T_{amb}}{x + x_{Am}} \dot{m}_{Ain} - \frac{\gamma R T_A}{x + x_{Am}} \dot{m}_{Aout} + \frac{(\gamma - 1)}{x + x_{Am}} k_0 (T_{amb} - T_A) \quad (298)$$

$$\dot{F}_B = \frac{\gamma \dot{x}}{-x + x_{Bm}} F_B + \frac{\gamma R T_{amb}}{-x + x_{Bm}} \dot{m}_{Bin} - \frac{\gamma R T_B}{-x + x_{Bm}} \dot{m}_{Bout} + \frac{(\gamma - 1)}{-x + x_{Bm}} k_0 (T_{amb} - T_B) \quad (299)$$

A rigidez pneumática do cilindro é determinada pela variação da força pneumática provocada por um deslocamento do pistão, quando os orifícios da câmara estão fechados:

$$K_A = -\frac{\partial F_A}{\partial x} \quad (300)$$

$$K_B = \frac{\partial F_B}{\partial x} \quad (301)$$

O sinal negativo na equação (300) justifica-se pelo facto de a rigidez ser uma variável positiva e a força pneumática, na câmara A, diminuir com o aumento de  $x$ . Exemplificando com o cálculo da rigidez da câmara A, note-se que impondo  $\dot{m}_{Ain} = \dot{m}_{Aout} = 0$  na equação (298) e aplicando a equação dos gases perfeitos à temperatura é possível escrever a equação da força pneumática como:

$$\dot{F}_A = -\frac{\gamma \dot{x}}{x + x_{Am}} F_A - \frac{F_A}{\tau} + \frac{(\gamma - 1)}{x + x_{Am}} k_0 T_{amb} \quad (302)$$

em que  $\tau = m_A c_v / k_0$  é a constante de tempo térmica média do cilindro,  $m_A$  é a massa de ar dentro da câmara A e  $k_0$  a condutância térmica média definida na secção 3.5.2. Linearizando esta equação através de uma expansão em série de Taylor limitada aos termos de primeira ordem, é possível escrever:

$$\dot{F}_A \approx \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial x} \right|_0 \delta x + \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial \dot{x}} \right|_0 \delta \dot{x} + \left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_A} \right|_0 \delta F_A \quad (303)$$

Considerando que a linearização é realizada em torno de um ponto de equilíbrio  $x_0$ ,  $F_{A0}$ ,  $F_{B0}$  e  $\dot{x} = 0$ , os vários termos que compõem a equação (303) são dados por:

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial x} \right|_0 = -\frac{(\gamma - 1)}{(x_0 + x_{Am})^2} k_0 T_{amb} \quad (304)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial \dot{x}} \right|_0 = -\frac{\gamma}{x_0 + x_{Am}} F_{A0} \quad (305)$$



$$\left. \frac{\partial \dot{F}_A}{\partial F_A} \right|_0 = -\frac{1}{\tau} \quad (306)$$

Nestas equações a força de equilíbrio na câmara A é dada por:

$$F_{A0} = P_{A0} A_A \quad (307)$$

Substituindo as equações (304), (305) e (306) na (303) e escrevendo a equação resultante no domínio de Laplace,

$$K_A(s) = -\frac{F_A(s)}{X(s)} = \frac{\frac{\gamma F_{A0}}{x_0 + x_{Am}} s + \frac{(\gamma-1)k_0 T_{amb}}{(x_0 + x_{Am})^2}}{s + \frac{1}{\tau}} \quad (308)$$

Como é possível verificar na equação (308), o valor da rigidez calculado com base no modelo linearizado (303) depende da frequência a que a câmara pneumática é solicitada. Os dois valores extremos (para baixas e altas frequências) podem ser encontrados lembrando que  $\tau = mc_v/k_0$  e aplicando a lei dos gases perfeitos à equação (308):

$$s = 0 \Rightarrow K_{A0} = \frac{1}{x_0 + x_{Am}} F_{A0} \quad (309)$$

$$s = \infty \Rightarrow K_{A\infty} = \frac{\gamma}{x_0 + x_{Am}} F_{A0} \quad (310)$$

As equações (309) e (310) revelam que o valor da rigidez calculada a alta frequência é  $\gamma$  vezes superior ao valor estático. Seguindo um procedimento semelhante ao que foi

realizado na câmara A e aceitando que a constante de tempo térmica da câmara B é idêntica à da câmara A, é possível encontrar o valor da rigidez na câmara B:

$$K_B(s) = \frac{F_B(s)}{X(s)} = \frac{\frac{\gamma F_{B0}}{x_{Bm} - x_0} s + \frac{(\gamma - 1)k_0 T_{amb}}{(x_{Bm} - x_0)^2}}{s + \frac{1}{\tau}} \quad (311)$$

Considere-se agora o valor da rigidez estática nas duas câmaras, calculada com base no modelo linearizado (303). As câmaras do cilindro podem ser vistas como duas molas pneumáticas em paralelo, pelo que a rigidez estática do cilindro  $K_0$  é a soma da rigidez da câmara A,  $K_{A0}$ , com a rigidez da câmara B,  $K_{B0}$ :

$$K_0 = \frac{1}{x_{Am} + x_0} F_{A0} + \frac{1}{x_{Bm} - x_0} F_{B0} \quad (312)$$

A rigidez do cilindro depende assim da posição do pistão e das forças presentes em cada câmara: quanto maiores forem as forças pneumáticas (pressões) de equilíbrio nas câmaras, maior é a rigidez do cilindro. Considere-se uma situação de equilíbrio estático de forças, sem força exterior aplicada:

$$F_{A0} = F_{B0} + P_{atm} (A_A - A_B) \quad (313)$$

Nesta situação e com o pistão na posição central ( $x_0 = 0$ ,  $x_{Am} = 0.2269$ ,  $x_{Bm} = 0.2132$ ), a evolução da rigidez estática com a pressão de equilíbrio,  $P_{A0}$ , é apresentada na Fig. 165.

Para maximizar a rigidez pneumática do sistema, uma política de gestão de forças deverá conduzir as pressões nas câmaras do cilindro aos valores mais elevados possível. Assim sendo, faria sentido que uma das câmaras estivesse sempre ligada à pressão da fonte, enquanto a outra deveria estar ligada à pressão necessária para cumprir o  $F_{iref}$  desejado pelo controlador de posição. No entanto, se uma das câmaras estiver sempre ligada à fonte de pressão, a rigidez dessa câmara será nula ( $\partial F / \partial x = 0$ ), pelo

que a rigidez global será apenas dada pela rigidez da outra câmara. Por este motivo, colocar uma das câmaras à pressão de alimentação não é uma opção interessante.

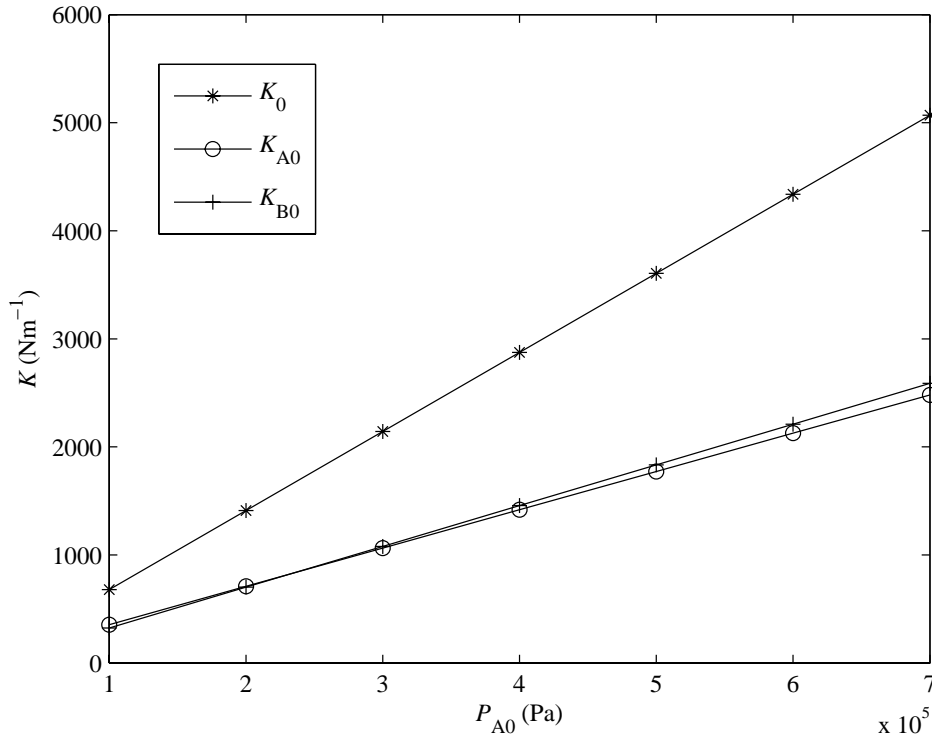
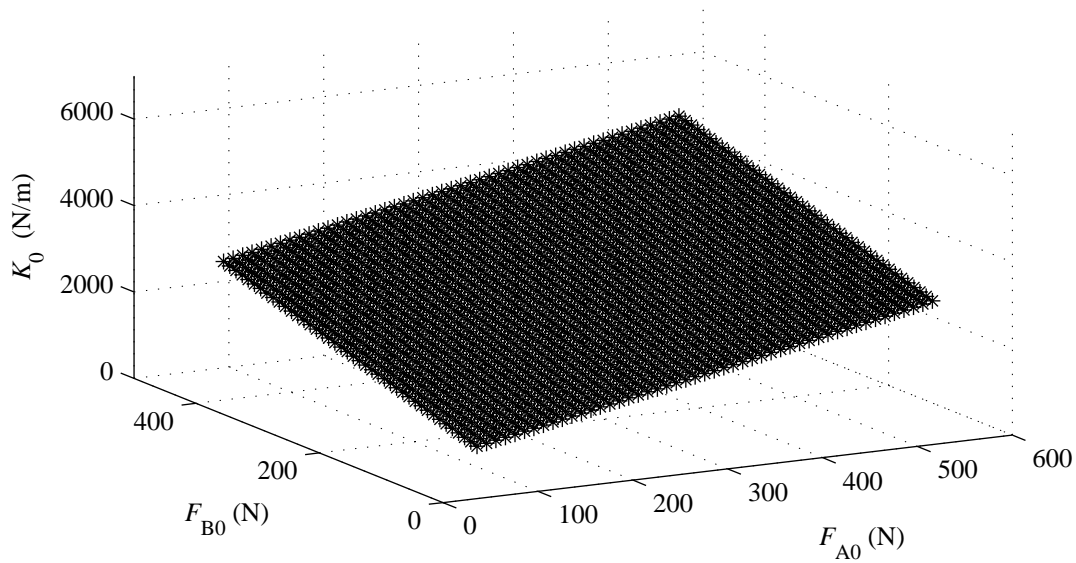


Fig. 165 – Evolução da rigidez pneumática, para  $x_0 = 0$ , em equilíbrio estático

Por outro lado, quanto mais próxima das pressões extremas ( $P_s$  e  $P_{atm}$ ) for a pressão média que resulta de uma política de gestão de forças, maior será a probabilidade de ocorrer saturação em força, i.e., da pressão numa ou em ambas as câmaras atingir a pressão atmosférica ou a pressão de alimentação. Esta situação é naturalmente indesejável uma vez que deixa de ser possível cumprir o valor de  $F_{iref}$ .

Dadas estas restrições, seria interessante encontrar políticas de gestão das forças nas câmaras A e B para maximizar a rigidez do cilindro, evitando simultaneamente a saturação em força do mesmo. A maximização da rigidez do cilindro em função da força em cada câmara, não é, no entanto, possível, pois a superfície  $K_0 = f(F_{A0}, F_{B0})$  é um plano, que como tal não possui nem mínimos nem máximos – ver Fig. 166.

É interessante, no entanto, desenvolver uma política de gestão de forças que faça com que, independentemente da amplitude do pedido de força, a rigidez do cilindro em regime permanente seja constante. Desta forma, as duas políticas que se apresentarão de seguida são i) política de rigidez invariante e ii), política de maximização da gama de força disponível.

Fig. 166 – Plano  $K_0 = f(F_{A0}, F_{B0})$ 

#### 5.4.1 Política i: Rigidez do cilindro invariante com o pedido de força

Relembre-se a definição de força motora  $F_i$ :

$$F_i = P_A A_A - P_B A_B - P_{\text{atm}} (A_A - A_B) = F_A - F_B - F_{\text{atm}} \quad (314)$$

com  $F_{\text{atm}} = P_{\text{atm}}(A_A - A_B)$ . Considere-se o diagrama da Fig. 167, correspondente à passagem de uma situação a) para uma situação b). Em a) a força de referência  $F_{\text{iref}}$  é nula e existe portanto equilíbrio estático de forças. Em b) o controlador de posição fornece uma força de referência  $F_{\text{iref}}$  que tem de ser cumprida pela combinação das forças de referência na câmara A ( $F_{\text{Aref}}$ ) e na câmara B ( $F_{\text{Bref}}$ ). Na política i) pretende-se que a rigidez do cilindro na situação b) ( $K_0^*$ ) seja independente do valor de  $F_{\text{iref}}$  pretendido pelo controlador de posição e, deste modo, igual a  $K_0$ .

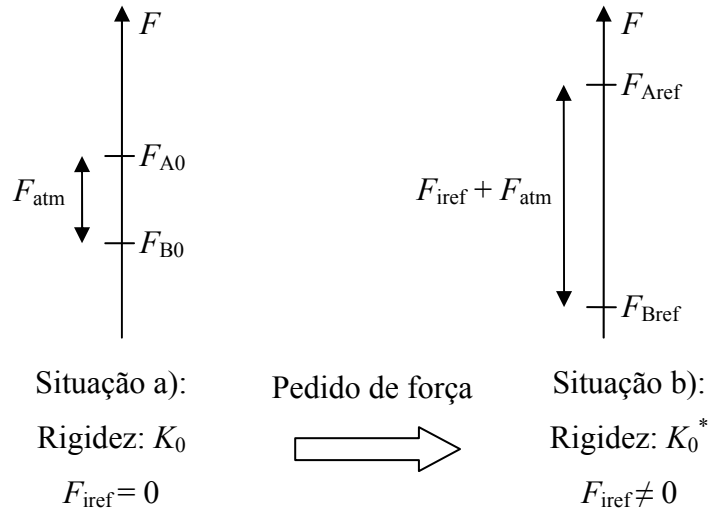


Fig. 167 – Passagem de uma situação em que  $F_{\text{iref}} = 0$  para outra em que  $F_{\text{iref}} \neq 0$

Matematicamente, o objectivo da política i) pode ser expresso como:

$$\frac{\partial K_0^*}{\partial F_{\text{iref}}} = 0 \quad (315)$$

Note-se que, dada uma função  $F_{\text{Bref}} = \varphi(F_{\text{Aref}})$ , o valor da força  $F_{\text{iref}}$  pode ser escrita como:

$$F_{\text{iref}} = F_{\text{Aref}} - \varphi(F_{\text{Aref}}) - F_{\text{atm}} \quad (316)$$

Desta forma, para um determinado valor de  $F_{\text{iref}}$  e uma função  $\varphi$ , a rigidez  $K_0^*$  é apenas função de  $F_{\text{Aref}}$ ,

$$K_0^* = \frac{1}{x_{\text{Am}} + x_0} F_{\text{Aref}} + \frac{1}{x_{\text{Bm}} - x_0} \varphi(F_{\text{Aref}}) \quad (317)$$

pelo que a condição (315) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial K_0^*}{\partial F_{\text{Aref}}} = 0 \quad (318)$$

Substituindo a equação (317) em (318) obtém-se:

$$\frac{\partial K_0^*}{\partial F_{\text{Aref}}} = \frac{1}{x_{\text{Am}} + x_0} + \frac{1}{x_{\text{Bm}} - x_0} \frac{\partial \varphi(F_{\text{Aref}})}{\partial F_{\text{Aref}}} = 0 \quad (319)$$

A solução da equação (319) é:

$$\varphi(F_{\text{Aref}}) = -\frac{x_{\text{Bm}} - x_0}{x_{\text{Am}} + x_0} F_{\text{Aref}} + C_1 \quad (320)$$

A constante de integração  $C_1$  pode ser obtida notando que quando  $F_{\text{iref}} = 0$ , então  $F_{\text{Aref}} = F_{\text{A0}}$  e  $F_{\text{Bref}} = F_{\text{B0}}$ . Nesta situação, a condição de equilíbrio estático tem de ser cumprida, pelo que substituindo  $F_{\text{B0}} = \varphi(F_{\text{A0}})$  em (313) resulta:

$$C_1 = \left[ \frac{x_{\text{Bm}} - x_0}{x_{\text{Am}} + x_0} + 1 \right] F_{\text{A0}} - F_{\text{atm}} \quad (321)$$

A função  $\varphi$  é assim dada por:

$$\varphi(F_{\text{Aref}}) = -\frac{x_{\text{Bm}} - x_0}{x_0 + x_{\text{Am}}} F_{\text{Aref}} + \left[ 1 + \frac{x_{\text{Bm}} - x_0}{x_0 + x_{\text{Am}}} \right] F_{\text{A0}} - F_{\text{atm}} \quad (322)$$

Substituindo (322) em (317) obtém-se o valor da rigidez estática invariante com o pedido de força:

$$K_0^* = \left[ \frac{1}{x_{Am} + x_0} + \frac{1}{x_{Bm} - x_0} \right] F_{A0} - \frac{1}{x_{Bm} - x_0} F_{atm} \quad (323)$$

As expressões das forças de referência para cada uma das câmaras podem ser obtidas utilizando as equações (316) e (322):

$$F_{Aref} = \frac{x_{Am} + x_0}{x_{Am} + x_{Bm}} F_{iref} + F_{A0} \quad (324)$$

$$F_{Bref} = -\frac{x_{Bm} - x_0}{x_{Am} + x_{Bm}} F_{iref} + F_{A0} - F_{atm} \quad (325)$$

#### 5.4.2 Política ii: Maximização da gama de força do cilindro

Nesta política pretende-se encontrar uma forma de distribuir a força desejada  $F_{iref}$  pelas duas câmaras, de forma a evitar que qualquer uma delas sature em força. Considere-se a Fig. 168, onde estão representadas as forças disponíveis em cada câmara do cilindro. Se  $F_{iref}$  for positivo e sendo  $\Delta_A$  a fracção da força  $F_{iref}$  realizada pela câmara A, é natural que com um  $\Delta_A$  elevado, a possibilidade da força na câmara A atingir  $F_{Amax}$  (e portanto de haver saturação em força) aumente. Da mesma forma, se  $\Delta_A$  for baixo há maior possibilidade de a força na câmara B atingir o limite mínimo  $F_{Bmin}$ . Uma forma de resolver este compromisso é ter em conta que a possibilidade de saturação de força aumenta com o aumento da força pedida  $F_{iref}$ . Desta forma, pode-se definir a fracção de força pedida à câmara A ( $\Delta_A$ ) tal que ela própria seja uma fracção da força máxima positiva ( $F_{imax}^+$ ) que é possível pedir ao controlador de força:

$$\Delta_A = \Delta_1 / F_{imax}^+ \quad (326)$$

em que o valor de  $F_{imax}^+$  é dado pela equação (327):

$$F_{i\max}^+ = F_{A\max} - F_{B\min} - P_{\text{atm}}(A_A - A_B) = (P_s - P_{\text{atm}})A_A \quad (327)$$

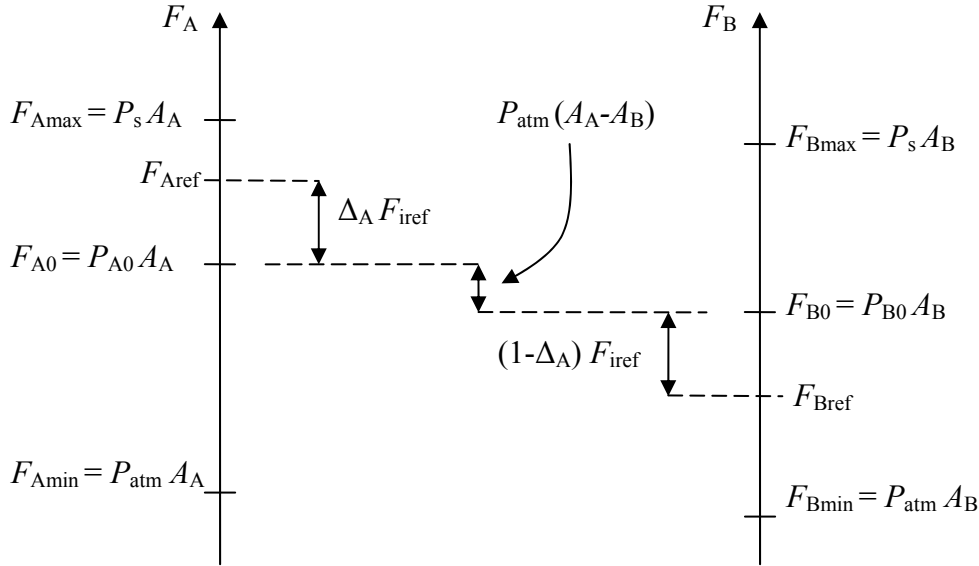


Fig. 168 – Forças disponíveis em cada câmara do cilindro

Utilizando a equação (326), a expressão que permite determinar a força em cada câmara para pedidos de força positivos é dada por:

$$F_{A\text{ref}} = \frac{\Delta_1}{F_{i\max}^+} F_{i\text{ref}} + P_{A0} A_A \quad (328)$$

$$F_{B\text{ref}} = -\left(1 - \frac{\Delta_1}{F_{i\max}^+}\right) F_{i\text{ref}} + P_{B0} A_B \quad (329)$$

Para garantir que não há saturação em força na câmara A, basta garantir que a pressão na câmara A não ultrapassa  $P_s$  quando  $F_{i\text{ref}} = F_{i\max}^+$ . Substituindo  $F_{A\text{ref}} = P_s A_A$  e  $F_{i\text{ref}} = F_{i\max}^+$  na equação (328) determina-se o valor de  $\Delta_1$ :

$$\Delta_1 = (P_s - P_{A0}) A_A \quad (330)$$



Note-se que com  $\Delta_1$  dado por (330) também se garante que a pressão na câmara B não desce abaixo de  $P_{\text{atm}}$ . De facto, substituindo  $F_{\text{iref}} = F_{\text{imax}}^+$  e (327) na equação (329) chega-se a:

$$F_{\text{Bref}} = F_{\text{Amin}} - F_{\text{A0}} + F_{\text{B0}} \quad (331)$$

Substituindo agora em (331) a equação de equilíbrio estático (313) é possível concluir que quando  $F_{\text{iref}} = F_{\text{imax}}^+$ , então  $F_{\text{Bref}} = F_{\text{Bmin}}$ . De forma semelhante ao que foi acima efectuado para o caso de pedidos de força positivos, é possível chegar às expressões de  $F_{\text{Aref}}$  e  $F_{\text{Bref}}$  para pedidos de força negativos:

$$F_{\text{Aref}} = \left(1 - \frac{\Delta_2}{F_{\text{imax}}^-}\right) F_{\text{iref}} + P_{\text{A0}} A_{\text{A}} \quad (332)$$

$$F_{\text{Bref}} = -\frac{\Delta_2}{F_{\text{imax}}^-} F_{\text{iref}} + P_{\text{B0}} A_{\text{B}} \quad (333)$$

Os valores de  $F_{\text{imax}}^-$  e de  $\Delta_2$  são dados por:

$$F_{\text{imax}}^- = F_{\text{Bmax}} - F_{\text{Amin}} + P_{\text{atm}} (A_{\text{A}} - A_{\text{B}}) = (P_{\text{s}} - P_{\text{atm}}) A_{\text{B}} \quad (334)$$

$$\Delta_2 = (P_{\text{s}} - P_{\text{B0}}) A_{\text{B}} \quad (335)$$

Por último, é necessário realçar que a gama de forças é limitada não apenas pelas pressões limite do sistema como também pelo caudal mássico disponível nas válvulas. De facto, considerando as equações que regem a dinâmica de forças (298) e (299) em regime permanente ( $\dot{F}_{\text{A,B}} = 0, T_{\text{A,B}} = T_{\text{amb}}$ ), é possível escrever:

$$\frac{\dot{x}F_A}{RT_A} = \dot{m}_A \quad (336)$$

$$-\frac{\dot{x}F_B}{RT_B} = \dot{m}_B \quad (337)$$

Estas equações revelam que, para um determinado caudal mássico, quanto maior for a velocidade, menor será a capacidade de força disponível no cilindro para acelerar a carga e para vencer forças externas. Esta limitação não pode, no entanto, ser contemplada numa política de gestão de forças pois o caudal mássico também depende da pressão nas câmaras no cilindro. Daí que a única limitação que pode ser contemplada numa política de gestão das forças em A e B é a devida às forças máximas  $F_{i\max}^+$  e  $F_{i\max}^-$ .

### 5.4.3 Comparação entre as duas políticas

A comparação entre as duas políticas será feita analisando a rigidez do cilindro e a gama de forças que resulta de cada uma delas. Considere-se a pressão de equilíbrio  $P_{0d}$ , definida de forma a relacionar as pressões de equilíbrio das duas câmaras:

$$P_{0d} = P_{A0} + \Delta_p = P_{B0} - \Delta_p \quad (338)$$

em que o valor de  $\Delta_p$  se obtém substituindo a equação (313) em (338):

$$\Delta_p = \frac{A_A - A_B}{A_A + A_B} (P_{0d} - P_{\text{atm}}) \quad (339)$$

A análise da rigidez será efectuada calculando (312) com os valores de referência  $F_{A\text{ref}}$  e  $F_{B\text{ref}}$ . O cálculo é efectuada para vários valores de  $P_{0d}$ , de posição e de força desejada  $F_{i\text{ref}}$ . Para efectuar a análise da gama de forças é necessário contemplar a saturação de força do cilindro devida não só às forças pneumáticas (ou pressões) mínimas e máximas

mas também às limitações de caudal acima apresentadas. Foi assim implementado um algoritmo – ver Fig. 169 – que calcula, para uma dada pressão de equilíbrio  $P_{0d}$  e para uma dada velocidade, se um pedido de força  $F_{iref}$  satura ou não o sistema (em caudal ou em força).

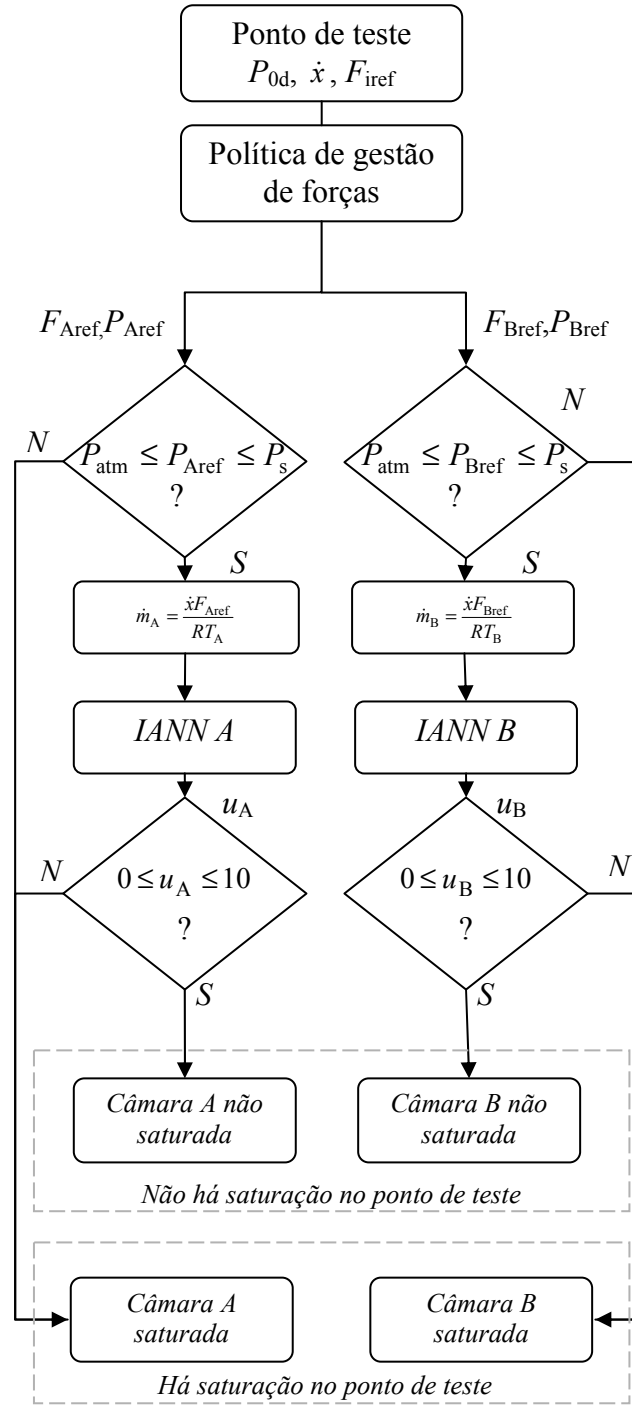


Fig. 169 – Fluxograma do algoritmo que calcula a gama de forças disponível

O algoritmo funciona da seguinte forma:

1) Para uma dada pressão de equilíbrio  $P_{0d}$ , uma dada velocidade  $\dot{x}$  e um pedido de força  $F_{iref}$  (o conjunto  $P_{0d}$ ,  $\dot{x}$  e  $F_{iref}$  definem um ponto de teste), as forças e pressões nas câmaras A e B são calculadas pela política de gestão de forças; se a pressão em A ou B exceder  $P_s$  ou estiver abaixo de  $P_{atm}$ , então o ponto de teste corresponde a uma situação em que a câmara A e/ou a câmara B estão saturadas, pois as pressões no seu interior estão fora do intervalo admissível;

2) Caso não haja saturação devida às pressões limite, os caudais mássicos necessários em cada câmara são calculados utilizando as expressões (336) e (337);

3) Os caudais mássicos e as pressões são inseridos nos modelos inversos das válvulas respectivas, que fornecem uma acção de controlo; se uma ou ambas as acções de controlo estiverem fora da gama  $[0,10]$  V, então o ponto de teste corresponde a uma situação em que uma ou ambas as câmaras estão saturadas devido a um pedido de caudal excessivo.

4) Os pontos imediatamente antes da saturação definem a gama máxima possível de  $F_{iref}$ .

O algoritmo foi implementado utilizando uma grelha de pressões de equilíbrio de 2 até 7 bar, com passo unitário, uma grelha de velocidades de -5 a +5 m/s, com passo de 0.1 m/s, e uma grelha de forças  $F_{iref}$  de  $F_{imax}^-$  a  $F_{imax}^+$  com um passo de 10N. Os resultados são naturalmente dependentes da posição em que o cilindro se encontra, pelo que o algoritmo foi executado para três posições; a posição do cilindro na qual os volumes das câmaras são iguais  $x_{0V}$ ,

$$x_{0V} = \frac{x_{Bm}A_B - x_{Am}A_A}{A_A + A_B} \quad (340)$$

e duas posições simétricas em torno dessa:  $(x_{0V} - 0.1)$  m e  $(x_{0V} + 0.1)$  m. No caso do cilindro em estudo,  $x_{0V} = -0.0235$ . A Fig. 170 apresenta os resultados dos valores

máximos de força possível para cada política, em função da velocidade e da pressão de equilíbrio, para as três posições acima referidas.

Na Fig. 170 é visível que a política de maximização da gama de força é bem sucedida, uma vez que permite uma gama de utilização bastante superior à obtida com a política de rigidez invariante. A observação desta figura permite também constatar que na política ii a variação da gama de forças com  $F_{iref}$  é independente da posição do pistão. Este resultado é esperado na medida em que as equações (328), (329), (332) e (333) não dependem da posição. A Fig. 171 apresenta um detalhe da Fig. 170: a gama de forças com  $x = x_{0V}$  e  $P_{0d} = 6 \times 10^5$  Pa. É possível verificar nesta figura que, quando a força desejada e a velocidade têm o mesmo sinal, a limitação de força é maioritariamente devida à saturação em caudal e não em força, pois a força disponível é inferior à máxima permitida pelas pressões disponíveis no sistema. Quando a força desejada e a velocidade têm sinais opostos, não é de esperar nenhuma limitação devida ao caudal (que não a do caudal máximo disponível) pois, em princípio, quando o êmbolo se desloca com uma velocidade num determinado sentido, essa velocidade não reduz a capacidade de produzir força no sentido contrário; há, no entanto, excepções como as que estão assinaladas a tracejado na Fig. 171. De facto, considere-se, por exemplo, a situação em que a velocidade é positiva e é pedida uma  $F_{iref}$  negativa baixa, correspondente a um ligeiro pedido de frenagem (zona A na Fig. 171). Como a pressão de equilíbrio é alta, a uma  $F_{iref}$  negativa baixa correspondem pressões altas em ambas as câmaras. Nesta situação é necessário inserir caudal na câmara A (pois o cilindro desloca-se com velocidade positiva) sendo  $P_A$  muito alta, logo a válvula que alimenta a câmara A pode saturar. Se, para a mesma velocidade, o valor pedido de  $F_i$  for negativo mas maior em módulo, a pressão na câmara A é menor e a válvula que a alimenta já não satura.

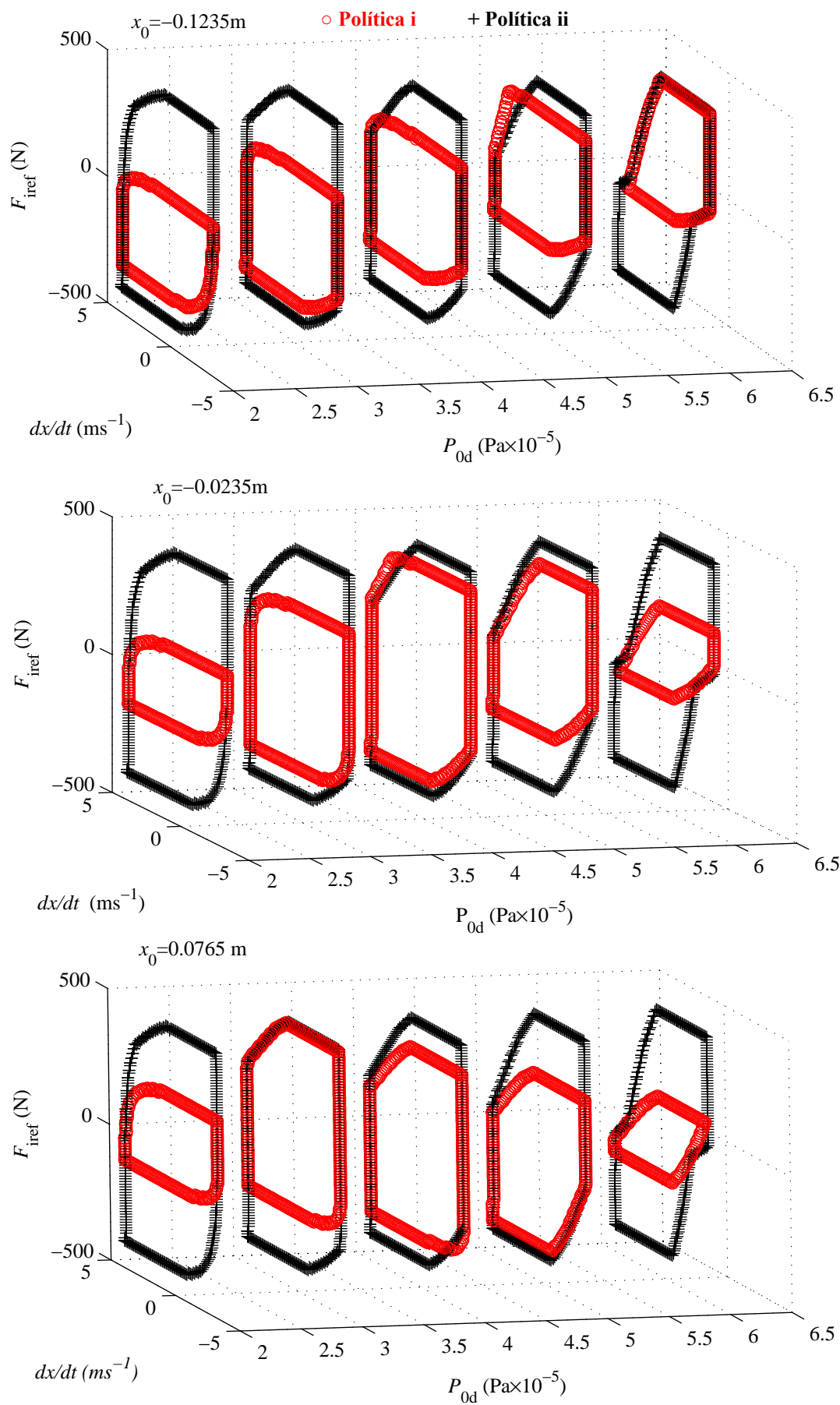


Fig. 170 – Gama de forças máximas para a política i e ii, para diversas posições

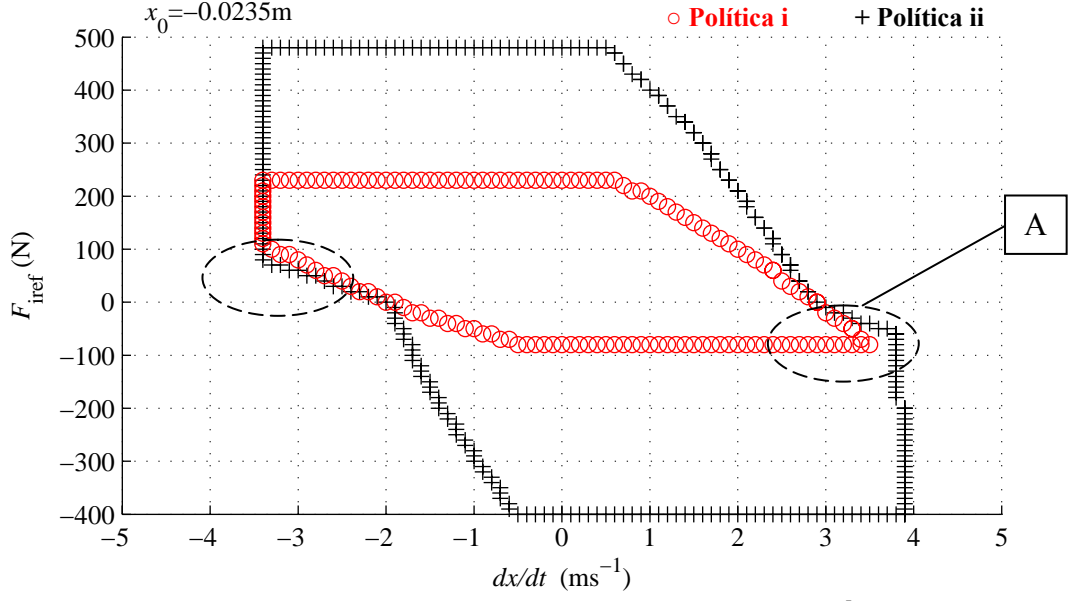


Fig. 171 – Detalhe da Fig. 170,  $x = x_{0V}$ ,  $P_{0d} = 6 \times 10^5$

A Fig. 172 apresenta, para as mesmas posições utilizadas na Fig. 170, a rigidez obtida com as duas políticas, em função das diferentes pressões de equilíbrio e forças  $F_{iref}$ . A observação desta figura permite constatar que a política de rigidez invariante é a mais interessante para valores elevados de  $P_{0d}$  pois a rigidez que dela resulta é superior à que resulta da maximização da gama de forças. No entanto, quanto maior for a pressão de equilíbrio menor é a gama de força disponível, pelo que a escolha de uma política de gestão de forças e da pressão de equilíbrio não é, face ao que foi apresentado, uma escolha evidente. Esta questão pode no entanto ser analisada por outro critério: a potência máxima disponível no sistema, dada pela equação (341).

$$Pot_{\max} = F_{iref\max} \dot{x} \quad (341)$$

Considere-se agora a Fig. 173, onde são apresentadas as curvas de potência das políticas i e ii, para  $x = x_{0V}$  e várias pressões de equilíbrio.

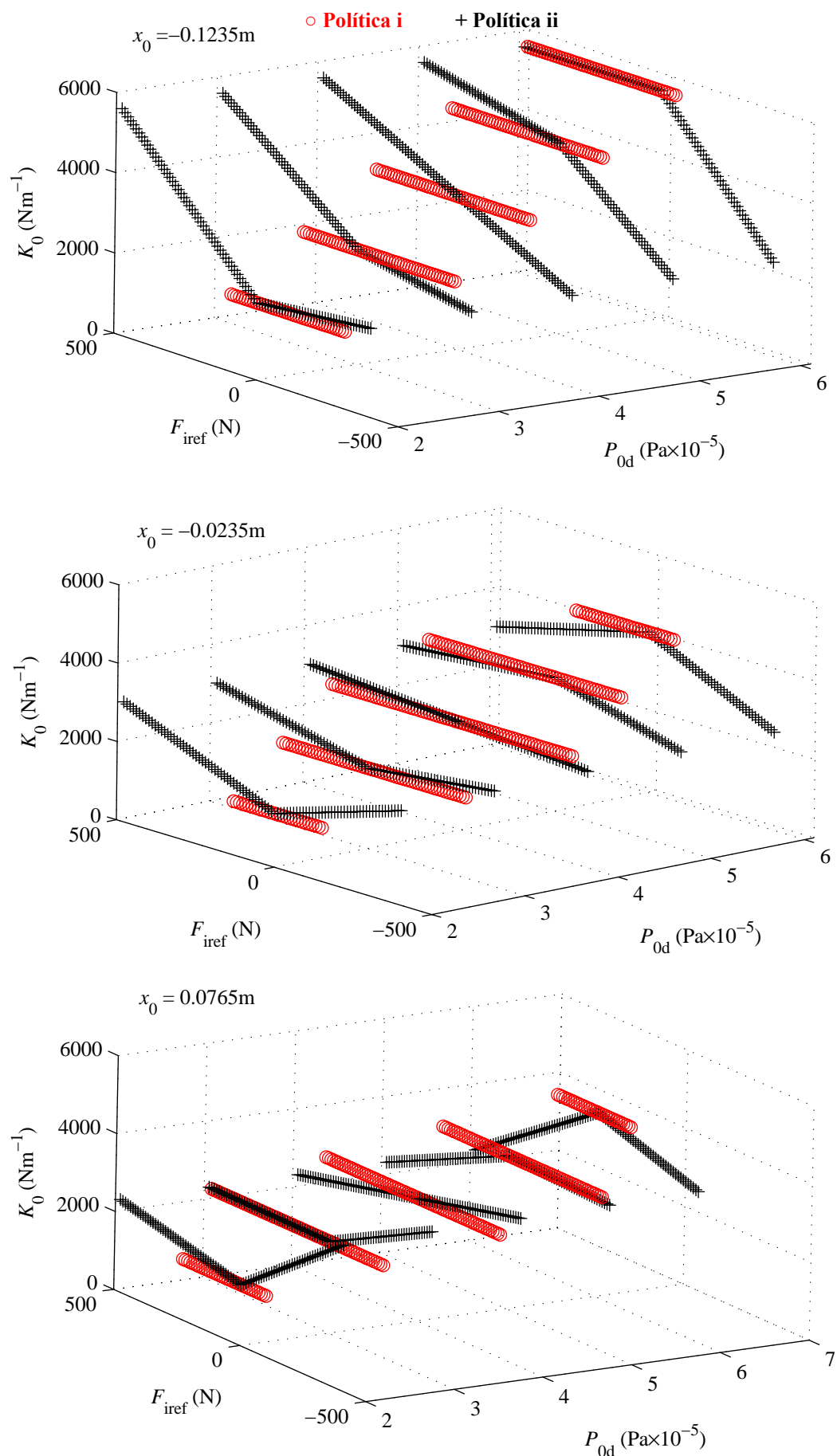
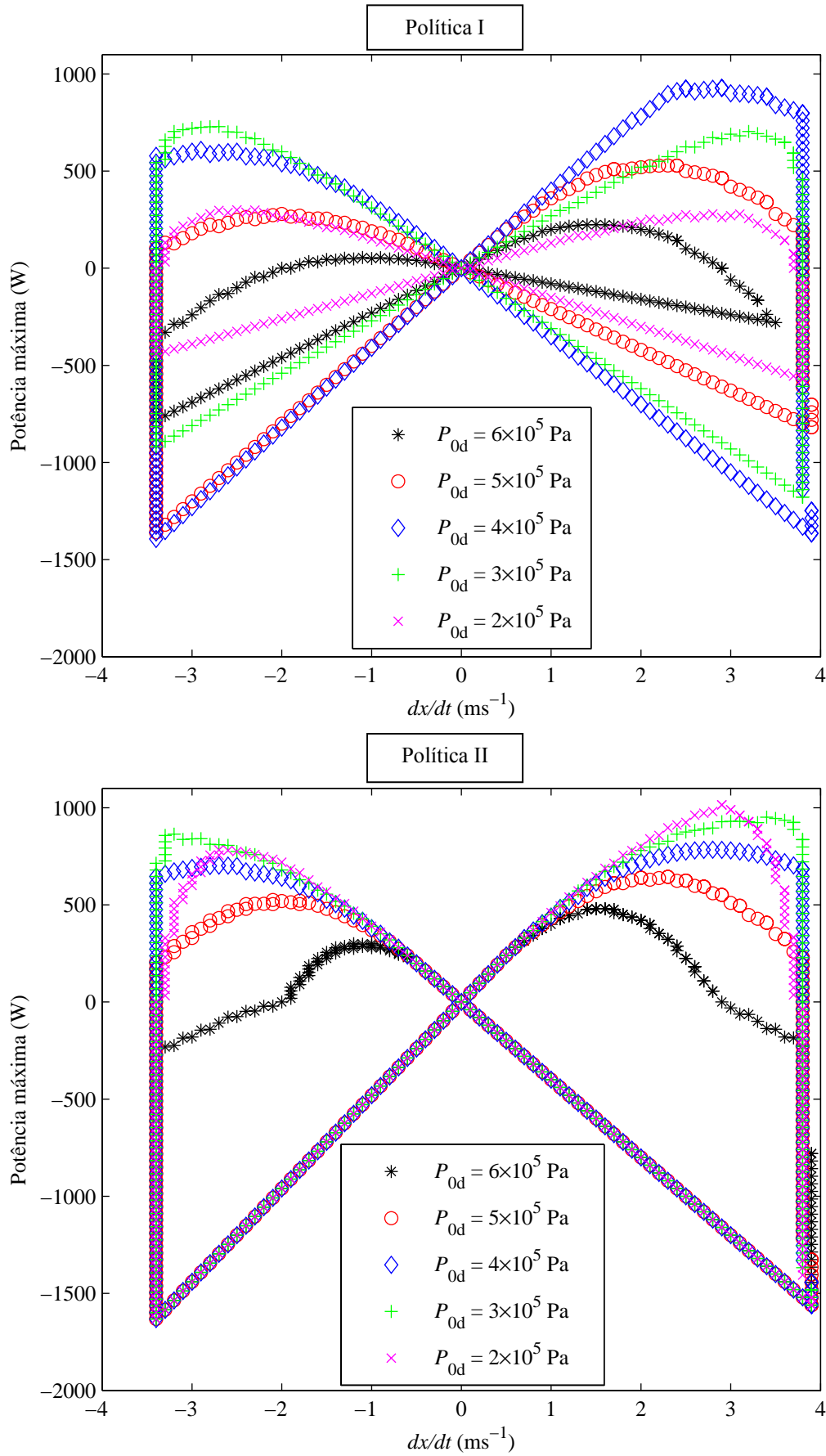


Fig. 172 – Rigidez para a política i e ii



Fig. 173 – Potência máxima no sistema com a política i e ii: curvas para diferentes  $P_{0d}$

A análise da Fig. 173 revela vários aspectos interessantes: em primeiro lugar, e como seria de esperar, com a política ii consegue-se quase sempre uma maior potência máxima qualquer que seja a pressão de equilíbrio. Em segundo lugar, na situação de frenagem (velocidade e força com sinais opostos, correspondentes a uma potência negativa) a política ii tem uma potência máxima independente da pressão  $P_{0d}$ , o que não acontece na política i. Estes dois factos apontam para a selecção da política ii como a mais indicada. Finalmente, como quer com a política i quer com a ii a pressão  $P_{0d} = 4\text{bar}$  garante uma gama de forças máxima muito alta, a escolha efectuada neste trabalho é a política ii com  $P_{0d} = 4\text{ bar}$ . Substituindo este valor e as áreas das câmaras nas equações (338) e (339) obtêm-se as pressões de equilíbrio em cada câmara:  $P_{0A} = 3.77 \times 10^5\text{ Pa}$  e  $P_{0B} = 4.22 \times 10^5\text{ Pa}$ .

### **5.5 Controlador de posição**

É sobre o controlador de posição que incidem as maiores incertezas do modelo. De facto, apesar dos bons resultados obtidos pelo modelo FANN, foi visto na secção 3.1.5 que a força de atrito apresenta uma grande dispersão experimental. Para além disso, a massa transportada pode variar entre 2.69kg e 13.1kg. A escolha do controlador de posição recaiu, portanto, sobre um controlador de estrutura variante, devido à sua inerente robustez a incertezas de modelação.

#### **5.5.1 Controladores de estrutura variante**

Os controladores de estrutura variante têm a sua origem na ex-URSS, na década de 1960, sendo que os primeiros estudos publicados em inglês só surgiram cerca de 15-20 anos mais tarde (ver por exemplo [121]).

A estratégia de base nos controladores VSC consiste em impor ao sistema um comportamento descrito por uma equação cujas características, quer ao nível de dinâmica, quer ao nível de rejeição de incertezas de modelação, sejam as desejadas. Considere-se, a título exemplificativo, a equação de dinâmica de movimento do sistema sem forças exteriores:

$$M\ddot{x} = F_i - F_{\text{atr}} \quad (342)$$

onde  $F_i$  é dado pela equação (314). A equação (342) pode ser escrita como:

$$\ddot{x} = f + bF_i \quad (343)$$

onde

$$f = -bF_{\text{atr}} \quad (344)$$

e

$$b = 1/M \quad (345)$$

Neste sistema pretende-se controlar as variáveis de movimento  $x, \dot{x}, \ddot{x}$  através da força  $F_i$ . Pretende-se que o sistema tenha um comportamento, em malha fechada, dado por uma das seguintes equações, que definem duas superfícies de deslizamento  $\sigma$  em  $\sigma = \sigma_1 = 0$  e  $\sigma = \sigma_2 = 0$ :

$$\sigma_1 = \dot{e} + \Lambda e = 0 \quad (346)$$

$$\sigma_2 = \dot{e} + 2\Lambda e + \Lambda^2 \int_0^t e \, dr = 0 \quad (347)$$

em que o erro  $e$  e suas derivadas são definidos como a diferença entre os valores de referência e os obtidos em cada instante:

$$\mathbf{e} = [e \quad \dot{e} \quad \ddot{e} \dots] = [x_{\text{ref}} - x \quad \dot{x}_{\text{ref}} - \dot{x} \quad \ddot{x}_{\text{ref}} - \ddot{x} \dots] \quad (348)$$

As superfícies  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são chamadas superfícies de deslizamento e foram definidas para o sistema de segunda ordem (343) de acordo com a metodologia proposta por Slotine e

Li em [82]. Ambas as superfícies são lineares, sendo que  $\sigma_2$  difere de  $\sigma_1$  pois contém uma acção integral que, como se verá mais à frente, permite que na acção de controlo surja um termo proporcional ao erro de seguimento. Por este motivo, o erro obtido com a superfície  $\sigma_2$  tende a ser menor do que com  $\sigma_1$ , pelo que a superfície utilizada para o controlador não linear proposto neste trabalho é a superfície  $\sigma_2$ . Apesar disso, a inclusão de  $\sigma_1$  neste texto justifica-se por tornar mais simples a apresentação de alguns conceitos.

Independentemente da superfície utilizada ser  $\sigma_1$  ou  $\sigma_2$ , quando o controlador é bem sucedido a dinâmica do sistema passa a ser dada por (346) ou por (347), cumprindo-se assim os seguintes objectivos:

- 1) A dinâmica do erro em malha fechada pode ser imposta por ajuste do parâmetro  $\Lambda$ ;
- 2) A dinâmica do erro em malha fechada não depende de nenhum parâmetro físico, pelo que as incertezas na modelação do sistema não a afectam: o sistema é robusto a incertezas de parametrização.

Resta assim encontrar uma lei de controlo que garanta que a superfície  $\sigma_1 = 0$  ou  $\sigma_2 = 0$  são atingidas. Considere-se que a superfície seleccionada é  $\sigma_2 = 0$ . Supondo que no estado inicial o sistema está em  $\sigma_2 = 0$ , é necessário garantir que  $\dot{\sigma}_2 = 0$ , isto é, que a condição (349) é satisfeita:

$$\dot{\sigma}_2 = 0 \Rightarrow \ddot{e} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e = 0 \quad (349)$$

A solução da equação (349) conduz ao que se costuma designar por acção de controlo equivalente [82]. Como esta acção de controlo garante que  $\sigma_2$  não varia temporalmente ( $\dot{\sigma}_2 = 0$ ), se a condição  $\sigma_2 = 0$  for cumprida no instante de tempo inicial, será também cumprida para qualquer instante posterior. No caso em análise, substituindo a equação (343) em (349), é possível chegar à expressão da acção de controlo equivalente  $F_{\text{ieq}}$ :

$$F_{\text{ieq}} = b^{-1}(\ddot{x}_{\text{ref}} - f + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) \quad (\sigma = \sigma_2) \quad (350)$$

Note-se que, enquanto na força equivalente da superfície  $\sigma_2$  surge um termo proporcional ao erro de posição ( $\Lambda^2 e$ ), se a superfície utilizada for  $\sigma_1$  esse termo não aparece:

$$F_{\text{ieq}} = b^{-1}(\ddot{x}_{\text{ref}} - f + \Lambda \dot{e}) \quad (\sigma = \sigma_1) \quad (351)$$

Fica assim justificada a escolha de uma superfície com acção integral. Há no entanto um problema, quer com a acção de controlo (351), quer com a (350), visto que os seus parâmetros não são, de uma forma genérica, conhecidos com rigor. No caso em estudo há dois parâmetros nas equações (343), (344) e (345) que não são conhecidos com exactidão: a força de atrito  $F_{\text{atr}}$  que, como se viu na secção 3.1, apresenta uma grande dispersão experimental de valores, e a massa do sistema,  $M$ , que pode variar. Considere-se que as estimativas de  $f$  e de  $b$  são dadas por  $\hat{f}$  e por  $\hat{b}$ , respectivamente:

$$\hat{f} = -\hat{F}_{\text{atr}}/\hat{M} \quad (352)$$

$$\hat{b} = 1/\hat{M} \quad (353)$$

em que  $\hat{F}_{\text{atr}}$  é a força de atrito modelada pela rede neuronal artificial obtida na secção 3.1.5 e  $\hat{M}$  é a massa estimada do sistema. A força equivalente para  $\sigma_2$  é, assim, dada por:

$$F_{\text{ieq}} = \hat{b}^{-1}(\ddot{x}_{\text{ref}} - \hat{f} + 2\Lambda \dot{e} + \Lambda^2 e) \quad (354)$$

Compreende-se deste modo que a equação (354) pode não conduzir o sistema a  $\dot{\sigma}_2 = 0$ , pelo que é necessário assegurar que, se o sistema se afastar de  $\sigma_2 = 0$ , há uma componente da acção de controlo que o atrai de novo para  $\sigma_2 = 0$ . Dito de outra forma, é necessário garantir que:

$$\begin{aligned}\sigma_2 > 0 &\Rightarrow \dot{\sigma}_2 \leq -\eta \\ \sigma_2 < 0 &\Rightarrow \dot{\sigma}_2 \geq \eta\end{aligned}\tag{355}$$

sendo  $\eta$  uma constante positiva. As condições (355) são normalmente designadas por condições de alcançabilidade [122] e podem ser escritas de forma mais compacta como:

$$\sigma_2 \dot{\sigma}_2 \leq -\eta |\sigma_2| \tag{356}$$

Se a condição (356) for cumprida, prova-se também que partindo de um valor não nulo no instante inicial ( $\sigma_2 \neq 0$ ), a superfície  $\sigma_2$  converge para zero num tempo finito  $t_s$ . De facto, integrando entre  $t = 0$  e  $t = t_s$  as desigualdades em  $\dot{\sigma}_2$  da equação (355), obtém-se:

$$\begin{aligned}\sigma_2(t = t_s) - \sigma_2(t = 0) &\leq -\eta(t_s - 0) \quad (\sigma_2 > 0) \\ \sigma_2(t = t_s) - \sigma_2(t = 0) &\geq \eta(t_s - 0) \quad (\sigma_2 < 0)\end{aligned}\tag{357}$$

em que  $\sigma_2(t = 0)$  e  $\sigma_2(t = t_s)$  são os valores de  $\sigma_2$  nos instantes de tempo  $t = 0$  e  $t = t_s$ .

Impondo  $\sigma_2(t = t_s) = 0$ , as equações (357) reduzem-se a:

$$t_s \leq \frac{|\sigma_2(t = 0)|}{\eta} \tag{358}$$

Uma forma de assegurar que a condição (356) é cumprida consiste em acrescentar à lei de controlo uma componente descontínua dada por:

$$F_{ides} = \hat{b}^{-1} k_{vsc} \text{sign}(\sigma_2) \tag{359}$$

em que  $k_{vsc}$  é uma constante a determinar e  $\text{sign}(\sigma_2)$  é a função sinal:

$$\text{sign}(\sigma_2) = \begin{cases} 1 & \text{se } \sigma_2 > 0 \\ 0 & \text{se } \sigma_2 = 0 \\ -1 & \text{se } \sigma_2 < 0 \end{cases} \quad (360)$$

De facto, com a componente descontínua (359) garante-se que quando  $\sigma_2 \neq 0$ , o sistema é obrigado a dirigir-se para  $\sigma_2 = 0$ , desde que o valor de  $k_{\text{vsc}}$  seja escolhido correctamente. Para calcular o valor de  $k_{\text{vsc}}$ , considere-se que a lei de controlo é dada pela soma da componente descontínua e da acção equivalente:

$$F_{\text{iref}} = F_{\text{ieq}} + F_{\text{ides}} = \hat{b}^{-1}(\ddot{x}_{\text{ref}} - \hat{f} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e + k_{\text{vsc}} \text{sign}(\sigma_2)) \quad (361)$$

Para garantir a condição (356) é necessário impor que:

$$\sigma_2(\ddot{x}_{\text{ref}} - f - bF_i + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) \leq -\eta|\sigma_2| \quad (362)$$

Substituindo a acção de controlo (361) em (362), e sabendo que  $f = -bF_{\text{atr}}$  e  $\hat{f} = -\hat{b}\hat{F}_{\text{atr}}$ , da desigualdade (362) resultam duas condições para o valor de  $k_{\text{vsc}}$ :

$$\begin{cases} k_{\text{vsc}} \geq \hat{b}(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) + (b^{-1}\hat{b} - 1)(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) + \eta b^{-1}\hat{b} & \text{se } \sigma_2 > 0 \\ k_{\text{vsc}} \geq -\hat{b}(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) - (b^{-1}\hat{b} - 1)(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) + \eta b^{-1}\hat{b} & \text{se } \sigma_2 < 0 \end{cases} \quad (363)$$

Como se pode verificar analisando as condições (363), o valor de  $k_{\text{vsc}}$  tem de ser tanto maior quanto maior for a incerteza no modelo do sistema. Numa situação limite em que o modelo é rigorosamente conhecido, a única condição que resulta de (363) é  $k_{\text{vsc}} \geq \eta$ , o que traduz o facto de  $k_{\text{vsc}}$  ter de ser tanto maior quanto maior for a rapidez com que se pretende atingir  $\sigma_2 = 0$ . Note-se, no entanto, que normalmente se pretende minimizar  $k_{\text{vsc}}$ ; de facto, a componente descontínua da acção de controlo pode provocar oscilações indesejadas cuja amplitude é tanto maior quanto maior for o valor de  $k_{\text{vsc}}$ . É possível, aliás, interpretar as duas componentes da acção de controlo (361) da seguinte forma: a função da parte descontínua é garantir que o sistema se dirige sempre para  $\sigma_2 = 0$ ; a

função da parte contínua é diminuir o valor da incerteza no modelo do sistema e, consequentemente, o valor necessário para  $k_{\text{vsc}}$ .

Prosseguindo a análise das condições expressas em (363), é possível verificar que o valor de  $k_{\text{vsc}}$  é tanto menor quanto mais próximo da unidade for o termo  $b^{-1}\hat{b}$ . Por este motivo, a estimativa  $\hat{b}$  será calculada com base na média geométrica de  $b$ :

$$\hat{b} = (b_{\min} b_{\max})^{1/2} \quad (364)$$

em que  $b_{\min}$  e  $b_{\max}$  são os valores mínimos e máximos que  $b$  pode tomar. Desta forma, a razão entre o valor estimado de  $b$  e o seu valor real é limitada por:

$$\beta^{-1} \leq \hat{b}b^{-1} \leq \beta \quad (365)$$

com

$$\beta = (b_{\min}^{-1} b_{\max})^{1/2} \quad (366)$$

Definindo o erro absoluto máximo na estimativa da força de atrito como  $|e_{\text{atr}}|_{\max}$ :

$$|F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}| \leq |e_{\text{atr}}|_{\max} \quad (367)$$

as condições (363) são garantidas se o valor de  $k_{\text{vsc}}$  satisfizer a seguinte desigualdade:

$$k_{\text{vsc}} > (\beta - 1) |\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda \dot{e} + \Lambda^2 e| + \hat{b} |e_{\text{atr}}|_{\max} + \eta \beta \quad (\sigma = \sigma_2) \quad (368)$$

Para o cálculo da incerteza na previsão da força de atrito serão utilizadas as estatísticas, obtidas na secção 3.1.5, do erro entre o atrito real e o modelado pela rede neuronal artificial FANN. O valor esperado do erro é  $\mu_{\text{atr}} = -0.002$  N e o desvio padrão é de



$DP_{\text{atr}} = 6.93 \text{ N}$ . Assumindo que o erro tem uma distribuição normal, o intervalo de confiança a 95% é dado por  $\mu_{\text{atr}} \pm 2DP_{\text{atr}} = 0.002 \pm 13.86 \text{ N}$ . Considerar-se-á assim que o erro absoluto máximo no modelo de atrito é dado por  $|e_{\text{atr}}|_{\text{max}} = 15 \text{ N}$ .

É de registar que o modelo FANN, quando comparado com o modelo de Karnopp, permite reduzir consideravelmente a incerteza na previsão da força de atrito. De facto, como se viu na secção 3.1.4, o valor esperado e o desvio padrão do erro do modelo de Karnopp são, respectivamente,  $-1.74 \text{ N}$  e  $10.46 \text{ N}$  (dados obtidos na configuração de massa mínima). Desta forma, caso se utilizasse esse modelo, a estimativa do erro absoluto máximo teria de ser aumentada para  $|e_{\text{atr}}|_{\text{max}} = 22.66 \text{ N}$ . O modelo FANN permite assim reduzir a componente descontínua da acção de controlo, contribuindo para a diminuição de oscilações indesejadas no sistema.

A Fig. 174 apresenta a resposta experimental do sistema pneumático em estudo a uma solicitação em degrau ( $x_{\text{ref}} = x_{\text{ref}}, \dot{x}_{\text{ref}} = 0, \ddot{x}_{\text{ref}} = 0$ ). A superfície utilizada é  $\sigma_2$ , a acção de controlo é dada por (361),  $k_{\text{vsc}}$  satisfaz a desigualdade da equação (368), o controlador de força é o apresentado na secção 5.3.3 e a política de gestão de forças utilizada é a que maximiza a gama de forças com  $P_{0d} = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$ . O valor estimado da massa é de  $\hat{M} = 5.91 \text{ kg}$ , a massa transportada pelo sistema é  $M_{\text{max}} = 13.1 \text{ kg}$ , o valor do parâmetro  $\Lambda$  é de  $\Lambda = 25 \text{ rad/s}$  e o valor de  $\eta$  ( $\eta = 6.5$ ) foi determinado experimentalmente de forma a garantir um tempo de convergência  $t_s$  satisfatório.

Como se pode observar na Fig. 174, a lei de controlo (361) conduz a um comportamento indesejável visto que a posição do cilindro, a acção de controlo e a superfície  $\sigma_2$  sofrem oscilações muito elevadas. Este fenómeno, conhecido por *chattering* ([82],[122]), é altamente indesejável na maioria das aplicações\*, pois para além de conduzir a um mau desempenho nas tarefas de controlo, pode reduzir significativamente o tempo de vida dos componentes envolvidos. Existem duas causas para o fenómeno de *chattering* [123]: dinâmicas não modeladas no sistema e a comutação da parte descontínua da lei de controlo não ser efectuada de forma ideal. Como na prática não é possível uma comutação instantânea da acção de controlo e como há sempre dinâmicas não modeladas, não é possível evitar o fenómeno de *chattering* com a lei de controlo (361).

---

\* Existem algumas aplicações nas quais a acção de controlo descontínua pode ser utilizada directamente, como por exemplo no controlo de motores eléctricos, em substituição da modulação por PWM.

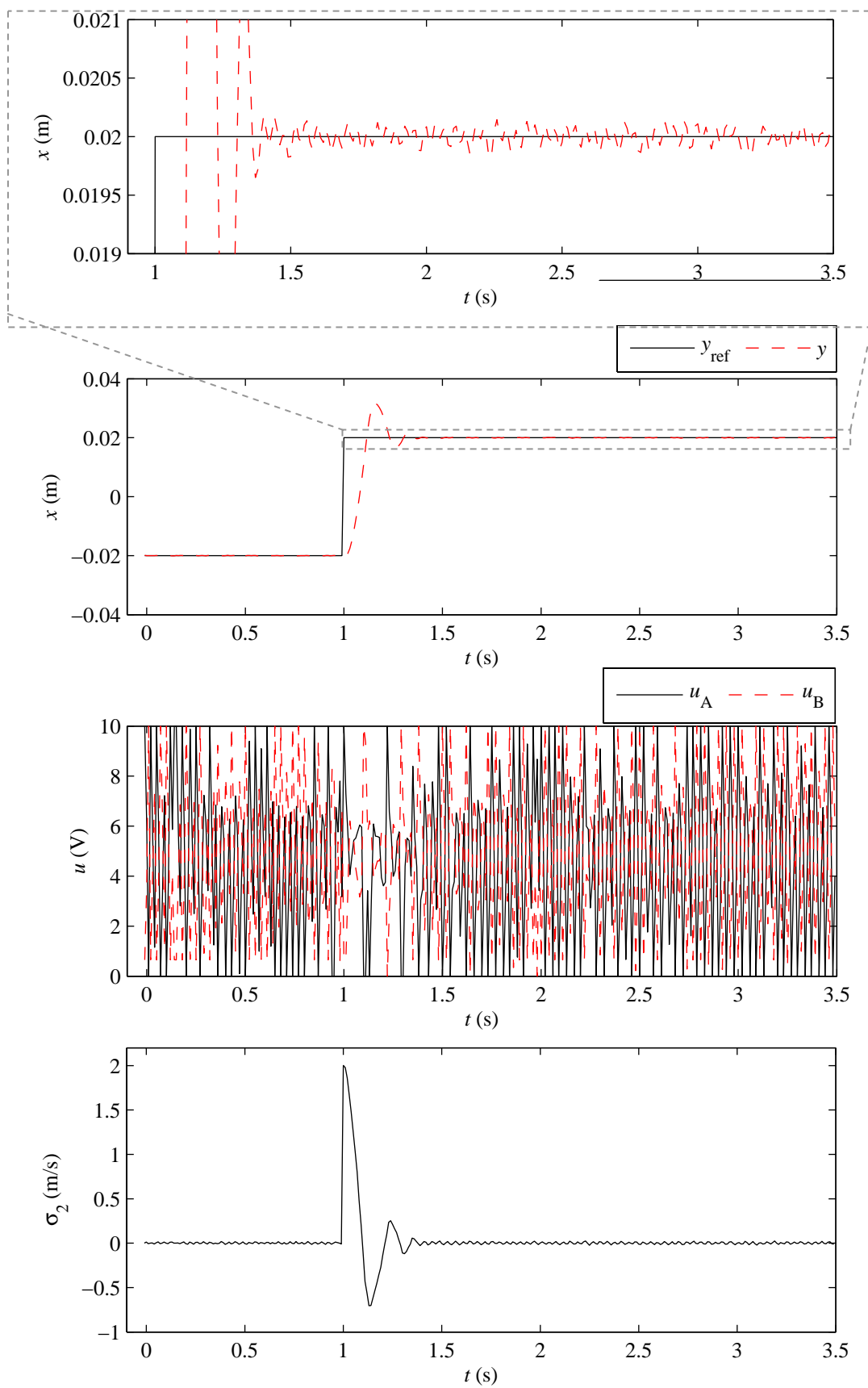


Fig. 174 – Resposta ao degrau do sistema controlado com (361)

### 5.5.2 Suavização da acção de controlo

A forma mais utilizada para reduzir os efeitos do *chattering* [123] consiste em criar uma camada de suavização, (*boundary layer*) em torno de  $\sigma = 0$ . Esta metodologia foi inicialmente proposta por Slotine e Sastry em [124] e [125]. A Fig. 175 a) apresenta o plano de fase de um sistema de 2ª ordem, estando assinalada a cinzento uma camada em torno da superfície  $\sigma_1 = 0$ . A camada tem uma espessura  $\phi$  e uma largura  $\varepsilon$ , e dentro dela a acção descontínua (359) é substituída por uma interpolação linear – ver Fig. 175 b).

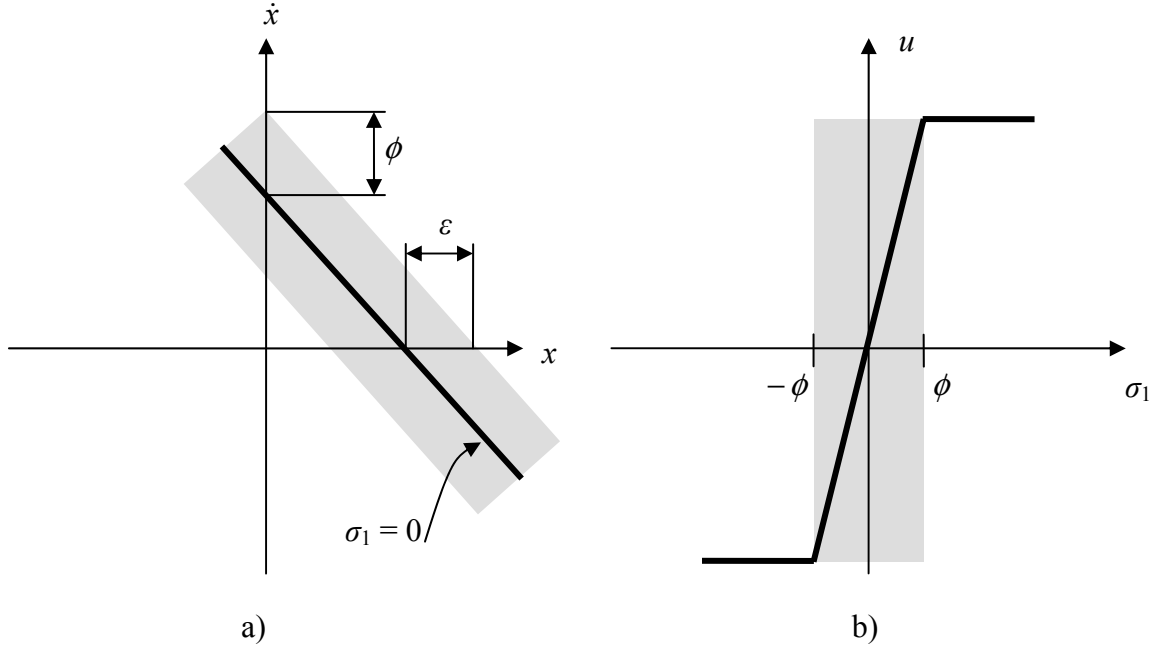


Fig. 175 – a) Camada de suavização de espessura  $\phi$  em torno de  $\sigma_1 = 0$  para um sistema de 2ª ordem; b) interpolação da acção de controlo no interior da camada

Com a utilização da camada de suavização em torno de  $\sigma = 0$ , a condição de atractividade deixa de ser dada por (356) uma vez que apenas se pretende que  $\sigma$  seja atraído para dentro da camada e não para  $\sigma = 0$ . A condição que garante a atractividade de  $\sigma$  para a camada é dada por:

$$\begin{aligned} \sigma > \phi &\Rightarrow \dot{\sigma} \leq \eta \\ \sigma < -\phi &\Rightarrow \dot{\sigma} \geq \eta \end{aligned} \tag{369}$$

Para aproximar a lei descontínua (359) utilizar-se-á a seguinte lei:

$$F_{ides} = \hat{b}^{-1} k_{vsc} \text{sat}(\sigma / \phi) \quad (370)$$

em que a função  $\text{sat}$  é definida como:

$$\text{sat}(\sigma / \phi) = \begin{cases} \sigma / \phi & \text{se } |\sigma / \phi| \leq 1 \\ \text{sign}(\sigma / \phi) & \text{se } |\sigma / \phi| > 1 \end{cases} \quad (371)$$

A lei de controlo total para o controlador de estrutura variante com camada de suavização, para  $\sigma = \sigma_2$ , é assim dada por:

$$F_{iref} = \hat{b}^{-1} (\ddot{x}_{ref} - \hat{f} + 2\Lambda \dot{e} + \Lambda^2 e + k_{vsc} \text{sat}(\sigma_2 / \phi)) \quad (372)$$

Para que a lei de controlo dada por (372) cumpra as condições de alcançabilidade (369), pode demonstrar-se, de forma idêntica ao que sucedeu com a lei (361), que  $k_{vsc}$  tem de satisfazer a condição (368).

Para melhor demonstrar como uma camada em torno de  $\sigma = 0$  pode conduzir a uma redução do *chattering*, considere-se agora que se utiliza uma camada em torno de  $\sigma_2 = 0$ . Substituindo a lei de controlo (372) no valor de  $\dot{\sigma}_2$ , e assumindo que não há incerteza em  $b$  ( $b\hat{b}^{-1} = 1$ ), chega-se a:

$$\dot{\sigma}_2 = -f + \hat{f} - k_{vsc} \text{sat}(\sigma_2 / \phi) \quad (373)$$

Dentro da camada a expressão (373) pode ser escrita como

$$\dot{\sigma}_2 + \frac{k_{vsc}}{\phi} \sigma_2 = \Delta f \quad (374)$$

em que  $\Delta f = -f + \hat{f}$ . É assim visível que com uma camada em torno de  $\sigma_2 = 0$  a superfície  $\sigma_2$  pode ser vista como a saída de um filtro de primeira ordem com constante

de tempo  $\phi / k_{\text{vsc}}$ , cuja entrada são as incertezas  $\Delta f$  – ver Fig. 176. Desta forma, a lei de controlo é suavizada e portanto o *chattering* é reduzido. Há, no entanto, contrapartidas à eliminação do *chattering*. De facto, o sistema deixa de ser robusto a perturbações e incertezas de modelação dentro da camada uma vez que, como se pode observar na equação (374), a dinâmica do sistema contempla as incertezas  $\Delta f$ . Para além disso, como realçado em [123], dinâmicas parasitas no sistema podem levar a que, mesmo com a camada em torno de  $\sigma = 0$ , o sistema exiba *chattering*. Finalmente, deixa de ser possível falar em seguimento de trajectória perfeito (erro nulo) e passa a ser possível apenas falar em erro de seguimento máximo. De facto, considere-se de novo a estrutura representada na Fig. 176. O valor máximo de  $e$  ocorre quando o valor de  $\sigma_2$  é máximo e quando a atenuação do filtro entre  $\sigma_2$  e  $e$  é mínima. O valor máximo de  $\sigma_2$  é idêntico a  $\phi$  pois a lei de controlo (372) garante que  $\sigma_2 \leq \phi$ . Como o filtro entre  $\sigma_2$  e  $e$  é um filtro passa baixo de primeira ordem, a atenuação mínima ocorre em regime estático ( $s = 0$ ). Desta forma, o erro de seguimento máximo,  $\varepsilon$ , é dado por:

$$\varepsilon = \phi / \lambda \quad (375)$$

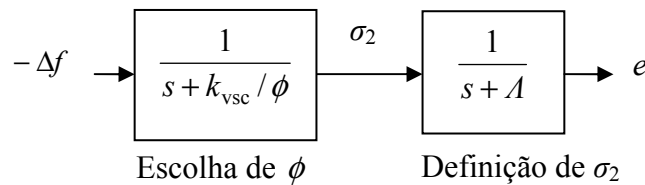


Fig. 176 – Estrutura da dinâmica do sistema em malha fechada

A Fig. 177 apresenta os resultados obtidos com a lei de controlo (372) ( $\sigma = \sigma_2$ ). Os parâmetros deste ensaio experimental são os mesmos que foram utilizados no ensaio apresentado na Fig. 174; a camada de suavização tem uma espessura de  $\phi = 0.01 \text{ ms}^{-1}$ . Constata-se que relativamente à Fig. 174 diminuíram as oscilações, quer na acção de controlo quer na posição. No entanto, o comportamento global é ainda muito oscilatório; verificou-se experimentalmente que essa oscilação pode ser diminuída através de um aumento da espessura da camada, mas que isso acarreta um aumento do erro de posicionamento. A equação (374) revela que quanto mais espessa for a camada, maior é a constante de tempo  $\phi / k_{\text{vsc}}$ , logo mais suave é a acção de controlo (menos

*chattering* existe). Por outro lado, quanto maior for a espessura da camada, maior será o erro de seguimento (375). A escolha da largura da camada deve assim reflectir um compromisso entre a quantidade de *chattering* máxima e o erro de seguimento de trajectória.

Slotine e Sastry [82], [124], [125] propuseram uma camada de suavização variável no tempo que impõe ao sistema uma largura de banda constante. Utilizando o facto de o erro máximo ser limitado por  $\varepsilon$ , é possível reescrever a equação (374) em função de  $k_{\text{vsc}}(\mathbf{x}_{\text{ref}})$ :

$$\dot{\sigma}_2 + \frac{k_{\text{vsc}}(\mathbf{x}_{\text{ref}})}{\phi} \sigma_2 = \Delta f(\mathbf{x}_{\text{ref}}) + O(\varepsilon) \quad (376)$$

Fazendo variar a espessura da camada de acordo com

$$\phi = k_{\text{vsc}}(\mathbf{x}_{\text{ref}}) / \Lambda \quad (377)$$

a largura de banda do primeiro filtro da Fig. 176 permanece constante e igual a  $\Lambda$ , pelo que o comportamento global em malha fechada é o de um sistema de segunda ordem criticamente amortecido. Substituindo (377) na expressão do erro de seguimento máximo dado por (375), obtém-se uma condição que traduz o balanço entre o erro máximo de seguimento  $\varepsilon$ , a largura de banda  $\Lambda$  e as incertezas paramétricas estimadas por  $k_{\text{vsc}}(\mathbf{x}_{\text{ref}})$ :

$$\varepsilon \Lambda^2 = k_{\text{vsc}}(\mathbf{x}_{\text{ref}}) \quad (378)$$

A equação (378) traduz o compromisso que decorre da abordagem de Slotine e Sastry: impondo uma largura de banda  $\Lambda$  constante, quanto maior for a incerteza paramétrica (estimada por  $k_{\text{vsc}}(\mathbf{x}_{\text{ref}})$ ) maior será o erro máximo de seguimento. No caso em estudo, no entanto, a largura de banda da dinâmica de posição varia com a massa do sistema, pelo que esta estratégia não deverá ser a mais adequada.

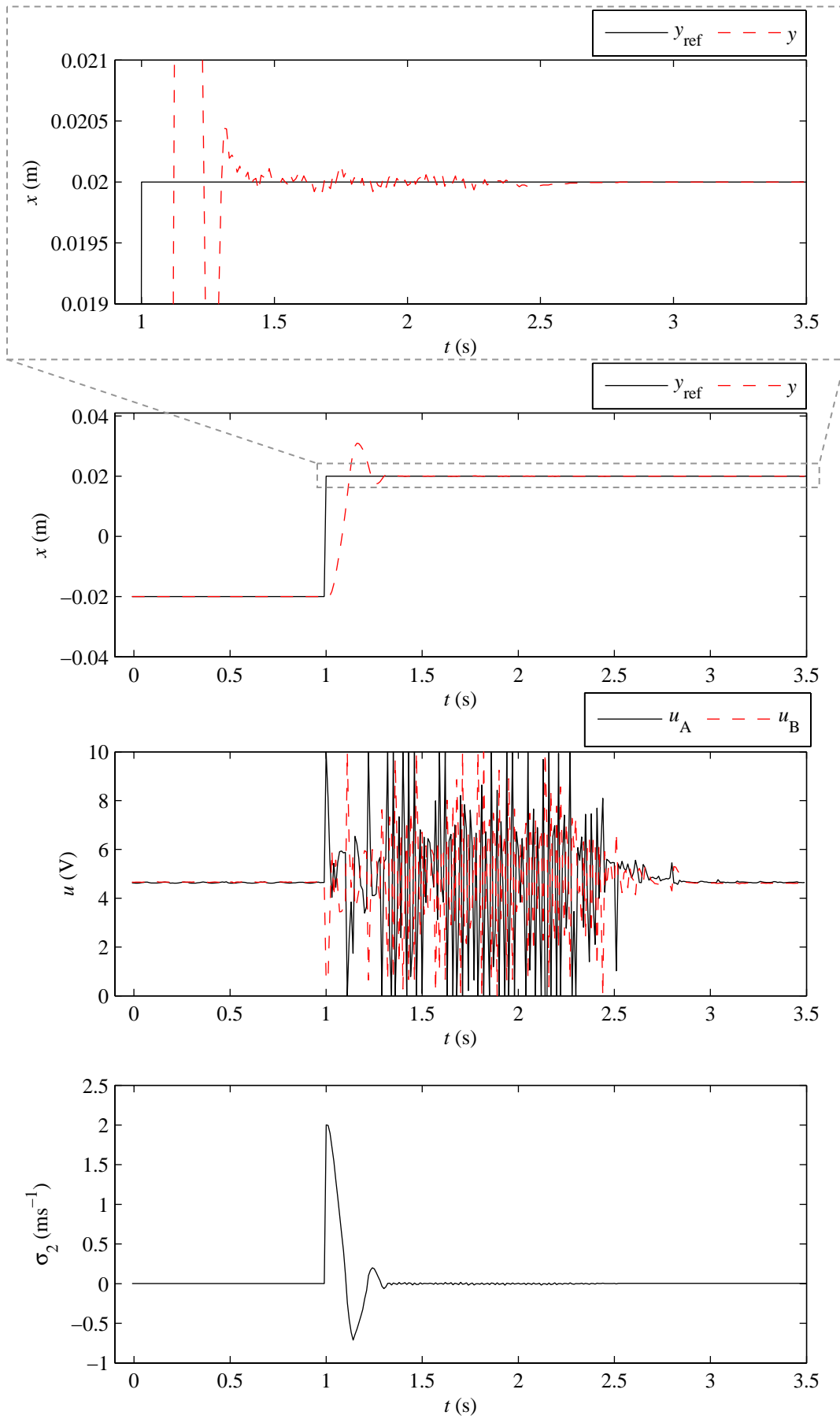


Fig. 177 – Resposta ao degrau do sistema controlado com (372)

Uma outra abordagem proposta na literatura consiste em reduzir a espessura da camada de suavização exponencialmente no tempo [126]. No entanto, como referido por Chen *et al.* em [127], uma forte desvantagem desta estratégia é que se trata de uma lei de variação de  $\phi$  em malha aberta que, como tal, não reage a mudanças no estado do sistema como, por exemplo, as devidas a perturbações exteriores.

Mais recentemente, Chen *et al.* [127] propuseram uma variação da espessura da camada de suavização com o valor da norma do estado. Em [127] estuda-se a regulação de sistemas lineares com incertezas paramétricas, utilizando controladores de estrutura variante com camadas de diferentes espessuras. Constata-se que com camadas de baixa espessura o fenómeno de *chattering* surge quando o estado está longe da origem mas desaparece próximo dela. Desta forma, é proposta uma lei de variação da espessura da camada de suavização com a norma do estado. A Fig. 178 apresenta o plano de fase de um sistema de 2ª ordem.

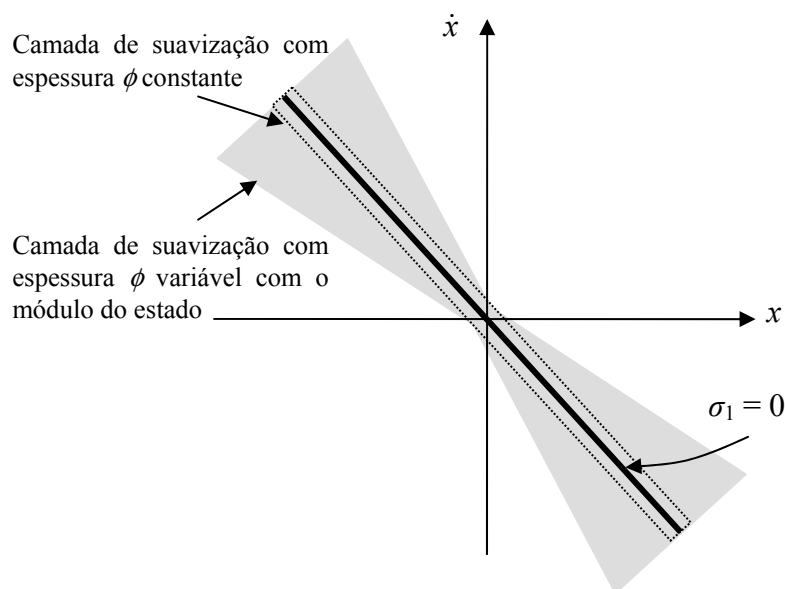


Fig. 178 – Camada de suavização de espessura variável com o módulo do estado, para um sistema de 2ª ordem

O objectivo de controlo no exemplo da Fig. 178 é conduzir o valor do estado para a origem do plano, com a dinâmica do erro imposta por  $\sigma_1 = 0$ . Encontram-se representadas duas camadas de suavização: uma camada constante e uma camada que varia proporcionalmente com a norma do estado. A vantagem desta última relativamente à primeira é que se consegue uma diminuição do *chattering* quando o



módulo do estado é elevado (a espessura da camada variável é superior à da camada fixa), isto apesar de o erro máximo em regime estático ser o mesmo (as espessuras das camadas com  $\dot{x} = 0$  são idênticas). Naturalmente que esta abordagem tem uma contrapartida: estando o sistema afastado da origem, a sua dinâmica poderá estar mais longe de  $\sigma_1 = 0$  do que quando se utiliza uma camada constante.

Neste trabalho segue-se uma outra metodologia, proposta recentemente por Buckholtz em [128] e [129]: a variação da espessura de  $\phi$  com o ângulo de aproximação de  $\sigma$  a  $\sigma = 0$ . A ideia de base desta estratégia reside na observação de que quanto maior for o ângulo de aproximação da trajectória do estado  $\sigma$  com a superfície de deslizamento  $\sigma = 0$ , maior será a possibilidade de ocorrência de *chattering*, como intuitivamente se depreende da observação da Fig. 179.

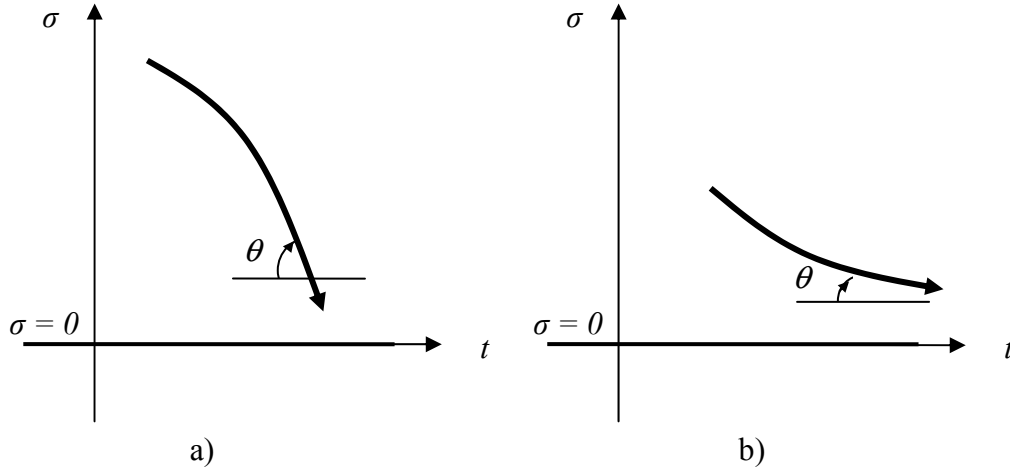
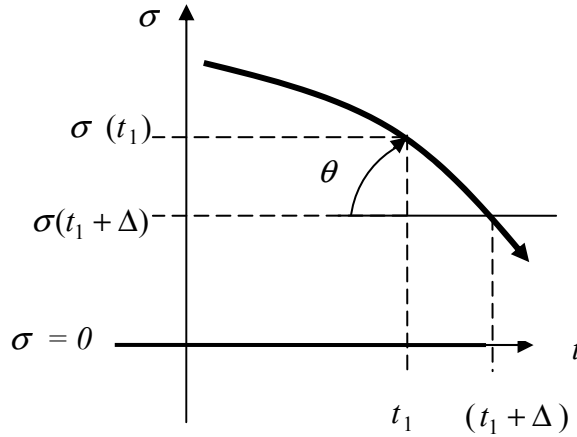


Fig. 179 – Ângulo de aproximação  $\theta$  de  $\sigma$  a  $\sigma = 0$ : a) ângulo grande; b) ângulo pequeno

Em [128] e [129] o ângulo de aproximação  $\theta$  é definido para sistemas de 1ª e 2ª ordem com base em considerações geométricas realizadas com as variáveis de estado do sistema. Desta forma, quando a ordem do sistema varia, a definição de  $\theta$  também varia. No sentido de evitar este inconveniente, neste trabalho propõe-se uma definição do ângulo  $\theta$  inovadora, realizada directamente no plano  $\sigma-t$  (ver Fig. 180):

$$\theta = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \left( \tan^{-1} \left( - \frac{\sigma(t_1 + \Delta) - \sigma(t_1)}{(t_1 + \Delta) - t_1} \right) \right) = \tan^{-1}(-\dot{\sigma}) \quad (379)$$

Fig. 180 – Definição do ângulo de aproximação  $\theta$ 

Por outro lado, em [128] a espessura da camada varia proporcionalmente com o módulo do ângulo  $\theta$ , i.e.,

$$\phi = k_{\theta} |\theta| \quad (380)$$

em que  $k_{\theta}$  é uma constante positiva. Neste trabalho utilizar-se-á uma versão ligeiramente alterada de (380), dada pela equação (381):

$$\phi = \phi_{\min} + k_{\theta} |\theta| \quad (381)$$

A utilização de (381) em vez de (380) garante que a espessura da camada não desce abaixo de um valor mínimo; evita-se desta forma que a função de comutação *sat* degenera para a função *sign* e evita-se desta forma os inconvenientes de *chattering* acima apresentados.

Com a espessura da camada a variar de acordo com (381), a lei de controlo total para  $\sigma = \sigma_2$  é dada por:

$$F_{\text{iref}} = F_{\text{ieq}} + F_{\text{idesc}} = \hat{b}^{-1} \left( \ddot{x}_{\text{ref}} - \hat{f} + 2\Lambda \dot{e} + \Lambda^2 e + k_{\text{vsc}} \text{sat} \left( \frac{\sigma_2}{\phi_{\min} + k_{\theta} |\theta|} \right) \right) \quad (382)$$

com  $\theta$  dado por (379).

### 5.5.3 Prova da estabilidade do controlador VSC

É agora necessário garantir que a lei de controlo dada pela equação (382) garante a convergência para a camada  $[-\phi_{\min}, +\phi_{\min}]$ . A prova dessa convergência será fornecida de seguida. Trata-se de uma demonstração original, distinta da utilizada em [128] e [129], que está dividida em duas partes:

Parte 1: garantir a atractividade de  $\sigma_2$  para  $\phi$ ,

Parte 2: demonstrar que se a condição acima estiver assegurada, então  $\sigma_2 \rightarrow \phi_{\min}$ .

Para a demonstração da primeira parte da prova é necessário encontrar a derivada da superfície  $\sigma_2$ , que é dada por:

$$\dot{\sigma}_2 = \ddot{e} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e \quad (383)$$

Substituindo a equação (382) em (383) e como  $f = -bF_{\text{atr}}$  e  $\hat{f} = -\hat{b}\hat{F}_{\text{atr}}$ , é possível chegar à equação seguinte:

$$\dot{\sigma}_2 = b(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) + (1 - b\hat{b}^{-1})(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) - b\hat{b}^{-1}k_{\text{vsc}}\text{sat}(\sigma_2 / \phi) \quad (384)$$

#### *Parte 1 da prova de estabilidade*

Nesta primeira parte da prova de estabilidade é encontrado um valor de  $k_{\text{vsc}}$  que garante a convergência de  $|\sigma_2|$  para  $|\sigma_2| < \phi$ , isto é, obtém-se um  $k_{\text{vsc}}$  que garante que se  $\sigma_2 > \phi$ ,  $\dot{\sigma}_2 \leq -\eta$  e que se  $\sigma_2 < -\phi$ ,  $\dot{\sigma}_2 \geq \eta$ .

Se  $\sigma_2 > \phi$  então, na componente descontínua da lei de controlo,  $\text{sat}(\sigma_2 / \phi) = 1$ .

Substituindo este valor na equação (384), a condição  $\dot{\sigma}_2 \leq \eta$  pode ser escrita como:

$$\dot{\sigma}_2 = b(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) + (1 - b\hat{b}^{-1})(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) - b\hat{b}^{-1}k_{\text{vsc}} \leq -\eta \quad (385)$$

Após algumas operações algébricas é possível chegar ao valor de  $k_{\text{vsc}}$  que satisfaz a condição (385):

$$k_{\text{vsc}} \geq \hat{b}(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) + (b^{-1}\hat{b} - 1)(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) + b^{-1}\hat{b}\eta \quad (386)$$

Se  $\sigma_2 < -\phi$  então, na componente descontínua da lei de controlo,  $\text{sat}(\sigma_2 / \phi) = -1$ . Substituindo este valor na equação (384) o valor de  $\dot{\sigma}_2$  pode ser escrito como:

$$\dot{\sigma}_2 = b(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) + (1 - b\hat{b}^{-1})(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) + b\hat{b}^{-1}k_{\text{vsc}}$$

Para que  $\dot{\sigma}_2 \geq \eta$  é necessário que:

$$\dot{\sigma}_2 = b(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) + (1 - b\hat{b}^{-1})(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) + b\hat{b}^{-1}k_{\text{vsc}} \geq \eta \quad (387)$$

Após alguns cálculos é possível chegar ao valor de  $k_{\text{vsc}}$  que satisfaz a condição (387):

$$k_{\text{vsc}} \geq -\hat{b}(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) - (b^{-1}\hat{b} - 1)(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) + b^{-1}\hat{b}\eta \quad (388)$$

Para satisfazer simultaneamente as condições (386) e (388) pode assim utilizar-se um valor de  $k_{\text{vsc}}$  dado por:

$$k_{\text{vsc}} = \hat{b}|e_{\text{atr}}|_{\text{max}} + (\beta - 1)|\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e| + \beta\eta \quad (389)$$

Em que  $\beta$  é o majorante da incerteza em  $b$  e  $|e_{\text{atr}}|_{\text{max}}$  é o valor absoluto máximo do erro no modelo de força de atrito (cf. equações (366) e (367)).

### Parte 2 da prova de estabilidade

Nesta segunda parte da prova de estabilidade do controlador, demonstra-se que se a convergência de  $|\sigma_2|$  para  $|\sigma_2| < \phi$  for assegurada, então  $|\sigma_2| \rightarrow |\sigma_2| \leq \phi_{\min}$ . Esta demonstração será realizada recorrendo à Fig. 181, que apresenta o plano de fase da superfície  $\sigma_2$  e onde as linhas espessas de cor preta representam as condições  $\sigma_2 = \phi$  e  $\sigma_2 = -\phi$ . Será demonstrado que independentemente da localização de  $\sigma_2$  neste plano, desde que as condições da parte 1 da prova estejam garantidas, o módulo de  $\sigma_2$  tende para um valor inferior a  $\phi_{\min}$ .

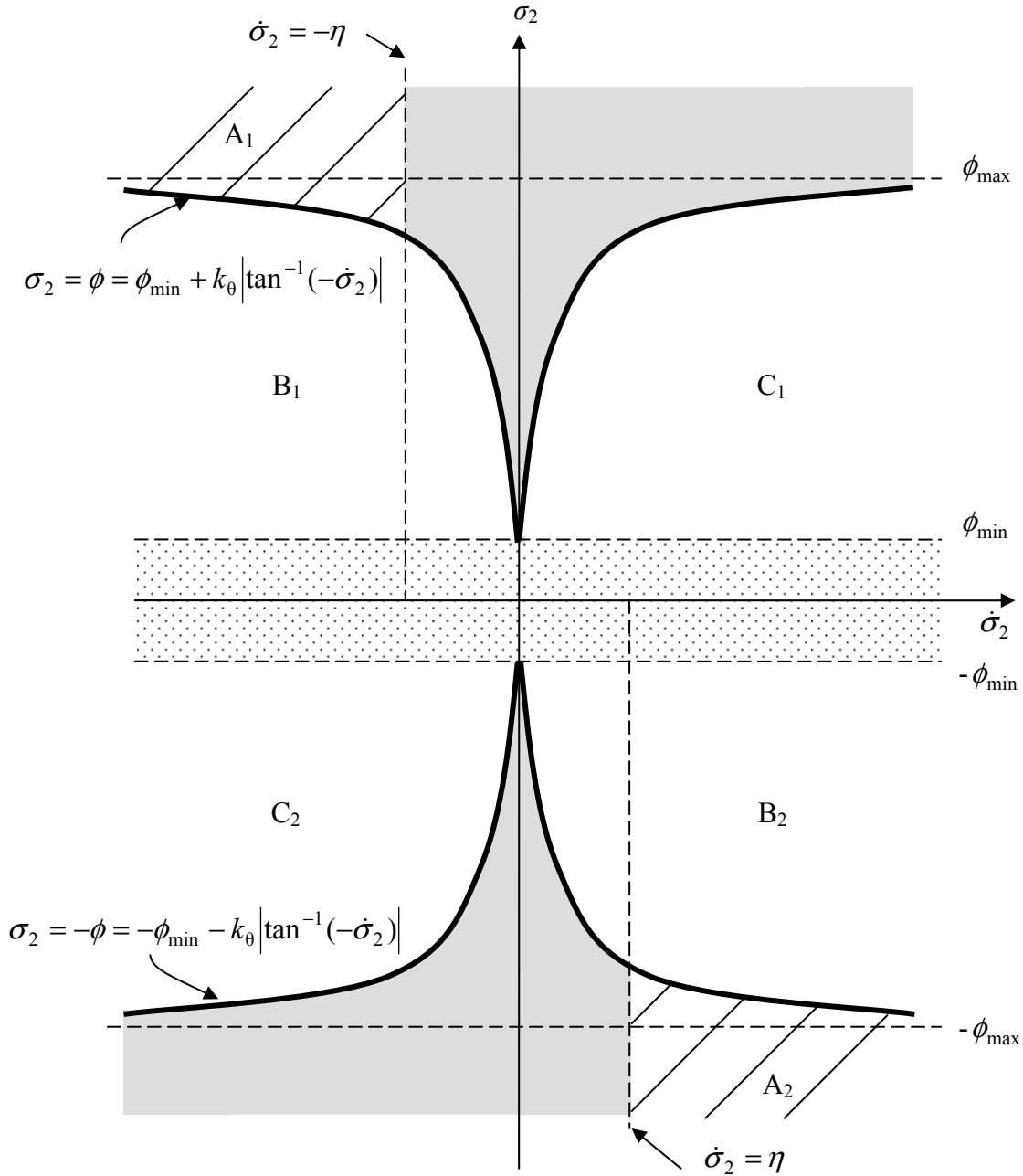
Considerem-se as regiões acima de  $\sigma_2 = \phi$  e abaixo de  $\sigma_2 = -\phi$ . Estas regiões encontram-se, cada uma delas, divididas em duas partes, assinaladas a tracejado e a cinzento. Esta divisão é justificada pelo que foi apresentado na parte 1 desta prova: quando  $\sigma_2 > \phi$ , o controlador impõe  $\dot{\sigma}_2 \leq -\eta$  (região a tracejado  $A_1$ ), e quando  $\sigma_2 < -\phi$ , o controlador impõe  $\dot{\sigma}_2 \geq \eta$  (região a tracejado  $A_2$ ). Desta forma, as regiões a cinzento não são acessíveis.

Considere-se agora a região  $B_1$ , correspondente a  $\phi_{\min} < \sigma_2 < \phi$  e  $\dot{\sigma}_2 \leq 0$ . Note-se que utilizando a lei (381) a condição  $\sigma_2 = \phi$  pode ser escrita como:

$$\sigma_2 = \phi = \phi_{\min} + k_{\theta} \left| \tan^{-1}(-\dot{\sigma}_2) \right| \quad (390)$$

A equação diferencial (390) é estável e tende para  $\phi_{\min}$  desde que  $\dot{\sigma}_2 \leq 0$ . Como na zona  $B_1$  a condição  $\dot{\sigma}_2 \leq 0$  é verificada, e como simultaneamente  $\sigma_2 \leq \phi$ , conclui-se que em qualquer ponto da região  $B_1$  se verifica  $\sigma_2 \rightarrow \sigma_2 \leq \phi_{\min}$ .

Graficamente, este comportamento corresponde a ter a linha  $\sigma_2 = \phi$ , no segundo quadrante da Fig. 181, a tender para a linha horizontal  $\sigma_2 = \phi_{\min}$ . Desta forma, qualquer ponto do segundo quadrante que se encontre abaixo de  $\sigma_2 = \phi$  tenderá inevitavelmente para um valor inferior a  $\phi_{\min}$ . Um raciocínio semelhante pode ser aplicado à zona  $B_2$  ( $-\phi < \sigma_2 < -\phi_{\min}$  e  $\dot{\sigma}_2 \geq 0$ ), permitindo provar que nesta região  $\sigma_2 \rightarrow \sigma_2 \geq -\phi_{\min}$ .

Fig. 181 – Plano de fase  $\sigma_2 - \dot{\sigma}_2$ 

Considere-se agora uma situação representada pelo ponto  $X$  que se situa na zona  $C_1$  ( $\phi_{\min} < \sigma_2 < \phi$  e  $\dot{\sigma}_2 \geq 0$ ), tal como ilustrado na Fig. 182. Partindo de uma posição arbitrária  $X_0$  em  $C_1$ , o valor de  $\sigma_2$  tende a aumentar pois a sua derivada tem sinal positivo. Desta forma,  $\sigma_2$  ultrapassará inevitavelmente  $\sigma_2 = \phi$ . Quando isso acontece ( $X = X_1$ ), o controlador impõe que  $\dot{\sigma}_2 \leq -\eta$  (devido às condições impostas na primeira parte desta prova), pelo que o valor de  $\dot{\sigma}_2$  transita descontinuamente de  $\dot{\sigma}_2 = \dot{\sigma}_2(X_1)$

para  $\dot{\sigma}_2 = \dot{\sigma}_2(X_2) \leq -\eta$ . O valor exacto de  $\dot{\sigma}_2(X_2)$  depende do valor das incertezas no momento em que se dá a descontinuidade, bem como da forma como a desigualdade (386) é cumprida. Se, no exemplo da Fig. 182, esta desigualdade for cumprida com  $k_{\text{vsc}}$  dado por (389), o valor de  $\dot{\sigma}_2(X_2)$  pode ser determinado substituindo (389) em (385):

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_2|_{X_2} = & \left[ b(F_{\text{atr}} - \hat{F}_{\text{atr}}) + (1 - b\hat{b}^{-1})(\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e) \right. \\ & \left. - b\hat{b}^{-1}(\hat{b}|e_{\text{atr}}|_{\text{max}} + (\beta - 1)|\ddot{x}_{\text{ref}} + 2\Lambda\dot{e} + \Lambda^2 e| + \beta\eta) \right]_{X_2} \end{aligned} \quad (391)$$

Conclui-se assim que um ponto  $X$  inicialmente localizado em  $C_1$  transita sempre para as regiões  $A_1$  ou  $B_1$ , onde a estabilidade do controlador já foi demonstrada. Um raciocínio semelhante pode ser aplicado à zona  $C_2$ . Fica assim demonstrado que independentemente da zona de partida no plano de fase  $\sigma_2 - \dot{\sigma}_2$ , o módulo de  $\sigma_2$  tende para um valor inferior a  $\phi_{\text{min}}$ .

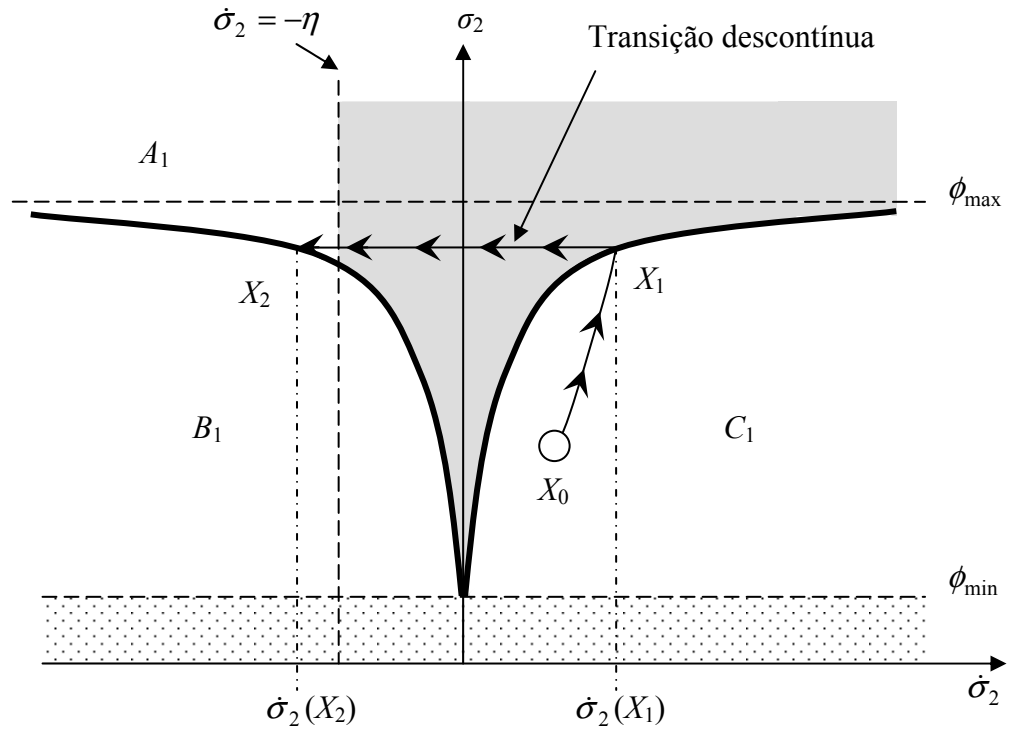


Fig. 182 – Descontinuidade em  $\dot{\sigma}_2$

Note-se que a prova de estabilidade foi conseguida para  $\sigma = \sigma_2$  mas pode ser generalizada a qualquer superfície  $\sigma$ . De facto, para garantir a primeira parte da prova para qualquer  $\sigma$  basta encontrar um valor de  $k_{vsc}$  que garanta que  $|\sigma|$  tende para  $|\sigma| < \phi$ .

A segunda parte da prova é válida para qualquer  $\sigma$ . Por outro lado, nada obriga a que no 1º e 3º quadrantes da Fig. 181 a espessura da camada varie de acordo com a forma apresentada. Nestes dois quadrantes o ângulo  $\theta$  aumenta em módulo e como tal pode ser útil a utilização de uma lei de variação da espessura de  $\phi$  diferente da utilizada na equação (381). No caso do sistema em estudo foi ainda testada a hipótese de utilização de uma espessura constante mas, uma vez que não houve uma melhoria significativa nos resultados experimentais e a acção de controlo se tornou mais activa, a hipótese foi abandonada.

Para demonstrar a melhoria na qualidade do controlo obtido com a lei (382), a Fig. 183 apresenta os resultados experimentais na resposta ao degrau do sistema pneumático. Os valores dos parâmetros utilizados são os mesmos que para os dois controladores não lineares anteriores e  $k_\theta$  e  $\phi_{\min}$  foram afinados experimentalmente ( $k_\theta = 0.05 \text{ ms}^{-1}\text{rad}^{-1}$  e  $\phi_{\min} = 0.01 \text{ ms}^{-1}$ ). Como se pode observar na Fig. 183, há uma enorme melhoria dos resultados relativamente aos obtidos quer com o controlador sem camada de suavização (Fig. 174) quer com o controlador com camada de suavização fixa (Fig. 177): as oscilações da acção de controlo quando o pistão se encontra parado foram eliminadas e, quer a evolução da posição do pistão, quer a da superfície  $\sigma_2$ , são agora muito mais suaves.

A Fig. 184 apresenta a evolução de  $\sigma_2$  e de  $\phi$  durante a experiência da Fig. 183. Pode-se constatar que  $\sigma_2$  tende para o interior de  $[-\phi_{\min}, \phi_{\min}]$  e, como é visível na zona assinalada a tracejado, quando há uma alteração da derivada de  $\sigma_2$ , a espessura da camada aumenta de imediato para acomodar essa variação. Na próxima secção analisam-se os resultados experimentais obtidos com o controlador (382).



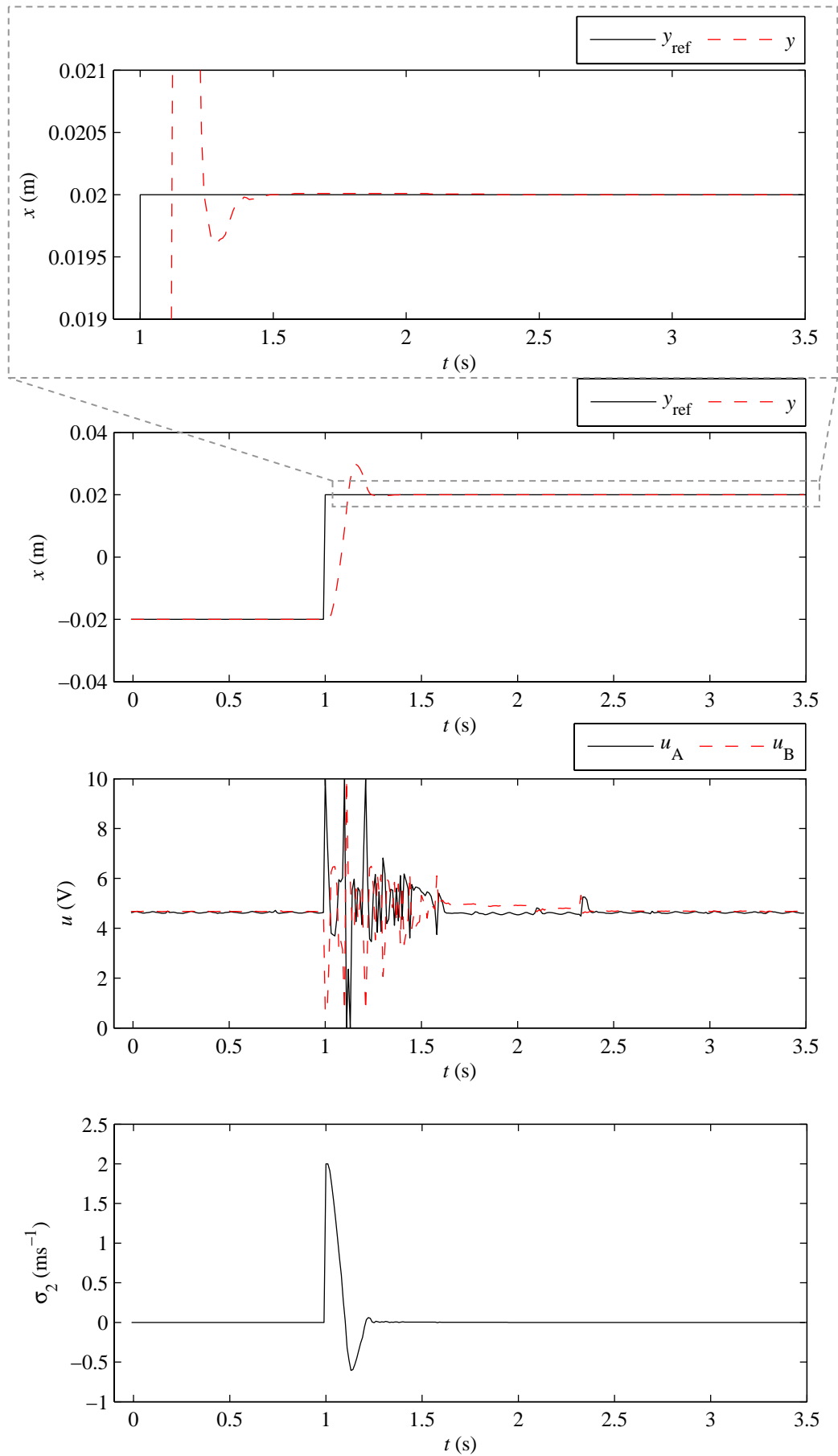
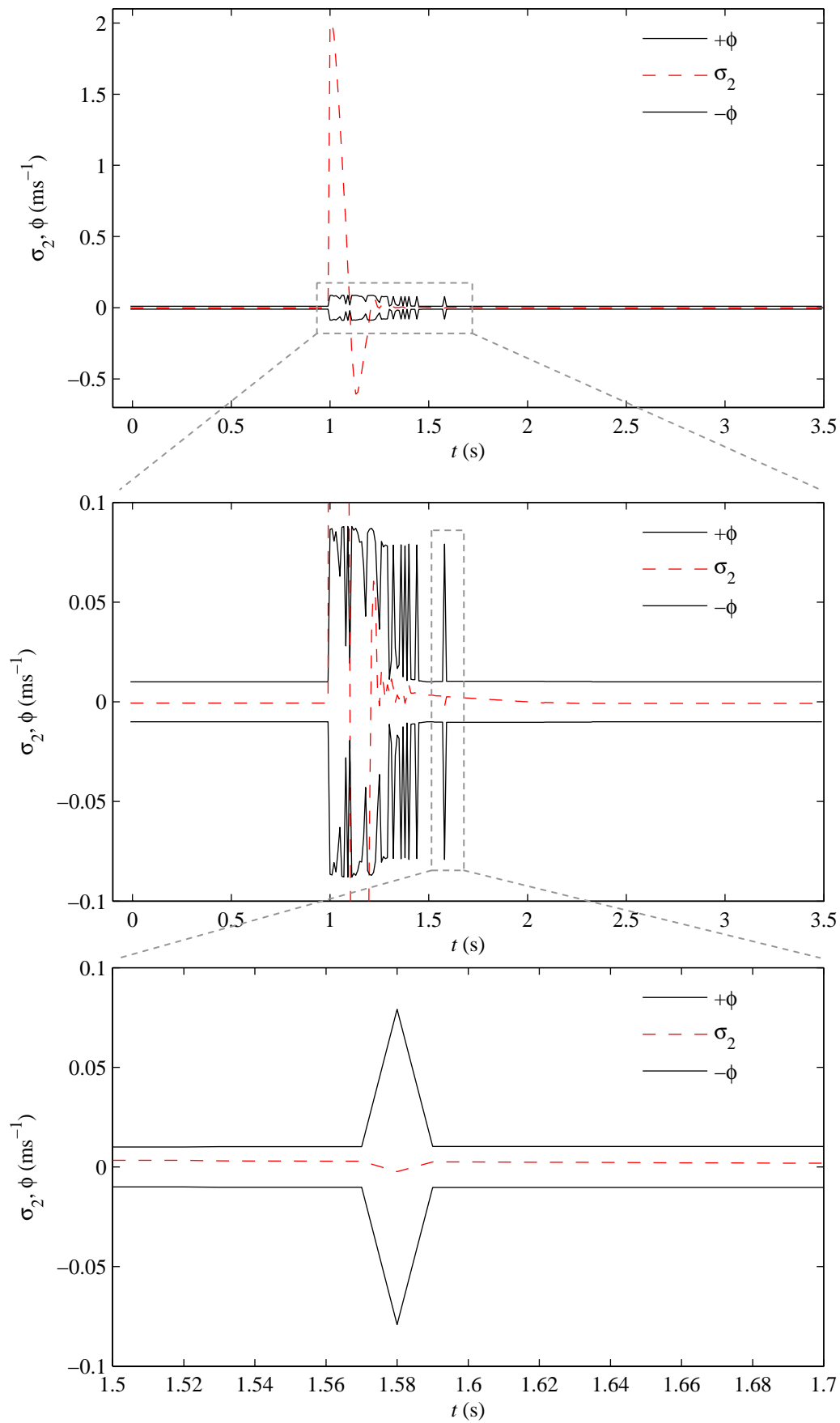


Fig. 183 – Resposta ao degrau do sistema controlado com (382)

Fig. 184 – Evolução de  $\sigma_2$  e de  $\phi$  durante a experiência da Fig. 183

### 5.6 Resultados experimentais

Nesta secção são avaliados os resultados do controlador obtido na secção anterior. Para tal, foram inicialmente afinados dois controladores na resposta ao degrau ( $x_{\text{ref}} = x_{\text{ref}}, \dot{x}_{\text{ref}} = 0, \ddot{x}_{\text{ref}} = 0$ ), um para o sistema a transportar a massa mínima ( $M_{\text{min}} = 2.69 \text{ kg}$ ) e outro para o sistema a transportar a massa máxima ( $M_{\text{max}} = 13.1 \text{ kg}$ ).

Os parâmetros destes controladores são apresentados na Tabela 32 e a Fig. 185 apresenta os resultados obtidos. Como se pode constatar nesta figura, os resultados de posicionamento estático são excelentes, pois os erros obtidos estão contidos no intervalo  $[-5, +5] \mu\text{m}$ . Uma vez que a resolução do transdutor de posição é de  $\pm 5 \mu\text{m}$ , do ponto de vista de controlo atinge-se um erro nulo. Para além disso, a resposta dinâmica é bastante aceitável, existindo apenas uma ligeira sobrelevação com a massa máxima. Esta experiência demonstra que é possível atingir resultados muito bons com o controlador afinado para cada massa e com uma referência em degrau. No entanto, tendo em vista que a lei de controlo (382) requer valores de referência para a posição, velocidade e aceleração, os testes deste controlador serão feitos não com sinais em degrau mas sim com trajectórias de referência.

Serão utilizados dois tipos de trajectórias de referência: uma semelhante a um degrau, mas com velocidades e acelerações máximas impostas, e uma onda sinusoidal de amplitude constante e frequência crescente com o tempo. O primeiro tipo de trajectória consiste num sinal com um perfil semelhante ao apresentado na Fig. 186 (perfil em S) aplicado entre referências de posição com amplitude progressivamente crescentes, com a derivada de aceleração, aceleração e velocidade máximas impostas.

Tabela 32 – Afinações do controlador (382) para  $M_{\text{min}}$  e  $M_{\text{max}}$

	Parâmetros do controlador				
	$k_{\theta} \text{ (ms}^{-1}\text{rad}^{-1}\text{)}$	$\phi_{\text{min}} \text{ (ms}^{-1}\text{)}$	$\hat{M} \text{ (kg)}$	$ e_{\text{atr}} _{\text{max}} \text{ (N)}$	$A \text{ (rad/s)}$
$M_{\text{min}}$	0.05	0.01	2.69	15	60
$M_{\text{max}}$	0.05	0.01	13.1	15	25

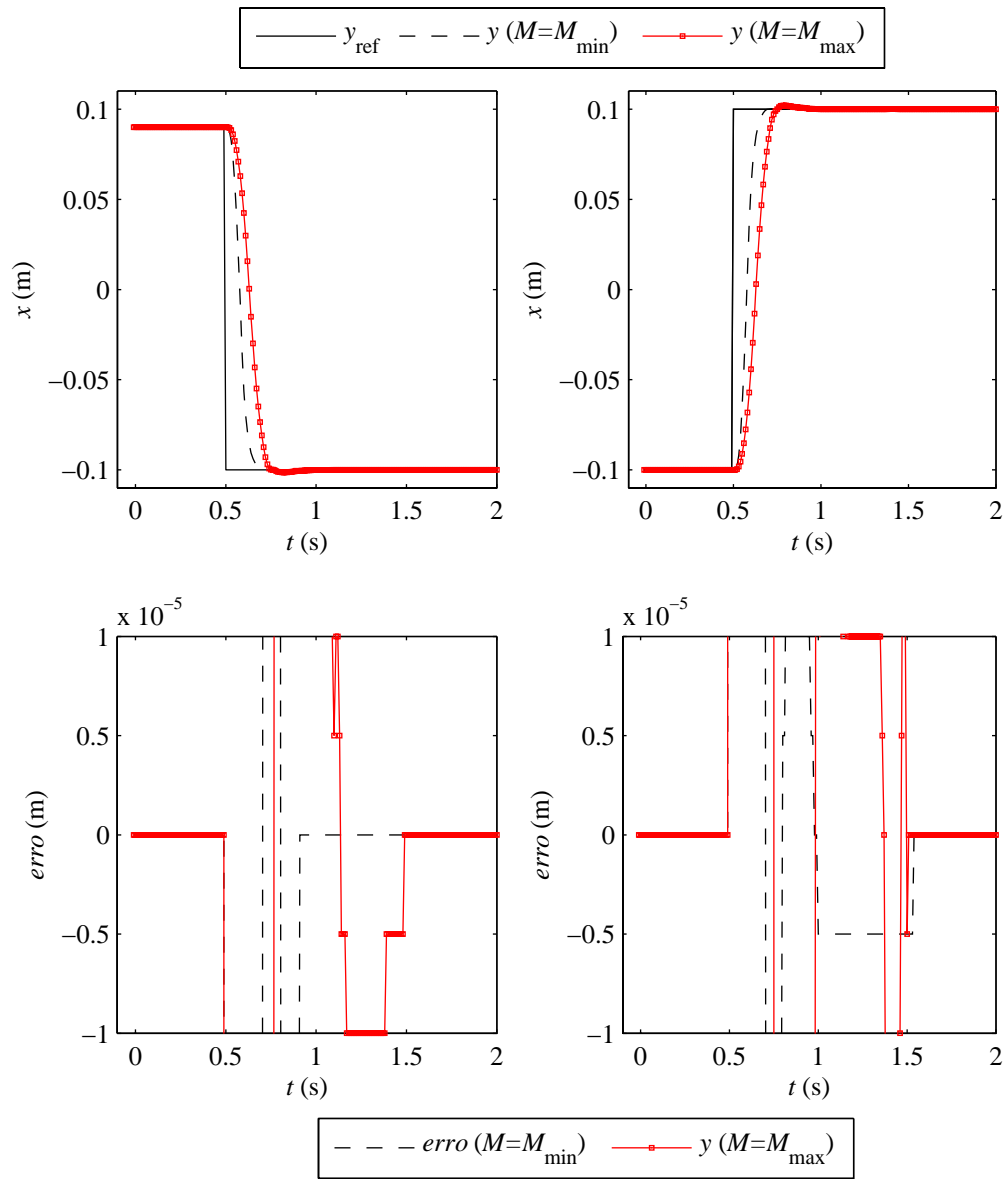


Fig. 185 – Resposta do sistema controlado com (382) a referências em degrau

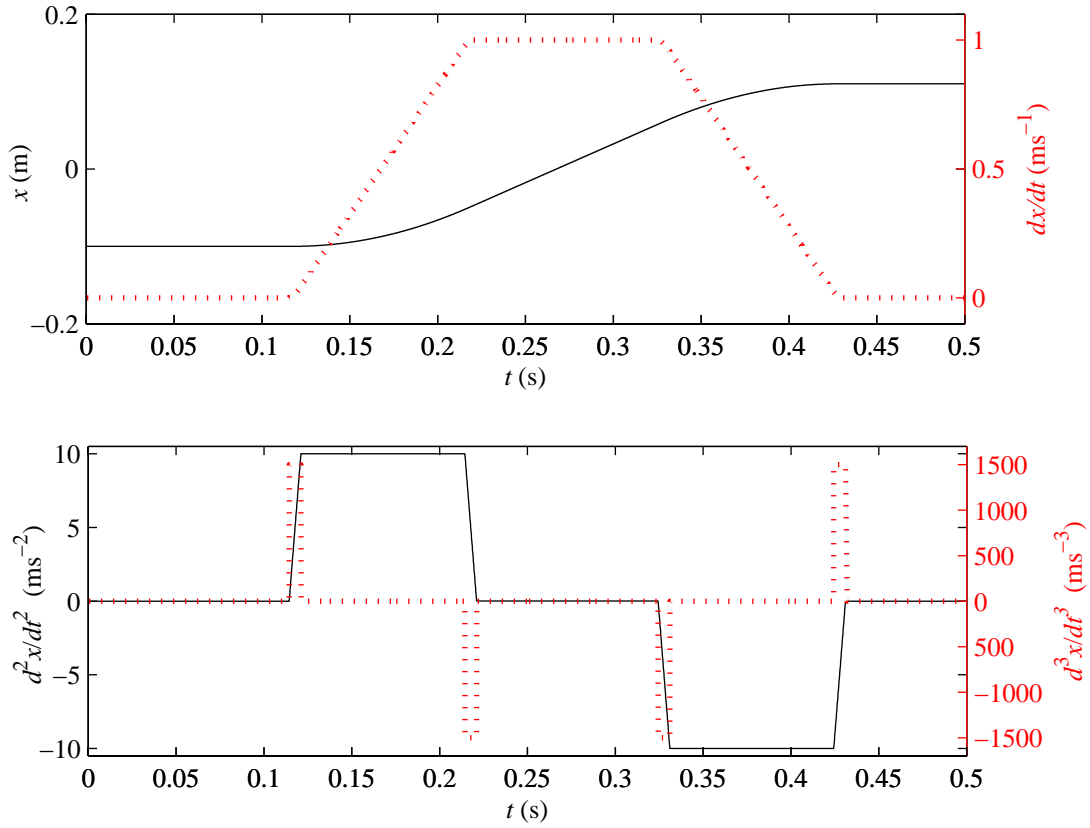


Fig. 186 – Exemplo de trajectória em S utilizada para teste dos controladores

As acelerações e velocidades máximas admissíveis foram estimadas experimentalmente: estando o pistão inicialmente em repouso num dos extremos do curso, as válvulas foram totalmente abertas de forma a movimentá-lo para o outro extremo. Este ensaio foi repetido para duas massas distintas: a massa mínima  $M_{\min}$  e a massa máxima  $M_{\max}$ . Os valores máximos obtidos são apresentados na Tabela 33 e a título exemplificativo a Fig. 187 apresenta os valores obtidos durante o ensaio com  $M = M_{\min}$ . Note-se que na parte final deste ensaio o pistão é bruscamente desacelerado pelo amortecimento de fim de curso do cilindro; esta desaceleração não está no entanto representada na Fig. 187. Quanto ao valor máximo da derivada de aceleração, é dependente da capacidade de caudal das servoválvulas e também foi estimado a partir destes ensaios, fazendo a média entre o declive de duas rectas: a recta assinalada na Fig. 187 e a recta equivalente para o ensaio com  $M_{\max}$ . O valor obtido foi de  $\ddot{x}_{\max} = 1500 \text{ ms}^{-3}$ .

Com base nos valores máximos da Tabela 33 foram geradas duas trajectórias de referência em S: uma trajectória “rápida”  $S_1$ , correspondente aos valores máximos possíveis com  $M_{\min}$  (ver Fig. 188), e uma trajectória “lenta”  $S_2$ , correspondente aos valores máximos possíveis com  $M_{\max}$  (ver Fig. 189).

Registe-se que o limite máximo de velocidade e aceleração que se pode atingir com uma trajectória em S também depende da amplitude do degrau pretendido. De facto, para trajectórias entre duas posições muito próximas, os valores máximos podem ser fisicamente impossíveis de atingir. Nessas situações, os valores de referência são os máximos permitidos fisicamente para a amplitude de degrau em causa.

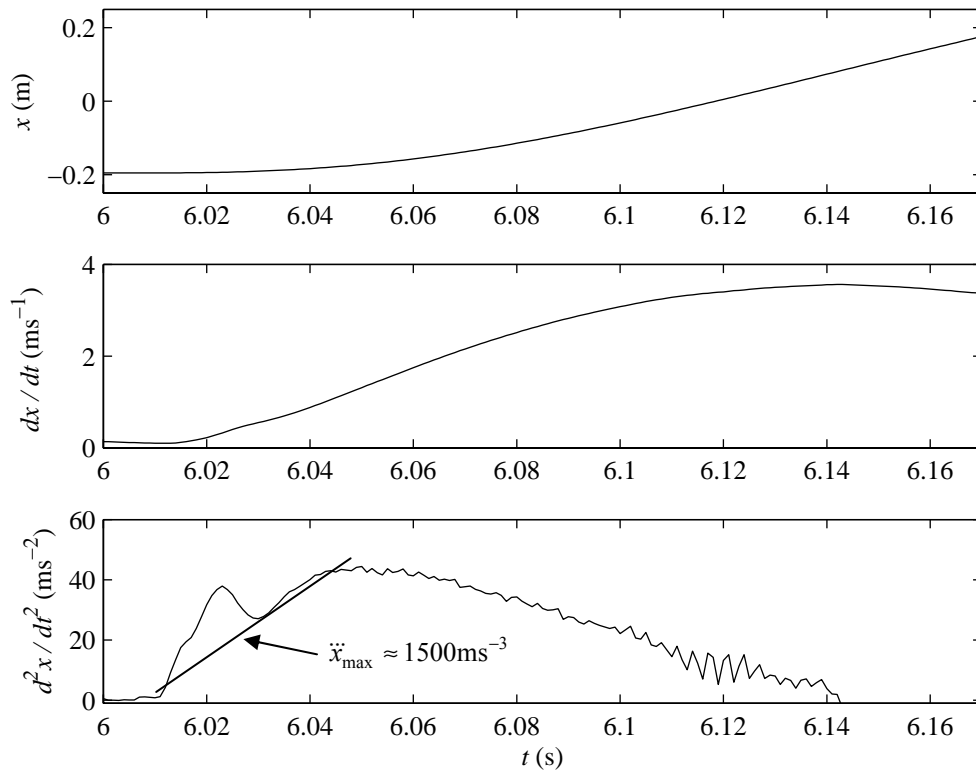
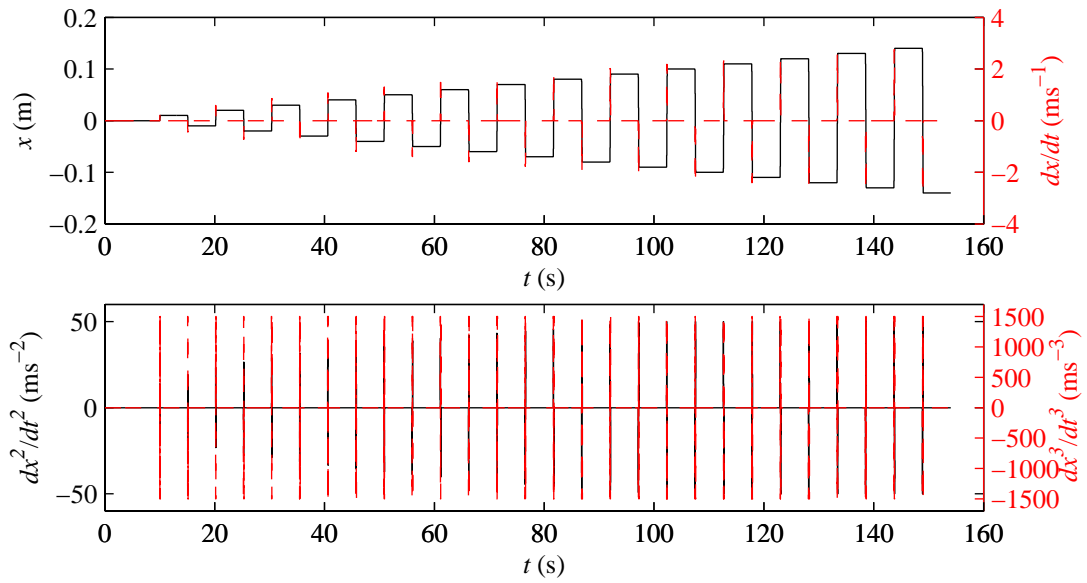
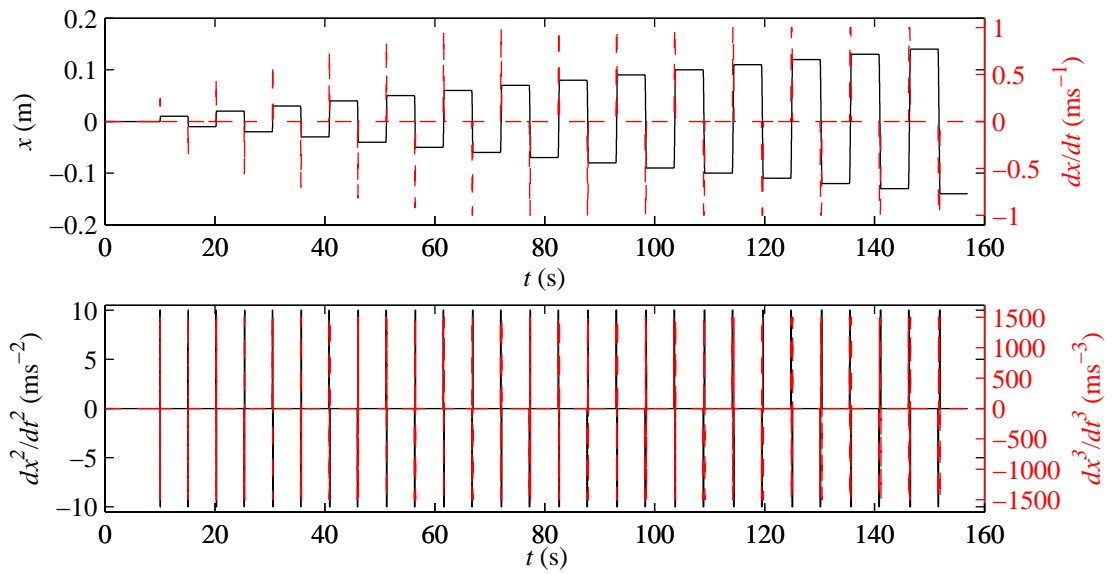


Fig. 187 – Posição, velocidade e aceleração atingidas quando o pistão se movimenta de um extremo ao outro do curso ( $M = M_{\min}$ )

Tabela 33 – Velocidades e acelerações máximas para diferentes massas

Trajectória	Massa (kg)	$\dot{x}_{\max}$ ( $\text{ms}^{-1}$ )	$\ddot{x}_{\max}$ ( $\text{ms}^{-2}$ )	$\ddot{x}_{\max}$ ( $\text{ms}^{-3}$ )
$S_1$	$M_{\min}$	3	50	1500
$S_2$	$M_{\max}$	1	10	1500

Fig. 188 – Trajectória  $S_1$ Fig. 189 – Trajectória  $S_2$ 

Atente-se agora aos resultados apresentados na Fig. 190 e Fig. 191. Na Fig. 190 apresenta-se a resposta do sistema com  $M_{\min}$  a duas solicitações da trajectória  $S_1$  e na Fig. 191 a resposta do sistema com  $M_{\max}$  a duas solicitações da trajectória  $S_2$ . Em ambos os casos o controlador encontra-se ajustado para a massa respectiva (ver Tabela 32) e o valor absoluto do erro de posicionamento é apresentado numa escala logarítmica. Como se pode verificar nestas figuras, os resultados de seguimento são muito bons, com um erro máximo na casa dos 15mm para a massa mínima e na casa dos 5mm para a massa

máxima. Note-se que o erro máximo surge sempre no arranque e que o maior erro de seguimento que se verifica com a massa mínima se deve ao facto de a trajectória neste caso ser bastante mais rápida do que no caso da massa máxima. Em ambos os casos o erro final de posicionamento é igual ou inferior à resolução do transdutor de posição. Registe-se ainda que, devido à forma com as trajectórias em  $S$  foram geradas, os valores de referências de posição em regime estacionário podem não ser múltiplos da resolução do transdutor de posição ( $\pm 5\mu\text{m}$ ). Desta forma, há situações em que o erro nunca poderá ser nulo. Nesses casos, o pistão movimenta-se com passos de  $5\mu\text{m}$  em torno da referência, como acontece por exemplo na trajectória decrescente da Fig. 190.

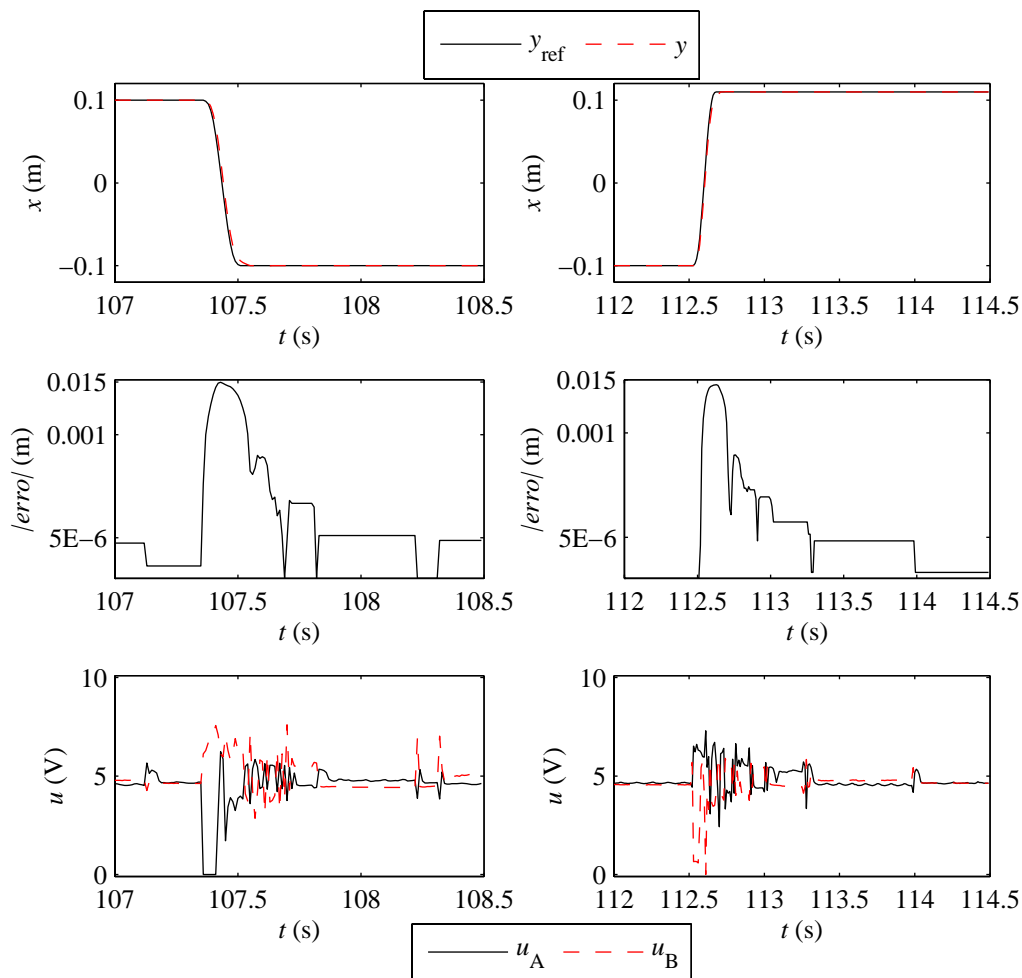


Fig. 190 – Resposta do sistema com  $M = M_{\min}$ , controlado pelo VSC, a duas das solicitações de  $S_1$  (controlador afinado para  $M_{\min}$ )



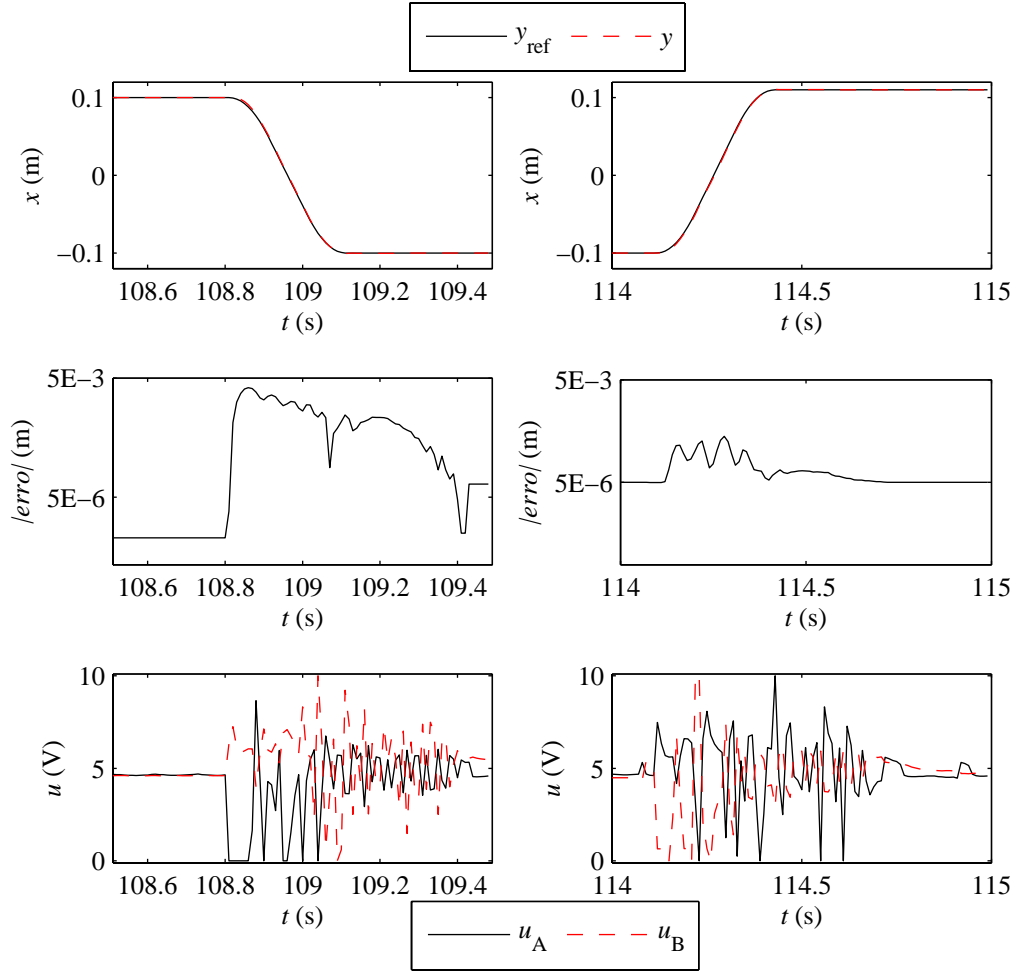


Fig. 191 – Resposta do sistema com  $M = M_{\max}$ , controlado pelo VSC, a duas das solicitações de  $S_2$  (controlador afinado para  $M_{\max}$ )

Os resultados acima apresentados são muito interessantes mas obrigam a ajustar um controlador diferente para cada massa. De um ponto de vista prático, é mais útil ter uma parametrização única e global do controlador, que funcione correctamente qualquer que seja a massa dentro do intervalo  $[M_{\min}, M_{\max}]$ . Essa é, aliás, uma das vantagens dos controladores de estrutura variante: a robustez do sistema a variações paramétricas. Nesse sentido, uma vez que  $\hat{b}$  é dado por (364), a estimativa da massa será dada pela média geométrica das massas mínimas e máximas:

$$\hat{M} = M_{\text{med}} = \sqrt{M_{\min} M_{\max}} \quad (392)$$

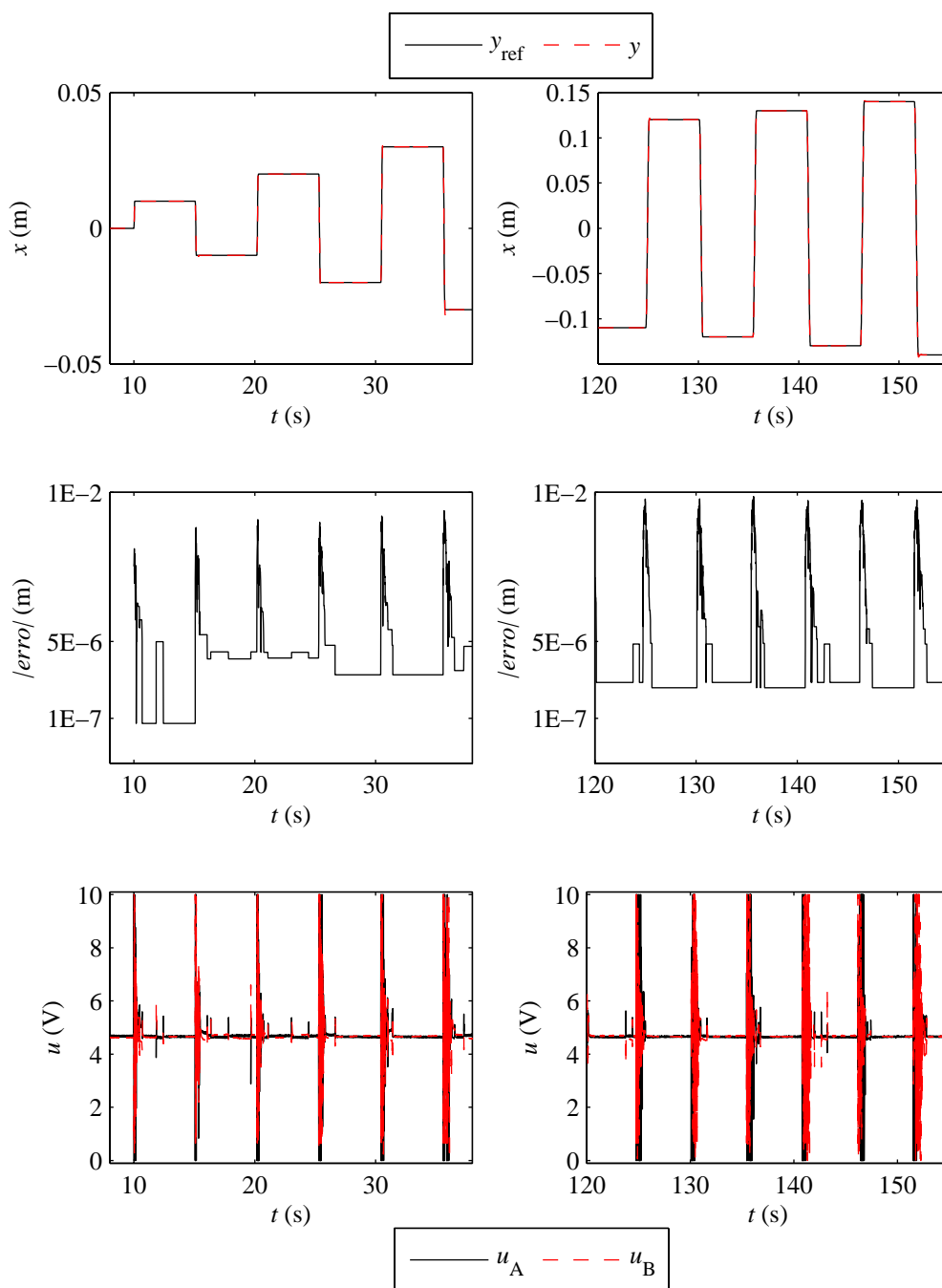
Para o parâmetro  $\Lambda$  utiliza-se o valor determinado quando o sistema tem a massa máxima, i.e.,  $\Lambda = 25$  rad/s. A Tabela 34 resume os parâmetros do controlador de posição correspondentes ao ajuste global.

Tabela 34 – Parâmetros do controlador de posição com ajuste global

Parâmetros do controlador				
$k_\theta$ (ms <sup>-1</sup> rad <sup>-1</sup> )	$\phi_{\min}$ (ms <sup>-1</sup> )	$\hat{M}$ (kg)	$ e_{\text{atr}} _{\max}$ (N)	$\Lambda$ (rad/s)
0.05	0.01	5.94	15	25

Para testar a influência da massa no desempenho do controlador global, efectuaram-se vários ensaios com a trajectória  $S_2$  e diversas massas. As Fig. 192, Fig. 193 e Fig. 194 apresentam os resultados obtidos com  $M_{\min}$ ,  $M_{\text{med}}$  e  $M_{\max}$ , respectivamente (os erros de seguimento são apresentados numa escala logarítmica). Uma vez que se constatou que as maiores diferenças de comportamento se dão entre degraus com amplitudes muito baixas e degraus com amplitudes muito altas, optou-se por apresentar apenas os resultados relativos a estas zonas ( $8 < t < 38$  e  $120 < t < 155$ ).

A análise destas figuras revela excelentes resultados, quer no comportamento dinâmico relativo ao seguimento de trajectória, quer no comportamento estático relativo à exactidão de posicionamento. De facto, o seguimento de trajectória é feito com um erro inferior a 8 mm e o erro de posicionamento estático está dentro do intervalo  $[-5, +5]$   $\mu\text{m}$ , qualquer que seja a massa ou a trajectória percorrida. Tanto quanto foi possível apurar na literatura, não há resultados publicados semelhantes aos obtidos neste trabalho, no que respeita à capacidade de posicionamento estático de um cilindro pneumático industrial com diferentes massas e para diferentes posições ao longo do curso. De facto, como já foi referido e tanto quanto foi possível apurar, os melhores resultados publicados são os apresentados por Xiang e Wikander [90], que obtêm um erro de posicionamento estático idêntico ao atingido neste trabalho:  $[-5, +5]$   $\mu\text{m}$ . No entanto, nesse estudo não é apresentado nem referido qualquer resultado relativo à robustez do controlador a variações paramétricas.

Fig. 192 – Resposta do sistema com  $M_{\min}$  à trajetória  $S_2$ , controlador com ajuste global

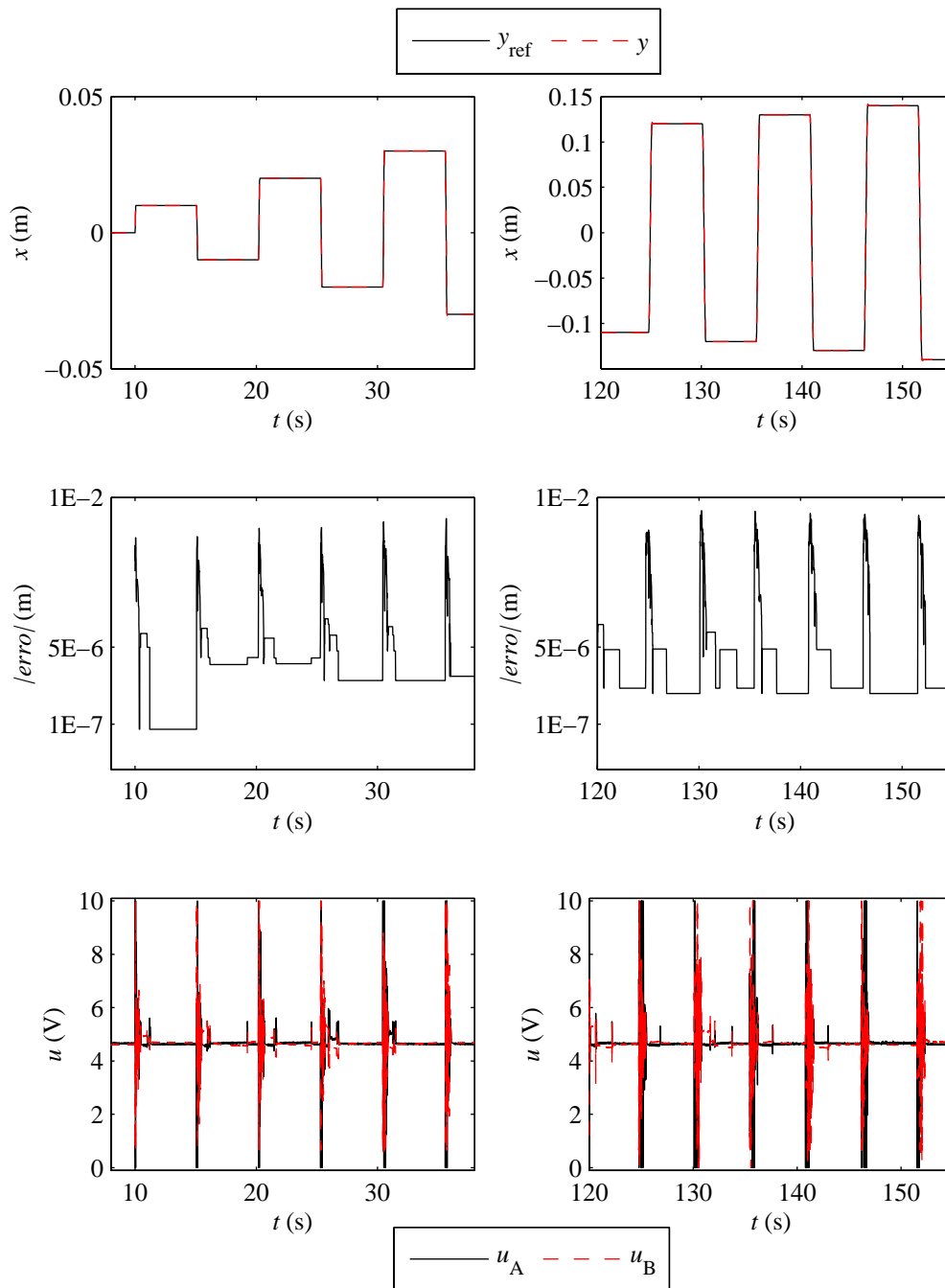


Fig. 193 – Resposta do sistema com  $M_{\text{med}}$  à trajectória  $S_2$ , controlador com ajuste global

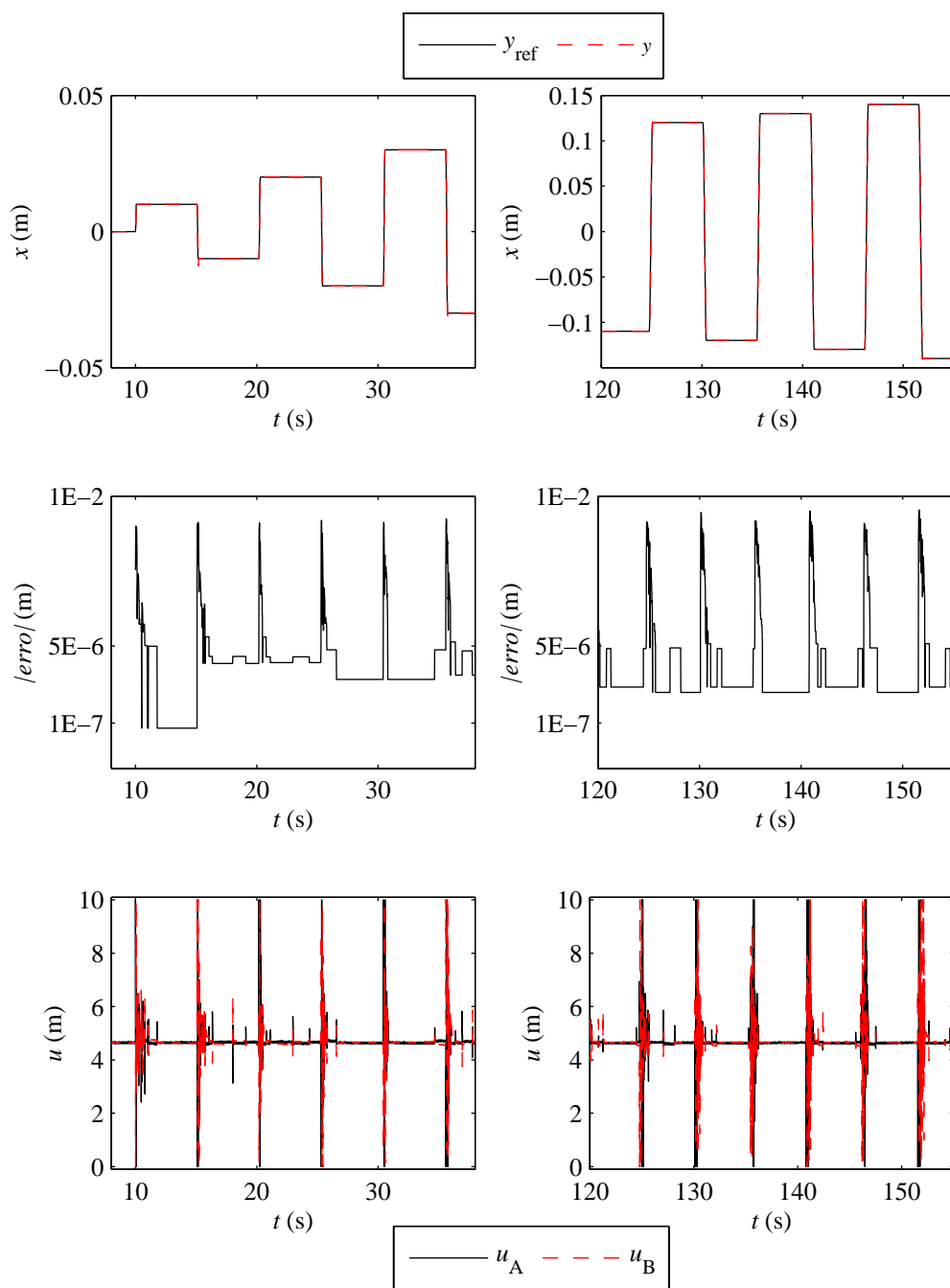


Fig. 194 – Resposta do sistema com  $M_{\text{max}}$  à trajetória  $S_2$ , controlador com ajuste global

O segundo tipo de trajectória de referência consiste numa onda sinusoidal de amplitude constante (0.16m) e frequência crescente com o tempo, de 0 a  $3\pi$  rad/s, a uma taxa de  $3\pi/105$   $\text{rads}^{-2}$  – ver Fig. 195. Os resultados relativos a esta referência de trajectória são apresentados para quatro gamas de frequências: frequências baixas ( $1 < t(s) < 14$ ), frequências próximas de  $\pi$   $\text{rads}^{-1}$  ( $30 < t(s) < 40$ ), frequências próximas de  $2\pi$   $\text{rads}^{-1}$  ( $68 < t(s) < 72$ ) e frequências próximas de  $3\pi$   $\text{rads}^{-1}$  ( $104 < t(s) < 106$ ). As Fig. 196 e Fig. 197 apresentam os resultados obtidos para  $M_{\min}$ , as Fig. 198 e Fig. 199 os resultados obtidos com  $M_{\text{med}}$  e a Fig. 200 os resultados obtidos com  $M_{\max}$ . Note-se que não são apresentados os resultados correspondentes a  $M_{\text{med}}$  e frequências próximas de  $3\pi$   $\text{rads}^{-1}$  nem os correspondentes a  $M_{\max}$  e frequências próximas de  $2\pi$  e  $3\pi$   $\text{rads}^{-1}$ . Esta opção justifica-se por nesses ensaios o pistão ter batido nas tampas do cilindro.

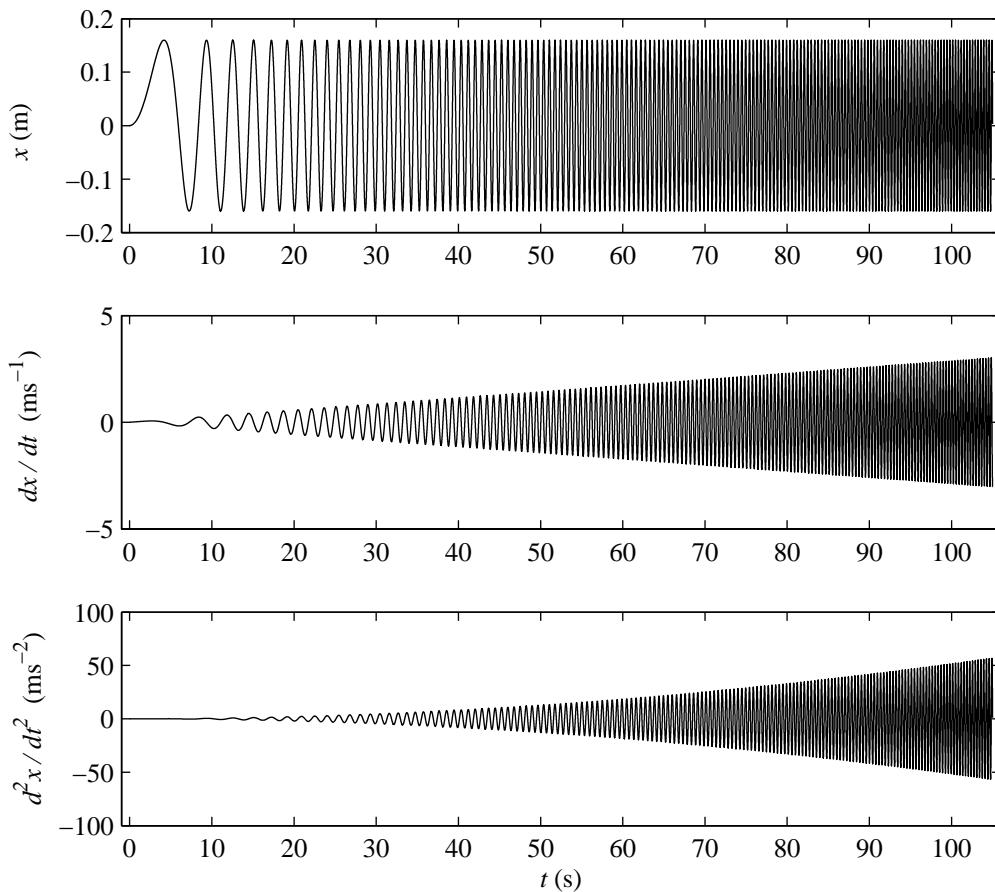


Fig. 195 – Seguimento de trajectória: referência sinusoidal de frequência variável

O erro de seguimento máximo é inferior a 1.5 mm para baixas frequências, inferior a 5mm para frequências próximas de  $\pi$   $\text{rads}^{-1}$  e inferior a 20mm para frequências

próximas de  $2\pi \text{ rads}^{-1}$ . As trajectórias de frequência mais elevada (cerca de  $3\pi \text{ rads}^{-1}$ ) são seguidas com  $M_{\min}$  sem o pistão bater nos extremos, apesar de o erro envolvido ser elevado. A baixas frequências os resultados obtidos são excelentes visto que a inversão do movimento, onde os efeitos do atrito estático mais se fazem sentir, é feita com um erro bastante baixo (o referido erro máximo de 1.5mm). Para além disso, fora das situações de inversão de movimento o erro situa-se na casa do  $\frac{1}{2}$  milímetro. Estes resultados são conseguidos à custa de uma actividade intensa da acção de controlo, o que provavelmente é devido à maior incerteza no atrito a baixas velocidades.

Uma vez que um dos pontos fortes deste controlador é a capacidade de posicionamento fino, foi efectuado um teste com uma referência de degraus crescentes e decrescentes, de amplitude  $5\mu\text{m}$ . As Fig. 201, Fig. 202 e Fig. 203 apresentam os resultados obtidos para  $M_{\min}$ ,  $M_{\text{med}}$  e  $M_{\max}$ , respectivamente. Verifica-se que o controlador proposto neste trabalho é capaz de cumprir satisfatoriamente tarefas de posicionamento fino, independentemente da massa que transporta. O erro obtido em cada patamar é sempre igual ou inferior à resolução do transdutor de posição ( $\pm 5\mu\text{m}$ ). Note-se que para referências crescentes esse erro é sempre ou nulo ou negativo, e que para referências decrescentes é sempre nulo ou positivo. Este facto pode assim indicar que nas situações em que o erro não é nulo há uma sobrelevação na resposta ao degrau.

O último teste realizado diz respeito ao controlo de velocidade constante. Para isso foram geradas trajectórias em S, próximas de um perfil trapezoidal, com uma velocidade de referência de amplitude  $0.1\text{ms}^{-1}$ , para fazer o pistão efectuar um movimento de ida e volta entre duas posições  $x_{\text{ref}} = -0.16 \text{ m}$  e  $x_{\text{ref}} = 0.16 \text{ m}$ . Uma vez que os resultados obtidos para as diferentes massas foram idênticos, apresentam-se apenas os resultados referentes a  $M_{\text{med}}$  – Fig. 204. Como se pode verificar, o erro em velocidade situa-se numa faixa de cerca de  $\pm 0.01\text{ms}^{-1}$  em torno do valor de referência. Estes valores correspondem a um erro de cerca de 10%, o que permite concluir que o controlador proposto neste trabalho também apresenta um desempenho satisfatório com referências de velocidade constante.

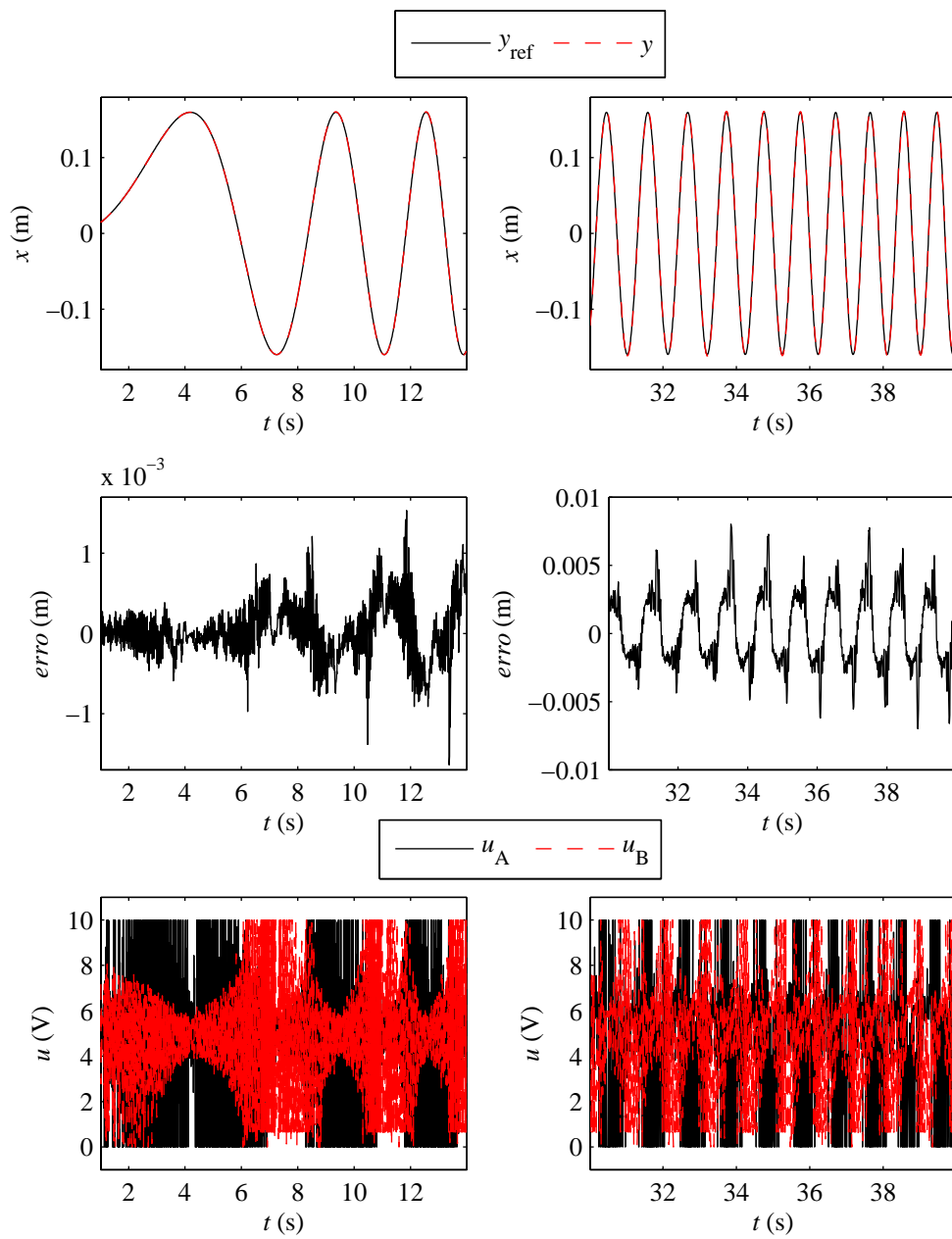


Fig. 196 – Resposta do sistema com  $M_{min}$  controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências baixas e próximas de  $\pi$  rad/s<sup>-1</sup>)



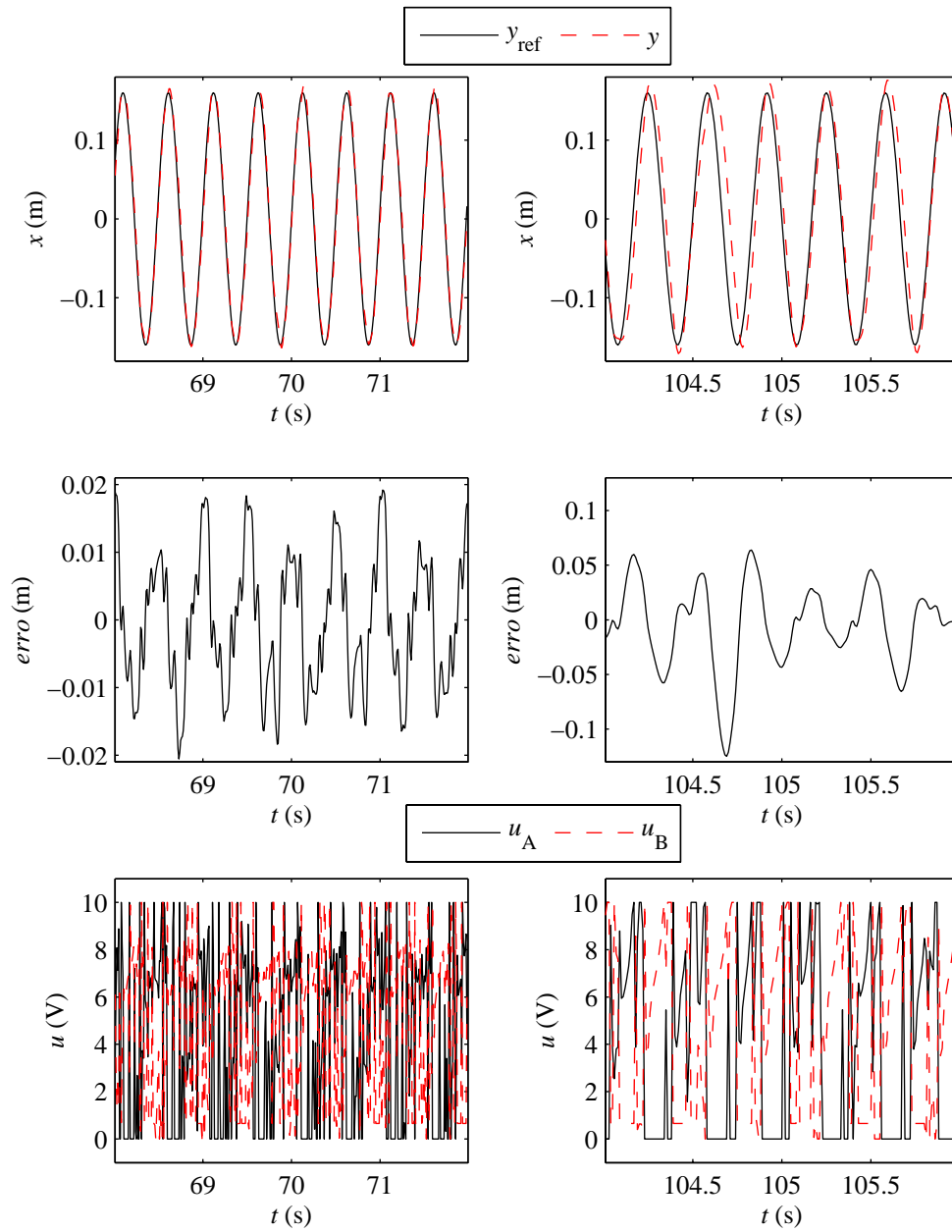


Fig. 197 – Resposta do sistema com  $M_{\min}$  controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências próximas de  $2\pi$  e de  $3\pi$   $\text{rads}^{-1}$ )

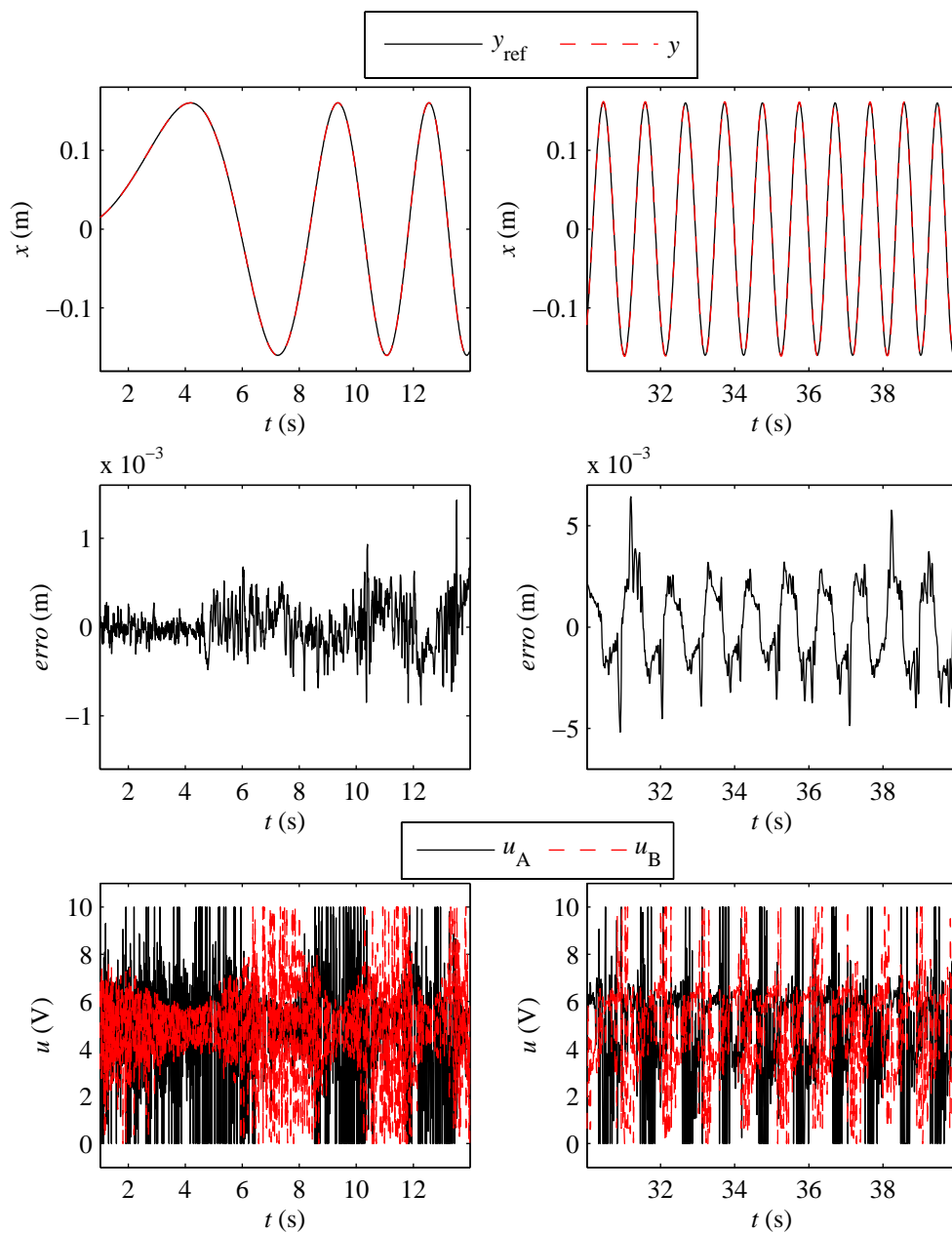


Fig. 198 – Resposta do sistema com  $M_{med}$  controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências baixas e próximas de  $\pi$  rad/s<sup>-1</sup>)

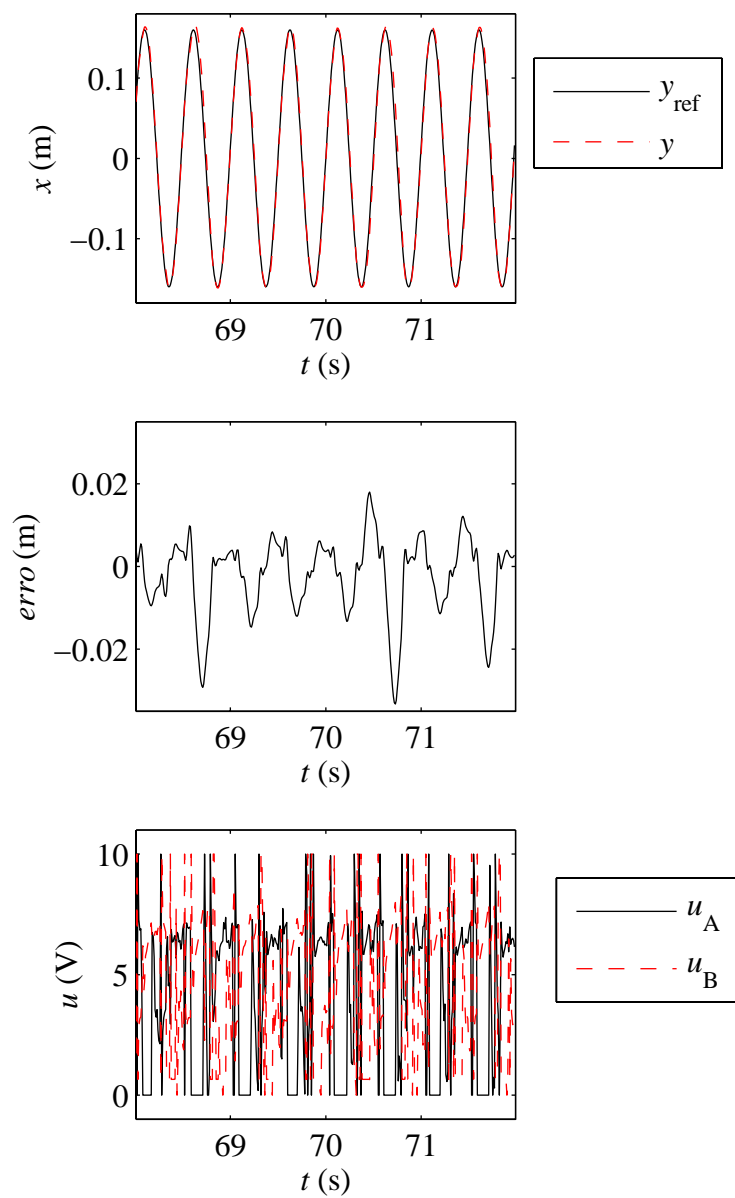


Fig. 199 – Resposta do sistema com  $M_{\text{med}}$  controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências próximas de  $2\pi \text{ rads}^{-1}$ )

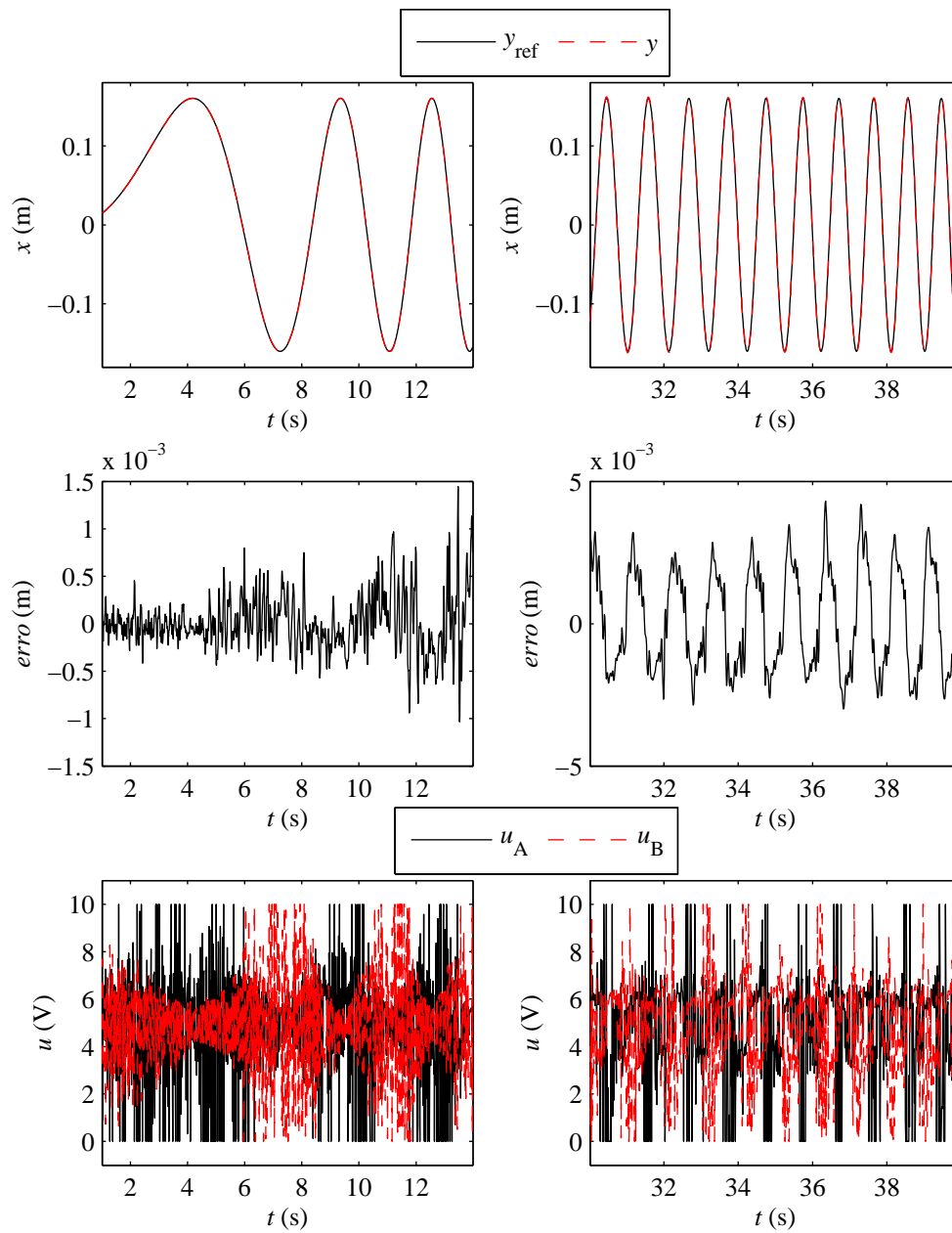
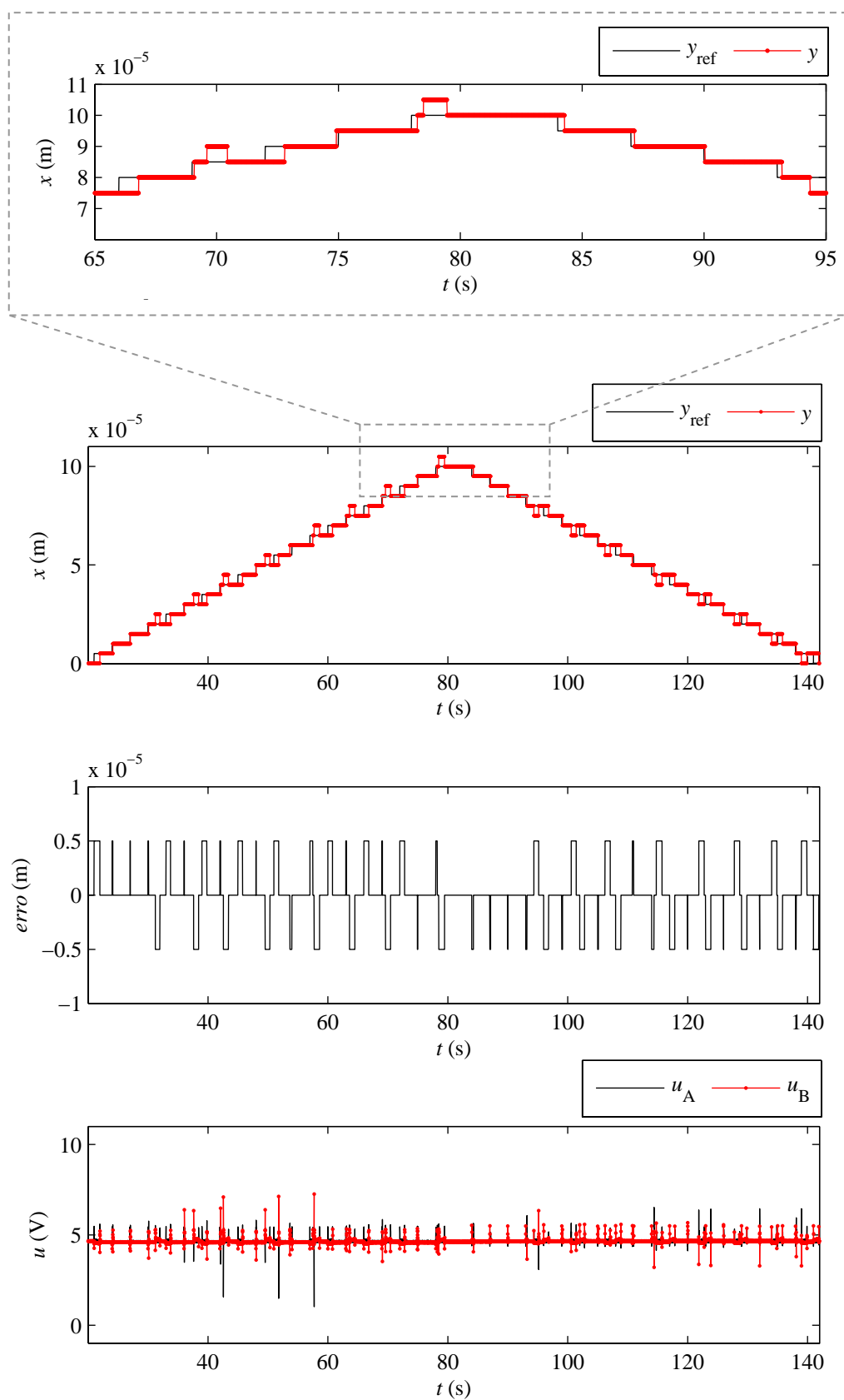
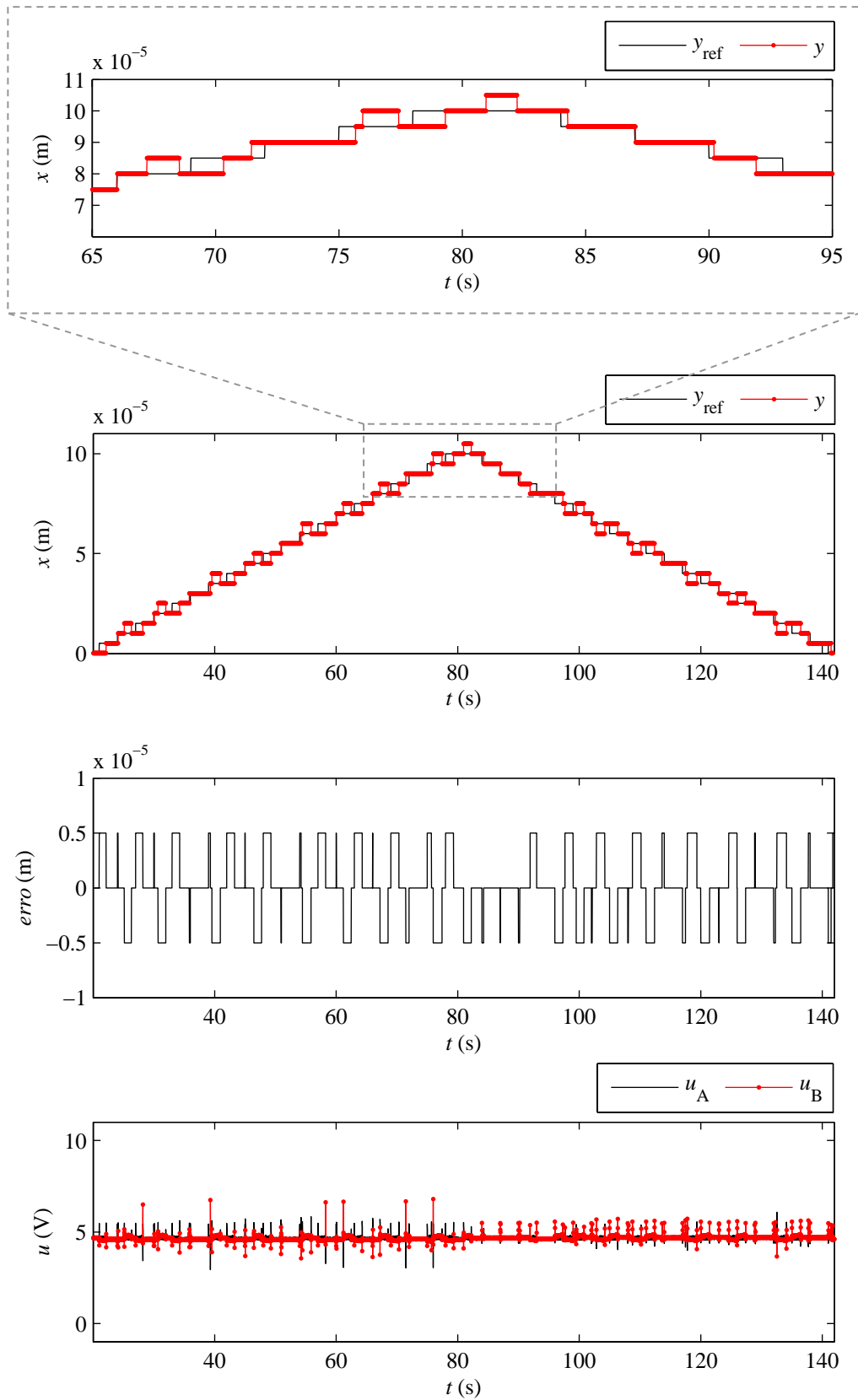
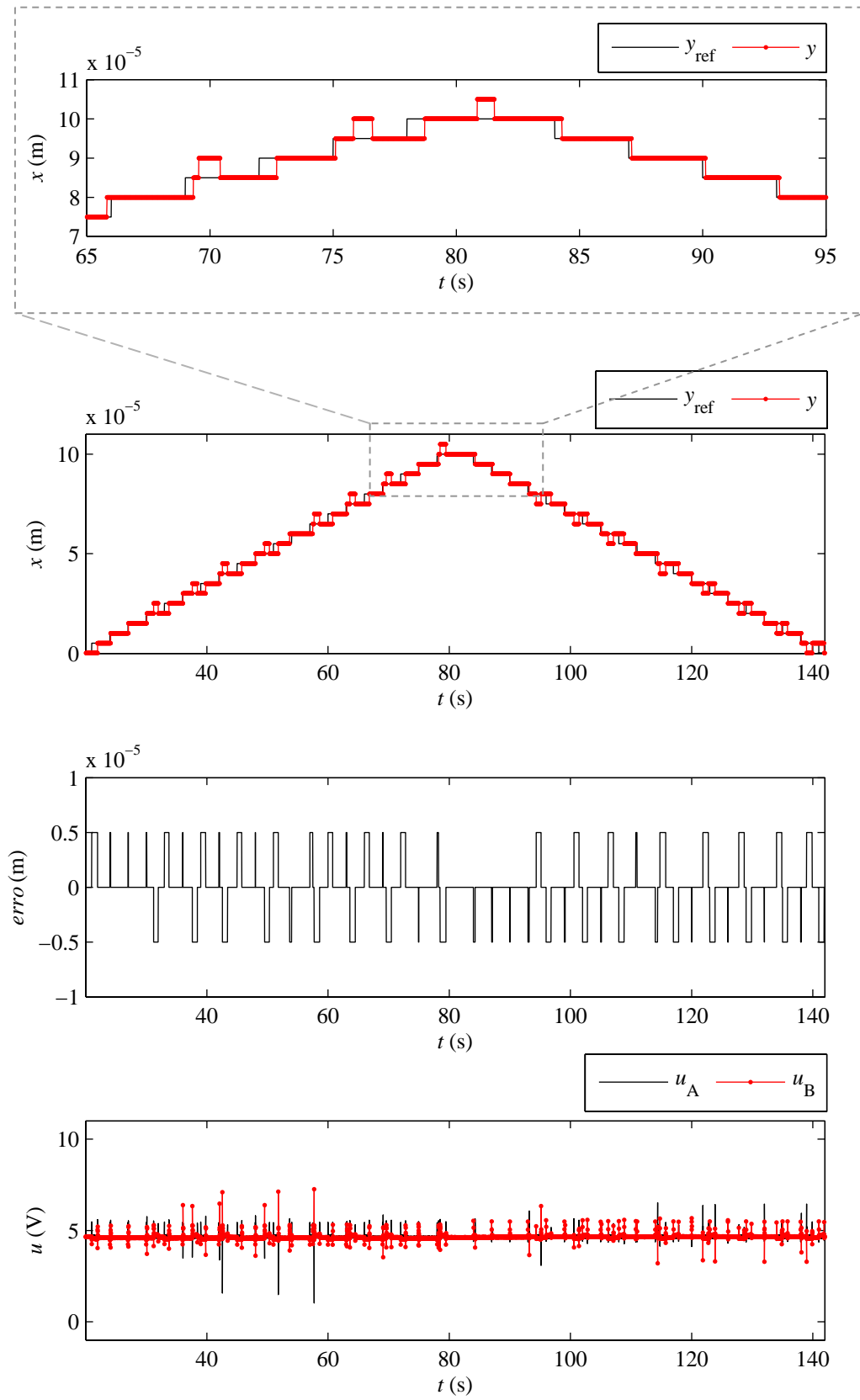


Fig. 200 – Resposta do sistema com  $M_{\max}$  controlado pelo VSC (referência sinusoidal de frequência variável: frequências baixas e próximas de  $\pi$  rad/s<sup>-1</sup>)

Fig. 201 – Resposta do sistema a degraus com amplitude de  $5\mu\text{m}$ :  $M_{\text{min}}$

Fig. 202 – Resposta do sistema a degraus com amplitude de  $5\mu\text{m}$ :  $M_{\text{med}}$

Fig. 203 – Resposta do sistema a degraus com amplitude de  $5\mu\text{m}$ :  $M_{\text{max}}$

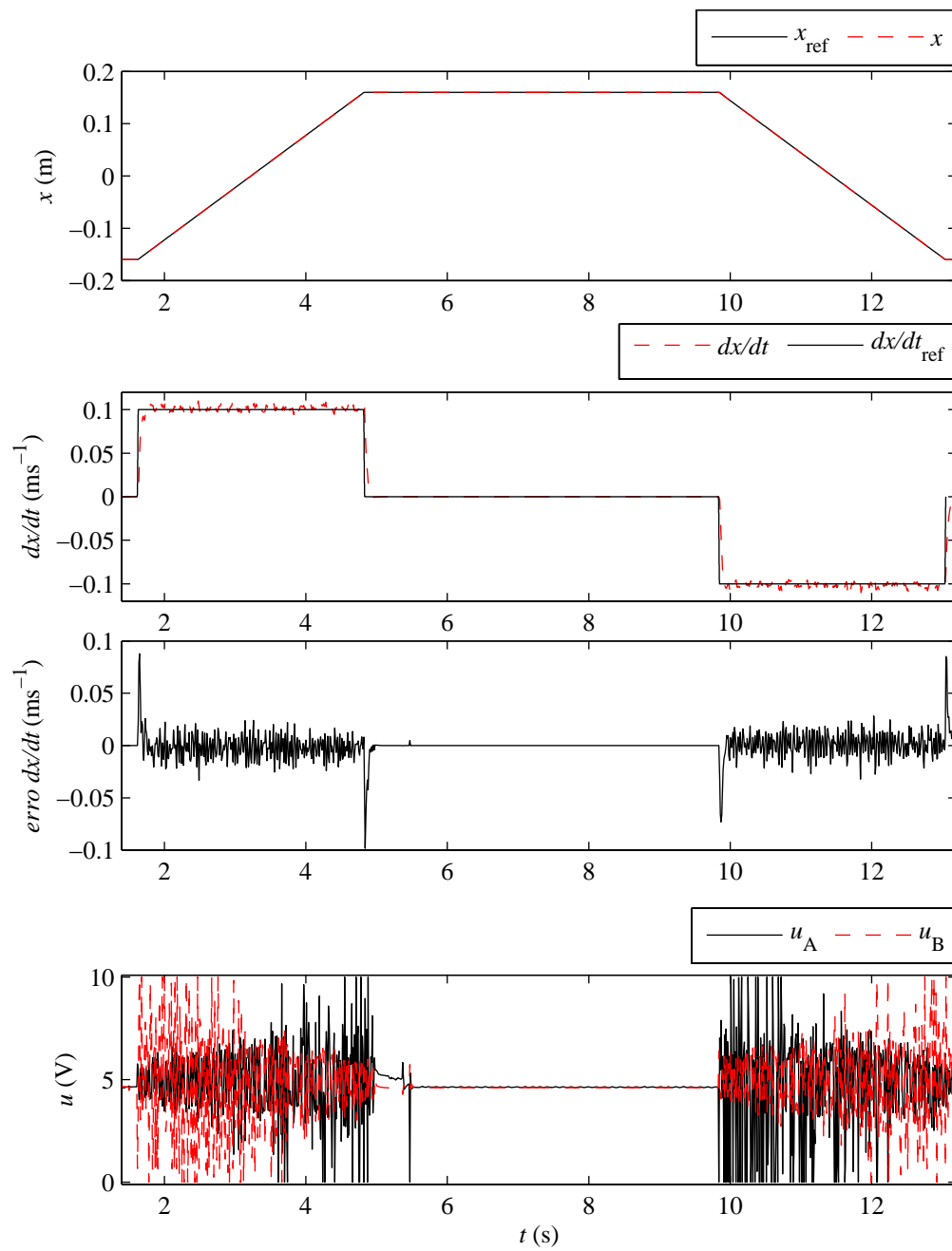


Fig. 204 – Controlo de velocidade constante: ensaio com  $M = M_{\text{med}}$



### 5.7 Conclusões do capítulo 5

Este capítulo focou estratégias de controlo não linear em sistemas servopneumáticos. Foi desenvolvido um controlador que apresenta múltiplas características inovadoras, assentes numa estrutura que separa o controlo da dinâmica de movimento do da dinâmica de pressões. De facto, como a incerteza paramétrica nas duas dinâmicas é substancialmente diferente, utilizaram-se controladores distintos para cada uma delas.

Na dinâmica de pressões foi empregue um controlador por retorno de estado não linear, já que a incerteza no modelo de pressões é baixa, em consequência do trabalho desenvolvido no capítulo 3. Este controlador incorpora as redes IANN desenvolvidas no capítulo 2, permitindo que a variável de controlo sintetizada seja o caudal mássico que flui de e para cada câmara.

Na dinâmica de movimento foi utilizado um controlador robusto de estrutura variante. Esta opção foi justificada pelas incertezas associadas quer à variação da carga transportada quer à força de atrito. Para reduzir o valor desta última incerteza, o controlador de movimento incorpora a rede FANN desenvolvida no capítulo 3. Este controlador utiliza uma camada de suavização cuja espessura é variável de acordo com o ângulo de aproximação do sistema à superfície de comutação. Uma das contribuições deste capítulo foi uma nova definição do ângulo de aproximação. Foi também apresentada uma inovadora prova de estabilidade do controlador robusto. Por outro lado, foram analisadas diversas formas de aproveitar a existência de duas servoválvulas. Nesse sentido, foram propostas e comparadas duas políticas de gestão da força pneumática em cada câmara.

Na parte final deste capítulo apresentaram-se os resultados experimentais obtidos com o controlador não linear e o servosistema pneumático introduzido no capítulo 1. Os testes foram realizados com dois tipos de ensaios: posicionamento e seguimento de trajectórias. O posicionamento é realizado com um erro idêntico à resolução do transdutor de posição ( $\pm 5\mu\text{m}$ ), independentemente da carga transportada e da posição de referência. No seguimento de trajectórias os resultados são também muito satisfatórios uma vez que o erro máximo para baixas frequências é inferior a 1.5 mm, para frequências próximas de  $\pi \text{ rads}^{-1}$  é inferior a 5mm e para frequências próximas de  $2\pi \text{ rads}^{-1}$  é inferior a 20mm. Estes resultados demonstram a validade do controlador proposto. No que diz respeito ao posicionamento arbitrário e para várias cargas

transportadas, tanto quanto foi possível apurar não se encontram resultados semelhantes na literatura. Os resultados de seguimento de trajectória, por seu turno, são excelentes, nomeadamente a frequências baixas e na inversão do movimento, em que os efeitos do atrito estático são mais notórios.

# CAPÍTULO 6

## Conclusões e trabalhos futuros

Neste capítulo realiza-se uma curta síntese das principais contribuições e conclusões deste trabalho. São também apresentadas sugestões para desenvolvimentos futuros.

### *6.1 Principais contribuições e conclusões do trabalho*

Neste trabalho realizou-se um estudo aprofundado sobre sistemas servopneumáticos. O trabalho iniciou-se com uma breve introdução ao contexto industrial e científico em que este tipo de sistemas se insere. Procurou-se evidenciar que a elevada complexidade no controlo deste tipo de sistemas é devida ao seu comportamento não linear. Desta forma, a utilização de sistemas servopneumáticos não permite, utilizando controladores convencionais, obter um posicionamento exacto e um controlo de velocidade satisfatório. Este é um forte argumento para que os servomecanismos pneumáticos não se apresentem, actualmente, como uma solução industrial concorrente dos sistemas eléctricos.

A componente experimental do trabalho foi realizada sobre uma instalação laboratorial, que se pretende representativa das aplicações industriais para as quais um sistema pneumático está vocacionado: cargas médias, velocidades e acelerações elevadas. Esta instalação foi apresentada no final do capítulo 1.

O trabalho desenvolvido pode ser dividido em duas partes principais: modelação e controlo do sistema. A parte de modelação foi iniciada no capítulo 2 com o desenvolvimento de modelos estáticos para as servoválvulas pneumáticas. O modelo que se obtém a partir das leis da física relaciona, para uma dada pressão de alimentação, o caudal mássico que atravessa o orifício de trabalho com a pressão nele presente e com a acção de controlo fornecida. Este modelo apresenta uma característica acentuadamente não linear e, para além disso, a acção de controlo não surge linearmente nas equações. Esta última característica é indesejável visto que impede a aplicação

directa de algumas técnicas de controlo não linear. Realizou-se assim uma análise das soluções propostas na literatura para resolver o problema. De seguida, foi proposta uma abordagem inovadora na modelação de servoválvulas pneumáticas: utilizando redes neuronais artificiais, propuseram-se dois modelos de servoválvulas: um para efeitos de simulação e um outro para efeitos de controlo [47], [48]. Ambos os modelos foram testados com dados experimentais obtidos com as servoválvulas da instalação experimental. Os resultados indicam uma excelente reprodução da característica das servoválvulas, validando assim a metodologia proposta. Para além disso, o modelo inverso proposto neste trabalho (IANN) permite que a acção de controlo sintetizada seja o caudal mássico e não a tensão aplicada à servoválvula. Como no modelo global do sistema o caudal mássico surge de forma linear nas equações (contrariamente ao que acontece com a tensão aplicada à válvula), consegue-se uma utilização directa de técnicas avançadas de controlo não linear que exijam um modelo linear na acção de controlo.

O passo seguinte consistiu na obtenção de um modelo do actuador do sistema, apresentado no capítulo 3. Este modelo compreende duas partes: a componente mecânica do movimento do carro e a componente termodinâmica do ar no interior das câmaras do cilindro. Na parte mecânica foram apresentados três modelos de atrito, identificados com dados experimentais. Dois desses modelos (os mais simples) foram utilizados em tarefas posteriores de modelação e análise. O modelo mais complexo e com o qual se obtiveram melhores resultados (FANN), baseado em redes neuronais artificiais, foi o eleito para a tarefa de controlo. Na parte termodinâmica realizou-se um estudo aprofundado sobre dois tópicos: como determinar experimentalmente a transferência de calor entre o ar no interior do cilindro e as suas paredes, e qual a melhor forma de eliminar a variável de estado temperatura de modo a reduzir a ordem do sistema. No âmbito deste estudo foi proposta uma metodologia inovadora que permite determinar com um ensaio simples e eficaz o coeficiente de transferência de calor num cilindro pneumático [66]. Esta metodologia foi aplicada experimentalmente com sucesso a três actuadores industriais. Por outro lado, realizou-se uma comparação exaustiva entre o desempenho de diversos modelos termodinâmicos de ordem reduzida. Esta comparação englobou não só os modelos existentes na literatura como também novos modelos, propostos neste trabalho, que incluem explicitamente a transferência de calor [78]. Concluiu-se que estes novos modelos permitem reduzir substancialmente o

erro na previsão da pressão no interior da câmara, verificando-se, nas experiências efectuadas, que o erro é apenas 14% do obtido com os modelos clássicos.

No capítulo 4 abordou-se o controlo do sistema. Num primeiro passo foram analisados diversos controladores lineares: proporcional, PID e retorno de estado (com e sem acção integral). Todos eles conduziram experimentalmente a oscilações na saída do sistema, que foram analisadas e justificadas. Uma vez que não foi possível obter bons resultados com este tipo de controladores, evoluiu-se para o estudo de um controlador não linear no capítulo 5.

O capítulo 5 foi iniciado com uma breve síntese das várias técnicas de controlo que, nos últimos anos, têm vindo a ser aplicadas em servopneumática. De seguida, apresentou-se o controlador desenvolvido neste trabalho, que incorpora as redes IANN e FANN desenvolvidas nos capítulos precedentes. A estrutura deste controlador está dividida em duas partes: controlo da dinâmica de movimento e controlo da dinâmica da força pneumática em cada câmara.

O controlador de força foi realizado com duas malhas: uma malha interna com um retorno de estado não linear e uma malha externa composta por controlador proporcional, ao qual se adicionou a derivada da referência de força. No modelo mecânico existe uma incerteza maior do que no modelo termodinâmico, devida não só à dispersão dos dados de atrito mas também à possibilidade de variação da carga transportada. Por este motivo, utilizou-se para o subsistema mecânico um controlador robusto de estrutura variante, com uma camada de suavização em torno da superfície de comutação para reduzir os efeitos indesejáveis do *chattering*. A espessura desta camada varia de acordo com o ângulo de aproximação do sistema à superfície de comutação, de acordo com uma estratégia recentemente sugerida na literatura. Esta estratégia foi analisada em detalhe e foi proposta uma nova definição do ângulo de aproximação. A estabilidade do controlador de estrutura variante foi provada através de uma demonstração original.

Entre o controlador de movimento e o controlador de força existe uma componente intermédia, a política de gestão de forças, que gere a melhor forma de distribuir as forças por cada câmara. Neste trabalho foram propostas e comparadas duas políticas inovadoras para realizar essa distribuição: manter a rigidez do actuador invariante a pedidos de força ou maximizar a gama de forças disponíveis. Concluiu-se, por análise da rigidez pneumática, da gama de forças e da potência mecânica do cilindro, que a segunda política conduz a melhores resultados.

Para além das contribuições já indicadas, há vários outros aspectos em que o trabalho desenvolvido apresenta inovações importantes. Em primeiro lugar, com o controlador desenvolvido neste trabalho foi possível alcançar, com um actuador pneumático industrial, um erro de posicionamento máximo de apenas  $\pm 5\mu\text{m}$  (valor idêntico à resolução do transdutor de posição). Tanto quanto foi possível apurar, existe apenas um estudo publicado em que se atinge um erro de posicionamento tão baixo. Em segundo lugar, o erro de posicionamento máximo é atingido não só para qualquer posição ao longo do curso do actuador, como também para qualquer valor da massa transportada contido entre 2.69 kg e 13.1 kg. Não foram encontrados estudos publicados onde se atinjam erros de posicionamento tão reduzidos e simultaneamente uma robustez tão elevada a variações paramétricas. Em terceiro lugar, os resultados obtidos no seguimento de trajectórias de posição, velocidade e aceleração indicam excelentes resultados, nomeadamente na inversão de movimento, onde os efeitos do atrito são mais notórios. A título exemplificativo, o erro de seguimento máximo com uma trajectória sinusoidal de frequência variável entre 0 e 0.15Hz é de apenas 1.5mm.

É possível assim concluir que os objectivos inicialmente propostos foram atingidos satisfatoriamente. O trabalho aqui apresentado contribui para uma melhoria do desempenho de sistemas pneumáticos, abrindo porventura novas oportunidades à sua penetração no mercado de sistemas de posicionamento e de seguimento de trajectória.

## ***6.2 Perspectivas de desenvolvimentos futuros***

Naturalmente que existem ainda algumas questões por resolver, que serão alvo de investigação futura. De um ponto de vista industrial, o sistema desenvolvido neste trabalho não será certamente competitivo economicamente pois, apesar de não se utilizar um acelerómetro, existem os custos associados às duas servoválvulas e aos dois transdutores de pressão. Daí que uma primeira sugestão para trabalho futuro seja a análise de soluções que permitam reduzir os custos envolvidos.

Ficam também algumas questões em aberto de um ponto de vista científico. No que diz respeito à modelação das servoválvulas, seria útil analisar a possibilidade de expansão da metodologia proposta neste trabalho a servoválvulas pneumáticas com cinco orifícios. No que diz respeito à modelação do actuador, seria interessante efectuar

uma comparação experimental entre os diversos modelos de ordem reduzida propostos neste trabalho, bem como avançar com o estudo de novos modelos.

Um outro aspecto em que se poderão realizar avanços futuros é na formulação de novas políticas de gestão de força, de forma a incorporar critérios distintos dos utilizados neste trabalho.

Também ao nível do controlo existem alguns tópicos que deverão no futuro merecer atenção. De facto, apesar de a acção de controlo obtida com o controlador não linear ser bastante suave devido à utilização de uma camada de regularização, será porventura possível aumentar ainda mais essa suavidade, utilizando outras técnicas de controlo. Por exemplo, seria extremamente interessante averiguar as semelhanças e diferenças entre o controlador proposto neste trabalho e um controlador com modo de deslizamento de ordem elevada. De facto, este tipo de controladores é bastante recente, pelo que escasseiam estudos comparativos com as formas mais tradicionais de controlo por estrutura variante.





# Referências

1. **Cermak, A.-L.**, La Poste pneumatique, un système original d'acheminement rapide du courrier: l'exemple du réseau de Paris des origines à sa suppression:1866-1984, 2003, MSc thesis, Université Paris IV Sorbonne (Resumo disponível em <http://www.laposte.fr/chp/mediasPdf/maitrise/cermak.pdf>), Paris, France.
2. **Beach, A.**, The Pneumatic Tunnel Under Broadway, 1870; Scientific American; disponível em <http://www.nycsubway.org/articles/beach-1870-03-05.html>.
3. **Encyclopædia Britannica Online**, Mount Ceniz Tunnel, disponível em <http://search.eb.com/eb/article-9054012>. 2007.
4. **Falcão Carneiro, J., Magalhães, A.P., Gomes de Almeida, F., Barata da Rocha, A.**, MANPRESS: Manipulador de Alimentação Automática de Prensas, Robótica, 2003, 50(I Trimestre), pp. 4-7.
5. **Kagawa, T., Tokashiki, L., Fujita, T.**, Accurate positioning of a pneumatic servosystem with air bearings, Proc. of the Bath Workshop on Power Transmission and Motion Control, Bath, UK, 2000, pp. 257-268.
6. **Brun, X.**, Commandes linéaires et non linéaires en électropneumatique. Methodologies et Applications., 1999, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France.
7. **Pedro, R.**, Controlo Não-Linear de um Servo-Mecanismo Pneumático, 2004, MSc thesis, Universidade do Porto, Porto, Portugal.
8. **Bone, G., Ning, S.**, High Steady-State Accuracy Pneumatic Servo Positioning System with PVA/PV Control and Friction Compensation, Proc. of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington DC, USA, 2002, pp. 2824-2829.
9. **Brun, X., Sesmat, S., Thomasset, D., Scavarda, S.**, Study of "Sticking and Restarting Phenomenon" in Electropneumatic Positioning Systems, ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control, 2005, 127(1), pp. 173-184.
10. **Shearer, J.L.**, Study of Pneumatic Processes in the Continuous Control of Motion With Compressed Air, Transactions of the ASME, 1956, 78(2), pp. 233-249.
11. **Moore, P., Jun Sheng, P.**, Pneumatic servo actuator technology, IEE Colloquium on Actuator Technology: Current Practice and New Developments, London, 1996, pp. 3/1-3/6.
12. **Latino, F.**, Air Servo Positioning Systems, Single and Multiple Axis, Proc. of the 47th National Conference on Fluid Power, 1996, pp. não disponíveis.
13. **Harisson, A.J.L., Stoten, D.P.**, Generalized finite difference methods for optimal estimation of derivatives in real-time control problems, Proc. Instn. Mech. Engrs, Part C, Journal of Mechanical Engineering Science, 1995, 209(I2), pp. 67-78.
14. **Ogata, K.**, Engenharia de Controlo Moderno, 4ª edição. 2003, São Paulo, Prentice Hall.
15. **Haykin, S.**, Neural networks: a comprehensive foundation. 1999, New Jersey, Prentice Hall.

16. **Minsky, M.L., Papert, S.A.**, Perceptrons. 1969, MIT Press.
17. **Noorgard, M., Ravn, O., Poulsen, N.K., Hansen, L.K.**, Neural Networks for Modelling and Control of Dynamic Systems: a practitioner's handbook. 2003, Springer Verlag.
18. **Elizondo, D., E., F.**, A survey of partially connected neural networks., Int. J. Neural Syst., 1997, 8(5-6), pp. 535-538.
19. **Demuth, H., Beale, M.**, Neural Networks Toolbox For Use With Matlab, Version 4, 2002, The MathWorks.
20. **Gorse, D., Shepherd, A.J., Taylor, J.G.**, The New ERA in Supervised Learning, Neural Networks, 1997, 10(2), pp. 343-352.
21. **Erdogmus, D., Fontenla-Romero, O., Príncipe, J., Alonso-Betanzos, A., Castillo, E.**, Linear-Least-Squares Initialization of Multilayer Perceptrons Through Backpropagation of the Desired Response, IEEE Transactions on Neural Networks, 2005, 16(2), pp. 325-337.
22. **Cybenko, G.**, Approximation by superpositions of a sigmoidal function, Mathematics of Control, Signals and Systems, 1989, 2(4), pp. 303-314.
23. **Hornik, K., Stinchcombe, M., White, H.**, Universal approximation of an unknown mapping and its derivatives using multilayer feedforward networks, Neural Networks, 1990, 3(5), pp. 551-560.
24. **Carling, A.**, Introducing Neural Networks. 1992, Wilmslow, UK, Sigma Press.
25. **Narendra, K., S., Parthasarathy, K.**, Identification and control of dynamical systems using neural networks, IEEE Transactions on Neural Networks, 1990, 1(1), pp. 4-27.
26. **Narendra, K.S., Mukhopadhyay, S.**, Adaptive control using neural networks and approximate models, IEEE Transactions on Neural Networks, 1997, 8(3), pp. 475-485.
27. **W. Thomas Miller, I., Sutton, E.S., Werbos, P.J.**, Neural Networks for Control, ed. I. W. Thomas Miller, E.S. Sutton, and P.J. Werbos. 1992, Cambridge, Massachusetts, MIT press.
28. **Thomasset, D., Scavarda, S., Sesmat, S., Belgharbi, M.**, Analytical model of the flow stage of a pneumatic servo-distributor for simulation and nonlinear control, Proc. of the Sixth Scandinavian International Conference on Fluid Power, Tampere, Finland, 1999, pp. 848-860.
29. **Richer, E., Hurmuzlu, Y.**, A High Performance Pneumatic Force Actuator System: Part I - Nonlinear Mathematical Model, ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control, 2000, 122(3), pp. 416-425.
30. **FESTO**, Manual da servoválvula MPYE-5-1/8-HF-010-B. 2005.
31. **Richard, E.**, De la Commande Lineaire et non Lineaire en Position des Systems Electropneumatiques, 1990, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France.
32. **Richard, E., Scavarda, S.**, Comparison Between Linear and Nonlinear Control of an Electropneumatic Servodrive, ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control, 1996, 118(2), pp. 245-252.
33. **Pandian, S., Hayakawa, Y., Kanazawa, Y., Kamoyama, Y., Kawamura, S.**, Practical Design of a Sliding Mode Controller for Pneumatic Actuators, ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control, 1997, 119(4), pp. 666-674.
34. **Smaoui, M., Brun, X., Thomasset, D.**, A Combined First and Second Order Sliding Mode Approach for Position and Pressure Control of an Electropneumatic System, 2005 American Control Conference, Portland, USA, 2005, pp. 3007-3012.

35. **Moran, M., Shapiro, H.**, Fundamentals of Engineering Thermodynamics. 2004, New York, John Wiley & Sons.
36. **Azevedo, E.**, Termodinâmica aplicada. 2000, Lisboa, Escolar Editora.
37. **Drakunov, S., Hanchin, G.D., Su, W.C., Ozguner, U.**, Nonlinear control of a rodless pneumatic servoactuator, or sliding modes versus Coulomb friction, *Automatica*, 1997, 33(7), pp. 1401-1408.
38. **McCloy, D., H.R.Martin**, Control of Fluid Power: Analysis and Design, Engineering Science. 1980, Ellis Horwood.
39. **Rogers, G., Mayhew, Y.**, Engineering thermodynamics work and heat transfer. 1992, Harlow, Prentice Hall.
40. **Al-Ibrahim, A.M., Otis, D.R.**, Transient Air Temperature and Pressure Measurements During Charging and Discharging Processes of an Actuating Pneumatic Cylinder, Proc. of the 45th National Conference on Fluid Power, 1992, pp. não disponíveis.
41. **Toshiharu, K., Tokashiki, L., Fujita, T.**, Influence of Air Temperature Change on Equilibrium Velocity of Pneumatic Cylinders, *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control*, 2002, 124(2), pp. 336-341.
42. **ISO 6358 Standard**, Pneumatic fluid power - Components using compressible fluids - Determination of flow-rate characteristics, 1989, International Organization for Standardization.
43. **Isidori, A.**, Nonlinear Control Systems. 1995, New York, Springer Verlag.
44. **Pandian, S., Takemura, F., Hayakawa, Y., Kawamura, S.**, Pressure Observer-Controller Design for Pneumatic Actuators, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2002, 7(4), pp. 490-499.
45. **Gomes de Almeida, F.**, Model Reference Adaptive Control of a Two Axes Hydraulic Manipulator, 1993, PhD thesis, University of Bath, Bath.
46. **Richer, E., Hurmuzlu, Y.**, A High Performance Pneumatic Force Actuator System: Part II - Nonlinear Controller Design, *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control*, 2000, 122(3), pp. 426-434.
47. **Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Pneumatic servovalve models using artificial neural networks, Proc. of the Bath Symposium on Power Transmission and Motion Control, Bath, UK, 2006, pp. 195-208.
48. **Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Modeling Pneumatic Servovalves using Neural Networks, Proc. of the 2006 IEEE Conference on Computer Aided Control Systems Design, Munich, Germany, 2006, pp. 790-795.
49. **Burden, R.F., J.**, Numerical analysis. 1997, Brooks/Cole Publishing Company.
50. **Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., Canudas de Wit, C.**, A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction, *Automatica*, 1994, 30(7), pp. 1083-1138.
51. **Olsson, H., Astrom, K.**, Friction models and friction compensation, *European Journal of Control*, 1998, 4(3), pp. 176-195.
52. **Karnopp, D.**, Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems, *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control*, 1985, 107(1), pp. 100-107.
53. **Gafvert, M.**, Comparison of two friction models, 1996, MSc thesis, University of Lund, Lund, Sweden.
54. **Ravanbod-Shirazi, L., Besançon-Voda, A.**, Friction identification using the Karnopp model, applied to an electropneumatic actuator, Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, *Journal of Systems and Control Engineering*, 2003, 217(2), pp. 123-138.

55. **Astrom, K., Wittenmark, B.**, Computer-controlled systems: theory and design. 1997, Upper Saddle River, Prentice-Hall.
56. **Guimarães, R., Cabral, J.**, Estatística. 1999, Lisboa, McGraw-Hill.
57. **Tomizuka, M., Ciliz, M.K.**, Neural network based friction compensation in motion control, *Electronic Letters*, 2004, 40(12), pp. 752-753.
58. **Qiang, S., Gao, X.Z., Zhuang, X.**, Neural Networks in Friction Compensation, Velocity&Acceleration Measurement and PID Design, *Proc. of the 2002 IEEE International Conference on Industrial Automation*, Bangkok, Thailand, 2002, pp. 72-77.
59. **Lee, H.K., Choi, G.S., Choi, G.H.**, A study on tracking position control of pneumatic actuators, *Mechatronics*, 2002, 12(6), pp. 813-831.
60. **White, F.**, Fluid Mechanics. 1994, Boston, McGraw-Hill.
61. **Catto, A.G., Prata, A.T.**, A Numerical study of instantaneous heat transfer during compression and expansion in piston-cylinder geometry, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 2000, 38(3), pp. 281-303.
62. **Bouhal, A.**, Contribution a la commande lineaire et non lineaire adaptative des systemes electropneumatiques, 1994, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France.
63. **Det, F.**, Modelisation en Bond Graphs Simulation et Commande d'une Pince a Souder Electropneumatique, 1991, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France.
64. **Eichelberg, G.**, Some new investigations of old combustion engine problems, *Engineering*, 1939, 148(27), pp. 463-466.
65. **Det, F., Scavarda, S., Richard, E.**, Simulated and Experimental Study of Charging and Discharging of a Cylinder by Using an Electro-Pneumatic Servovalve, *Proc. of the JHPS International Symposium on Fluid Power*, Tokyo, Japan, 1989, pp. 199-206.
66. **Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Heat transfer evaluation on industrial pneumatic cylinders, *Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, Journal of Systems and Control Engineering*, 2007, 221(1), pp. 119-128.
67. **Otis, D.R., Pourmovahead, A.**, An Experimental Thermal Time Constant Correlation for Hydraulic Accumulators, *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control*, 1990, 112(1), pp. 116-121.
68. **Otis, D.R.**, New Developments in Predicting and Modifying Performance of Hydraulic Accumulators, *Proc. of the National Conference on Fluid Power*, 1974, pp. 473-489.
69. **Green, W.**, Accumulator Time Constants and the 'Index' Method: Some Comparisons Based on Experimental Data, *Proc. of the 35th National Conference on Fluid Power*, 1979, pp. 231-238.
70. **French, I.G., Cox, C.S.**, Modelling, design and control of a modern electropneumatic actuator, *IEE Proceedings*, 1990, 137(3), pp. 145-155.
71. **Burrows, C.R.**, Effect of Position on the Stability of Pneumatic Servosystems, *Proc. Instn. Mech. Engrs, Part C, Journal of Mechanical Engineering Science*, 1969, 11(6), pp. 615-616.
72. **Zalmazon, L.A.**, Components for Pneumatic Control Instruments. 1965, Oxford, Pergamon.
73. **Outbib, R., Richard, E.**, State Feedback Stabilization of an Electropneumatic System, *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control*, 2000, 122(3), pp. 410-415.
74. **Ning, S., Bone, G.M.**, High Steady-State Accuracy Pneumatic Servo Positioning System with PVA/PV control and Friction Compensation, *IEEE Int.*

- Conf. on Robotics and Automation, Washington DC, USA, 2002, pp. 2824-2829.
75. **Andersen, B.W.**, The analysis and design of pneumatic systems. 1976, John Wiley & Sons.
  76. **Chitty, A., Lambert, T.H.**, Modelling a loaded two way pneumatic actuator, *Journal of Measurement and Control*, 1976, 9(1), pp. 19-25.
  77. **Brun, X., Belgharbi, M., Sesmat, S., Thomasset, D., Scavarda, S.**, Control of an electropneumatic actuator: comparison between some linear and non-linear laws, *Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, Journal of Systems and Control Engineering*, 1999, 213(5), pp. 387 - 406.
  78. **Falcão Carneiro, J., Gomes de Almeida, F.**, Reduced order thermodynamic models for servopneumatic actuator chambers, *Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, Journal of Systems and Control Engineering*, 2006, 220(4), pp. 301-314.
  79. **Kellal, A., Scavarda, S., Fontaine, J.G.**, Electropneumatic servodrive for a robot, *Proc. of the International Symposium on Industrial Robots*, Brussels, Belgium, 1986, pp. 117-128.
  80. **Ljung, L.**, System Identification: Theory for the user. 1999, Upper Saddle River, Prentice Hall.
  81. **Astrom, K., Hagglund, T.**, PID Controllers: Theory, Design and Tuning. 1995, Research Triangle Park, ISA-The International Society for Measurement and Control.
  82. **Slotine, J.J., Li, W.**, Applied Nonlinear Control. 1991, New Jersey, Prentice-Hall.
  83. **Merritt, H.**, Hydraulic Control Systems. 1967, New York, John Wiley & Sons.
  84. **Nise, N.S.**, Control Systems Engineering. 2004, John Wiley & Sons.
  85. **Edge, K.**, The control of fluid power systems-responding to the challenges, *Proc. Instn. Mech. Engrs, Part I, Journal of Systems and Control Engineering*, 1996, 211(2), pp. 91-110.
  86. **Scavarda, S., Thomasset, D.**, Modelling and control of electropneumatic systems: an overview of recent French contributions, *Proc. of the IEEE UKACC International Conference on Control '96*, Exeter, UK, 1996, pp. 1462-1467.
  87. **Pu, J., Weston, R.H.**, Motion Control of Pneumatic Drives, *Microprocessors and Microsystems*, 1988, 12(7), pp. 373-382.
  88. **Ionnidis, I., Nguyen, T.**, Microcomputer-controlled servo-pneumatic drives, *Seventh International Fluid Power Symposium*, 1986, pp. 155-164.
  89. **Khayati, K., Bisgras, P., Dessaint, L.**, A Robust Feedback Linearization Force Control of a Pneumatic Actuator, *Proc. of the 2004 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, The Hague, Netherlands, 2004, pp. 6113-6119.
  90. **Xiang, F., Wikander, J.**, Block-oriented approximate feedback linearization for control of pneumatic actuator system, *Control Engineering Practice*, 2004, 12(4), pp. 387-399.
  91. **Landau, Y.**, Adaptive Control: The Model Reference Approach, *Control and Systems Theory*. 1979, New York, Marcel Dekker, Inc.
  92. **Situm, Z., Pavkovic, D., Novakovic, B.**, Servo Pneumatic Position Control Using Fuzzy PID Gain Scheduling, *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control*, 2004, 126(2), pp. 376-387.
  93. **Richardson, R., Plummer, A., Brown, M.**, Self-Tuning Control of a Low-Friction Pneumatic Actuator Under the Influence of Gravity, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2001, 9(2), pp. 330-334.

94. **Bobrow, J.E., Jabbari, F.**, Adaptive Pneumatic Force Actuation and Position Control, ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control, 1991, 113(2), pp. 267-272.
95. **Shih, M.-C., Shy-I, T.**, Pneumatic Servo-Cylinder Position Control by PID-Self-Tuning Controller, Japan Society of Mechanical Engineers International Journal, 1994, 37(3), pp. 565-572.
96. **Ferraresi, C., Giruado, P., Quaglia, G.**, Non-Conventional Adaptive Control of a Servopneumatic Unit for Vertical Load Positioning, Proc. of the 46th National Conference on Fluid Power, 1994, pp. 319-333.
97. **Thomasset, D., Bouri, M.**, Sliding Control of an Electropneumatic Actuator Using an Integral Switching Surface, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2001, 9(2), pp. 368-375.
98. **Levant, A.**, Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control, International Journal of Control, 2003, 76(9/10), pp. 924-941.
99. **Levant, A.**, Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control, International Journal of Control, 1993, 58(6), pp. 1247-1263.
100. **Fridman, L., Levant, A.**, Higher Order Sliding Modes, in *Sliding Mode Control in Engineering*, W. Perruquetti and J.P. Barbot, Editors. 2002.
101. **Smaoui, M., Brun, X., Thomasset, D.**, Robust Position Control of an Electropneumatic System Using Second Order Sliding Mode, Proc. of the 2004 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Ajaccio, France, 2004, pp. 429-434.
102. **Narendra, K.**, Neural Networks for Control: Theory and Practice, Proceedings of the IEEE, 1996, 84(10), pp. 1385-1406.
103. **Suykens, J., Vandewalle, J., Moor, B.D.**, Artificial Neural Networks for Modelling and Control of Non-linear Systems. 1996, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
104. **Matsukuma, T., Fujiwara, A., Namba, M., Ishida, Y.**, Non-linear PID controller using neural networks, IEEE International Conference on Neural Networks, Houston, USA, 1997, pp. 811-814.
105. **Junbo, S., Xiaoyan, B., Ishida, Y.**, An application of MNN trained by MEKA for the position control of pneumatic cylinder, Proc. of the IEEE International Conference on Neural Networks, Houston, USA, 1997, pp. 829-833.
106. **Gross, D., Rattan, K.**, Pneumatic cylinder trajectory tracking control using a feedforward multilayer neural network, Proc. of the IEEE 1997 National Aerospace and Electronics Conference, Dayton, USA, 1997, pp. 777-784.
107. **Gross, D., Rattan, K.**, A Feedforward MNN Controller for Pneumatic Cylinder Trajectory Control, IEEE International Conference on Neural Networks, Houston, USA, 1997, pp. 794-799.
108. **Gross, D., Rattan, K.**, An adaptive multilayer neural network for trajectory tracking control of a pneumatic cylinder, Proc. of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, San Diego, USA, 1998, pp. 1662-1667.
109. **Varseveld, R., Bone, G.M.**, Accurate Position Control of a Pneumatic Actuator Using On/Off Solenoid Valves, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 1997, 2(3), pp. 195-204.
110. **Reina, G., Giannoccaro, N.I., Gentile, A.**, Experimental tests on position control of a pneumatic actuator using on/off solenoid valves, Proc. of the IEEE International Conference on Industrial Technology, Bangkok, Thailand, 2002, pp. 555-559.

111. **Bone, G., Aziz, S.**, Automatic tuning of pneumatic servo actuators, *Advanced Robotics*, 2000, 13(6), pp. 563-576.
112. **Brun, X., Smaoui, M., Retif, J.-M., LinShi, X., Bideaux, E.**, Force control at low cost in the pneumatic field, *Proc. of the Bath Symposium on Power Transmission and Motion Control*, Bath, UK, 2006, pp. 169-179.
113. **Noritsugu, T.**, Development of PWM mode electro-pneumatic servomechanism, Part I: Speed control of a pneumatic system, *J. Fluid Control*, 1987, 17(2), pp. 65-79.
114. **Noritsugu, T.**, Development of PWM mode electro-pneumatic servomechanism, Part II: Position control of a pneumatic system., *J. Fluid Control*, 1987, 17(2), pp. 7-28.
115. **Messina, A., Giannoccaro, N.I., Gentile, A.**, Experimenting and modeling the dynamics of pneumatic actuators controlled by the pulse width modulation (PWM) technique, *Mechatronics*, 2005, 15(7), pp. 859-881.
116. **Smaoui, M., Brun, X., Thomasset, D.**, Systematic Control of an Electropneumatic System: Integrator Backstepping and Sliding Mode Control, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(5), pp. 905-913.
117. **Kimura, T., Hara, S., Tomisaka, T.**, Hinfinitiy Control with Minor Feedback for a Pneumatic Actuator System, *Proc. of the IEEE 35th Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, 1996, pp. 2365-2370.
118. **Chillari, S., Guccione, S., Muscato, G.**, An Experimental Comparison Between Several Pneumatic Position Control Methods, *Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, USA, 2001, pp. 1168-1173.
119. **Ning, S., Bone, G.**, Experimental Comparison of Two Pneumatic Servo Position Control Algorithms, *Proc. of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation*, Niagara Falls, Canada, 2005, pp. 37-42.
120. **Barth, E.J., Goldfarb, M., Al-Dakkan, K.A.**, Energy Saving Control for Pneumatic Servo Systems, *Proc. of the 2003 IEEE/ASME International Conference on Advanced Mechatronics*, Kobe, Japan, 2003, pp. 284-289.
121. **Utkin, V.I.**, Variable structure systems with sliding modes, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, 22(2), pp. 212-222.
122. **Edwards, C., Spurgeon, S.**, *Sliding Mode Control, Theory and Applications*. 1998, Taylor & Francis.
123. **Ozguner, U., Ytkin, V.I., Young, K.D.**, A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, 7(3), pp. 328-342.
124. **Slotine, J.J., Sastry, S.S.**, Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulator, *International Journal of Control*, 1983, 38(2), pp. 465-492.
125. **Slotine, J.J., Sastry, S.S.**, Sliding controller design for non-linear systems, *International Journal of Control*, 1984, 40(2), pp. 421-434.
126. **Yu, H., Seneviratne, L.D., Earles, S.W.E.**, Exponentially stable robust control law for robot manipulators, *IEE Proceedings-Control Theory Applications*, 1994, Vol. 141(6), pp. 389-395.
127. **Chen, M.-S., Hwang, Y.-R., Tomizuka, M.**, A State-Dependent Boundary Layer Design for Sliding Mode Control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(10), pp. 1677-1681.
128. **Buckholtz, K.**, Approach Angle-Based Switching Function for Sliding Mode Control Design, *Proc. of the American Control Conference*, Anchorage, USA, 2002, pp. 2368-2373.

129. **Buckholtz, K.**, Sliding mode control using a switching function incorporating the state trajectory approach angle, 2001, PhD thesis, University of Dayton, Dayton, USA.



# Apêndice

## Relações entre diferenciais parciais

Considere-se a superfície regular representada na Fig. A 1, definida por:

$$F(x, y, z) = 0 \quad (A1)$$

com  $\frac{\partial F}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial y}$  e  $\frac{\partial F}{\partial z} \neq 0$ .

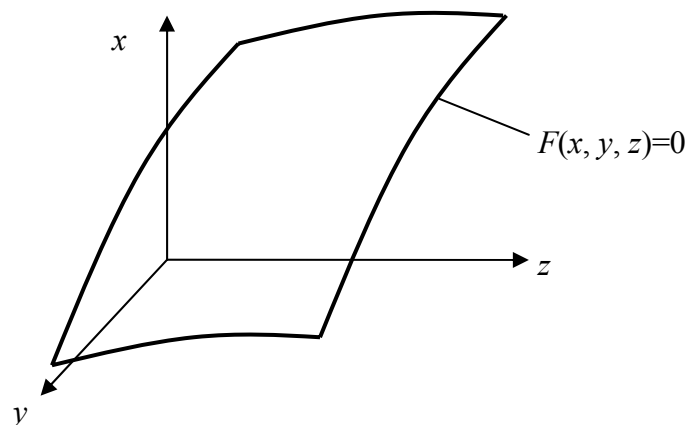


Fig. A 1 – Superfície genérica  $F(x, y, z) = 0$

A equação (A1) define implicitamente uma função  $x$ , tal que [A1]:

$$x = x(y, z) \quad (A2)$$

Substituindo (A2) em (A1) é possível escrever que:

$$F(x(y, z), y, z) = 0 \quad (\text{A3})$$

Derivando a equação (A3) em ordem às variáveis independentes  $y$  e  $z$ , respectivamente, vem:

$$\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{\partial F}{\partial y} / \frac{\partial F}{\partial x}, \quad \frac{\partial F}{\partial x} \neq 0 \quad (\text{A4})$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{\partial F}{\partial z} / \frac{\partial F}{\partial x}, \quad \frac{\partial F}{\partial x} \neq 0 \quad (\text{A5})$$

De forma idêntica, é possível encontrar para as funções implícitas  $y = y(x, z)$  e  $z = z(x, y)$  as seguintes relações:

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial x} / \frac{\partial F}{\partial y}, \quad \frac{\partial F}{\partial y} \neq 0 \quad (\text{A6})$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial z} = -\frac{\partial F}{\partial z} / \frac{\partial F}{\partial y}, \quad \frac{\partial F}{\partial y} \neq 0 \quad (\text{A7})$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial x} / \frac{\partial F}{\partial z}, \quad \frac{\partial F}{\partial z} \neq 0 \quad (\text{A8})$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{\partial F}{\partial y} / \frac{\partial F}{\partial z}, \quad \frac{\partial F}{\partial z} \neq 0 \quad (\text{A9})$$

Combinando as equações (A4), (A7) e (A8), é possível escrever a seguinte expressão:

$$\frac{\partial x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = \left( -\frac{\partial F}{\partial y} / \frac{\partial F}{\partial x} \right) \left( -\frac{\partial F}{\partial z} / \frac{\partial F}{\partial y} \right) \left( -\frac{\partial F}{\partial x} / \frac{\partial F}{\partial z} \right) = -1 \quad (\text{A10})$$

Reorganizando a equação (A10), é possível escrever que:

$$\frac{\partial x}{\partial z} = - \frac{\partial x}{\partial y} \bigg/ \frac{\partial z}{\partial y} \quad (\text{A11})$$

Aplicando agora a equação (A11) à função superfície  $F(\dot{m}_A, u_A, P_A) = 0$ , pode concluir-se de forma semelhante que:

$$\frac{\partial \dot{m}_A}{\partial P_A} = - \frac{\partial \dot{m}_A}{\partial u_A} \bigg/ \frac{\partial P_A}{\partial u_A} \quad (\text{A12})$$

### Referências do apêndice

**A1 – Apostol, T.**, Calculus, 1969, Xerox College Publishing.